

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

그러므로  $r = 4$ ,  $h = 2$ 이다.  
따라서 이 용기의 부피는  $32\pi$ 이다.

6. 답 ②

정답률 61%

[출제의도] 방정식의 근을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

방정식  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 의 계수가 모두 실수이므로  $1 + \sqrt{3}i$ 가 근이면  $1 - \sqrt{3}i$ 도 근이다.  $1 + \sqrt{3}i$  또는  $1 - \sqrt{3}i$ 가 이차방정식  $x^2 + ax + 2 = 0$ 의 근이면  $a$ 가 실수인 이차방정식은 존재하지 않는다.  
 $1 + \sqrt{3}i$ ,  $1 - \sqrt{3}i$ 를 두 근으로 하는  
이차방정식은  $x^2 - 2x + 4 = 0$ 이고 방정식  
 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 은 공통인 근  $m$ 을 가지므로  
 $x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 - 2x + 4)(x - m) = 0$   
 $a = -m - 2 \dots\dots ㉠$   
공통인 근이  $m$ 이므로  $m^2 + am + 2 = 0$ 이고 이 식에 ㉠을 대입하면  
 $m^2 + (-m - 2)m + 2 = 0$ 에서  $-2m + 2 = 0$   
따라서  $m = 1$

7. 답 5

정답률 32%

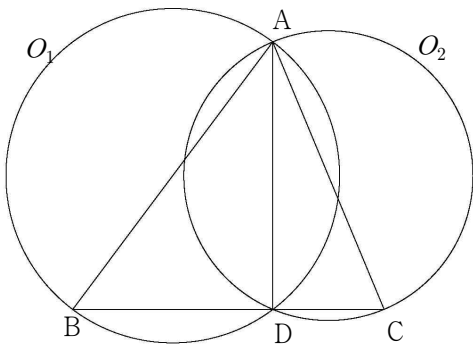
[출제의도] 고차방정식을 이용하여 수학내적문제 해결하기

$\overline{PA}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PC}$ 이므로  
 $(2\sqrt{6}x)^2 = (x^2 - x + 4)(x^2 + x + 4)$ 이다.  
즉,  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$   
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 - 17t + 16 = (t - 1)(t - 16) = 0$   
 $\therefore t = 1, t = 16$   
 $x^2 = 1, x^2 = 16$ 이므로  
 $x = 1, x = 4 (\because x > 0)$   
따라서 모든  $x$  값의 합은 5이다.

8. 답 394

정답률 13%

[출제의도] 연립방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기



$\overline{AD}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AB}$ 는 이 순서대로 네 개의 연속된 짝수이므로  
 $\overline{AD} = 2n$ ,  $\overline{AC} = 2n + 2$ ,  $\overline{BC} = 2n + 4$ ,  $\overline{AB} = 2n + 6$  (단,  $n$ 은 자연수)이라 두자.  
 $\overline{BD} = x$ ,  $\overline{CD} = y$ 라 두면  
 $x + y = 2n + 4 \dots\dots ㉠$   
두 삼각형 ABD와 ACD는 직각삼각형이므로  
 $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2$ ,  $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CD}^2$ 이다.  
 $(2n + 6)^2 - x^2 = (2n + 2)^2 - y^2 \dots\dots ㉡$   
㉡에서  $8(2n + 4) = (2n + 4)(x - y)$ 이므로  
 $x - y = 8 \dots\dots ㉢$   
이다.  
①과 ㉢을 연립하여 풀면  
 $x = n + 6$ ,  $y = n - 2$   
이고 직각삼각형 ACD에서  $(2n + 2)^2 = 4n^2 + (n - 2)^2$ 이다.  
이 식을 정리하면  $n^2 - 12n = 0$ 에서  
 $n = 12$   
이다. 따라서  $\overline{AB} = 30$ ,  $\overline{AC} = 26$ 이므로  
두 원의 넓이의 합  $S$ 는

$$S = 15^2\pi + 13^2\pi = 394\pi$$

이다. 그러므로  $\frac{S}{\pi} = 394$ 이다.

## <전국연합학력평가 기출 12회>

1. 답 ③

정답률 86%

[출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

$|x - a| < 5$ 의 해는  $a - 5 < x < a + 5$ 이므로  
정수  $x$ 의 최댓값이 12가 되기 위해서는  
 $12 < a + 5 \leq 13$  즉,  $7 < a \leq 8$ 이다.  
따라서 정수  $a$ 의 값은 8이다.

2. 답 12

정답률 75%

[출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기

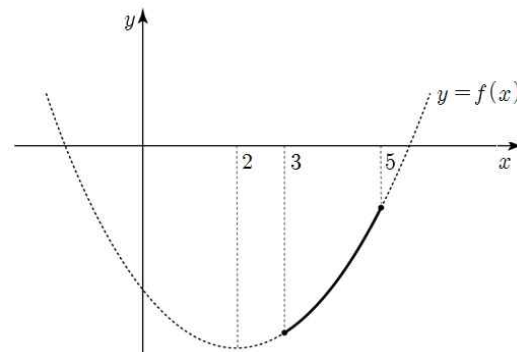
이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하자.  
 $D = (2k)^2 - 4(8k - 12)$   
 $= 4(k^2 - 8k + 12)$   
 $= 4(k - 2)(k - 6)$   
이차방정식이 허근을 가지려면  $D < 0$   
 $2 < k < 6$ 이다.  
따라서 모든 정수  $k$ 의 값의 합은 12

3. 답 ②

정답률 75%

[출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 이차부등식 문제 해결하기

$f(x) = x^2 - 4x - 4k + 3$  ( $3 \leq x \leq 5$ )라 하면  
 $f(x) = (x - 2)^2 - 4k - 1$  ( $3 \leq x \leq 5$ )  
이다.



그림과 같이  $f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록이고 대칭축이  $x = 2$ 인 그래프의 일부분이므로  $3 \leq x \leq 5$ 에서  $f(x) \leq 0$ 이 항상 성립하려면  
 $f(5) \leq 0$  ( $\because f(3) < f(5)$ )  
이어야 한다.  
 $f(5) = 25 - 20 - 4k + 3$   
 $= 8 - 4k \leq 0$   
이므로  
 $k \geq 2$   
이다. 따라서  $k$ 의 최솟값은 2이다.

4. 답 ②

정답률 69%

[출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기

이차함수  $f(x) = x^2 - 2ax + 9a$ 이고  
이차부등식  $f(x) < 0$ 에서  
주어진 이차부등식을 만족시키는 해가 없으려면 이차함수  
 $f(x) = x^2 - 2ax + 9a$ 의 그래프가  $x$ 축과 한 점에서 만나거나 만나지 않아야 한다.  
이차방정식  $x^2 - 2ax + 9a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,  
 $\frac{D}{4} = a^2 - 9a = a(a - 9) \leq 0$ 이므로  $0 \leq a \leq 9$

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

따라서 정수  $a$  의 개수는 10

5. 답 ④

정답률 42%

[출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기

직선  $l$  의 방정식은  $y = \frac{p}{2}x + p$  이므로

$$g(x) = \frac{p}{2}x + p \text{ 이다.}$$

부등식  $f(x) - g(x) = x^2 + \frac{p}{2}x \leq 0$  에 대하여

(i)  $p > 0$  인 경우

$$-\frac{p}{2} \leq x \leq 0 \text{ 을 만족시키는 정수 } x \text{ 의 개수가 10 이 되도록 하는 } p$$

의 값의 범위는  $-10 < -\frac{p}{2} \leq -9$  에서  $18 \leq p < 20$  이므로 정수  $p$  의 값은 18, 19

(ii)  $p < 0$  인 경우

$$0 \leq x \leq -\frac{p}{2} \text{ 를 만족시키는 정수 } x \text{ 의 개수가 10 이 되도록 하는}$$

$p$  의 값의 범위는  $9 \leq -\frac{p}{2} < 10$  에서  $-20 < p \leq -18$  이므로 정수  $p$  의 값은 -18, -19

(i), (ii)에서 정수  $p$  의 최댓값  $M = 19$ , 최솟값  $m = -19$

따라서  $M - m = 38$

6. 답 2

정답률 14%

[출제의도] 절댓값과 이차함수의 성질을 이용하여 상수의 최솟값을 구한다.

$$x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 함수  $y = f(x)$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 점의  $x$  좌표는  $x = -4$  와  $x = 2$  이다.

$$\text{부등식 } \frac{|f(x)|}{3} - f(x) \geq m(x - 2) \text{ 에서}$$

(i)  $f(x) \geq 0$ , 즉  $x \leq -4$  또는  $x \geq 2$  일 때

$$\frac{f(x)}{3} - f(x) \geq m(x - 2) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{2}{3}f(x) \geq m(x - 2)$$

(ii)  $f(x) < 0$ , 즉  $-4 < x < 2$  일 때

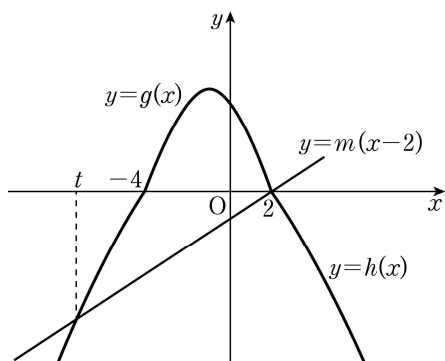
$$-\frac{f(x)}{3} - f(x) \geq m(x - 2) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{4}{3}f(x) \geq m(x - 2)$$

$$\text{여기서 } g(x) = -\frac{4}{3}f(x), h(x) = -\frac{2}{3}f(x) \text{ 라 하면}$$

$$\frac{|f(x)|}{3} - f(x) = \begin{cases} g(x) & (-4 < x < 2) \\ h(x) & (x \leq -4, x \geq 2) \end{cases}$$

한편, 직선  $y = m(x - 2)$  는 점  $(2, 0)$  을 지나고 기울기  $m$  이 양수이므로 함수  $y = \frac{|f(x)|}{3} - f(x)$  의 그래프와 직선  $y = m(x - 2)$  를 좌표평면에 나타내면 그림과 같다.



직선  $y = m(x - 2)$  와 함수  $y = \frac{|f(x)|}{3} - f(x)$  의 그래프의 교점의  $x$

좌표를  $t$  ( $t < -4$ ) 라 하면 부등식

$$\frac{|f(x)|}{3} - f(x) \geq m(x - 2)$$

의 해는  $t \leq x \leq 2$

$t \leq x \leq 2$  인 정수  $x$  의 개수가 10 이 되기 위한 실수  $t$  의 범위는  $-8 < t \leq -7$  이고,  $m$  의 값의 범위는 직선  $y = m(x - 2)$  가 점  $(-7, h(-7))$  을 지날 때보다 크거나 같고, 점  $(-8, h(-8))$  을 지날 때보다 작다.

$t = -7$  일 때

$$h(-7) = -\frac{2}{3}\{(-7)^2 + 2 \times (-7) - 8\} = -\frac{2}{3} \times 27 = -18$$

$$\text{이므로 } m = \frac{0 - (-18)}{2 - (-7)} = 2 \text{ ..... ㉠}$$

$t = -8$  일 때

$$h(-8) = -\frac{2}{3}\{(-8)^2 + 2 \times (-8) - 8\} = -\frac{2}{3} \times 40 = -\frac{80}{3}$$

$$\text{이므로 } m = \frac{0 - (-\frac{80}{3})}{2 - (-8)} = \frac{8}{3} \text{ ..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } m \text{ 의 범위는 } 2 \leq m < \frac{8}{3}$$

따라서  $m$  의 최솟값은 2 이다.

7. 답 6

정답률 10%

[출제의도] 이차부등식을 이용하여 문제 해결하기

$\beta - \alpha$  가 자연수가 되기 위해서는  $\alpha, \beta$  가 모두 정수이거나  $\alpha, \beta$  가 각각 정수가 아닌 실수이어야 한다.

$\alpha \leq x \leq \beta$  인 정수  $x$  의 개수가 3 이 되기 위해서

$\alpha, \beta$  가 모두 정수인 경우에는  $\beta - \alpha = 2$ ,

$\alpha, \beta$  가 각각 정수가 아닌 실수인 경우에는

$\beta - \alpha = 3$  이어야 한다.

$$(1) \frac{1}{2}a^2 - a > \frac{3}{2}a \text{ 인 경우}$$

$$a^2 - 5a > 0 \text{ 이므로 } a < 0 \text{ 또는 } a > 5 \text{ 이다.}$$

이차부등식  $(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$  의 해는

$$\frac{3}{2}a \leq x \leq \frac{1}{2}a^2 - a \text{ 이다.}$$

(i)  $\alpha, \beta$  가 모두 정수인 경우

$$\beta - \alpha = \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{2}a = 2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 5a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이면 } \beta \text{ 와 } \alpha \text{ 가 각각 정수가}$$

아니므로 구하고자 하는  $a$  는 없다.

(ii)  $\alpha, \beta$  가 각각 정수가 아닌 실수인 경우

$$\beta - \alpha = \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{2}a = 3 \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 5a - 6 = 0 \text{ 에서 } a = -1 \text{ 또는 } a = 6 \text{ 이다.}$$

$a = -1$  이면  $\beta$  와  $\alpha$  가 각각 정수가 아닌 실수이다.

$a = 6$  이면  $\beta$  와  $\alpha$  가 모두 정수이므로 조건을

만족하지 않는다.

따라서  $a = -1$  이다.

$$(2) \frac{1}{2}a^2 - a < \frac{3}{2}a \text{ 인 경우}$$

$$a^2 - 5a < 0 \text{ 이므로 } 0 < a < 5 \text{ 이다.}$$

이차부등식  $(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$  의 해는

$$\frac{1}{2}a^2 - a \leq x \leq \frac{3}{2}a \text{ 이다.}$$

(i)  $\alpha, \beta$  가 모두 정수인 경우

$$\beta - \alpha = \frac{3}{2}a - \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a = 2$$

이므로

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

$a^2 - 5a + 4 = 0$ 에서  $a = 1$  또는  $a = 4$ 이다.

$a = 1$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 각각 정수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

$a = 4$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 모두 정수이다.

따라서  $a = 4$ 이다.

(ii)  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 각각 정수가 아닌 실수인 경우

$$\beta - \alpha = \frac{3}{2}a - \left(\frac{1}{2}a^2 - a\right) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{2}a = 3$$

이므로

$a^2 - 5a + 6 = 0$ 에서  $a = 2$  또는  $a = 3$ 이다.

$a = 2$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 모두 정수이므로 조건을 만족하지 않는다.

$a = 3$ 이면  $\beta$ 와  $\alpha$ 가 각각 정수가 아닌 실수이다.

따라서  $a = 3$ 이다.

그러므로 (1), (2)에 의해 조건을 만족시키는

모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $-1 + 4 + 3 = 6$ 이다.

8. 답 27

정답률 29%

[출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 활용하여 추론하기

최고차항의 계수가 각각  $\frac{1}{2}$ , 2인 두 이차함수

$y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프의 축은

직선  $x = p$ 이므로

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-p)^2 + a, \quad g(x) = 2(x-p)^2 + b$$

조건 (나)에서  $g(x) - f(x) \leq 0$

$$g(x) - f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3px + \frac{3}{2}p^2 + b - a \leq 0$$

부등식  $f(x) \geq g(x)$ 의 해가  $-1 \leq x \leq 5$ 이므로

최고차항의 계수가  $\frac{3}{2}$ 인 이차부등식은

$$\frac{3}{2}(x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 6x - \frac{15}{2} \leq 0$$

$$3p = 6 \quad \therefore p = 2$$

$$\frac{3}{2} \times 2^2 + b - a = -\frac{15}{2}$$

$$\therefore a - b = \frac{27}{2}$$

따라서

$$p \times \{f(2) - g(2)\} = 2 \times (a - b) = 2 \times \frac{27}{2} = 27$$

## <전국연합학력평가 기출 13회>

1. 답 ④

정답률 89%

[출제의도] 절댓값이 있는 부등식 이해하기

$|x + a| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 - a \leq x \leq 8 - a$$

이때 주어진 부등식의 해가  $b \leq x \leq 2$ 이므로

$$a = 6, \quad b = -14$$

따라서  $a - b = 20$

2. 답 3

정답률 77%

[출제의도] 연립부등식 이해하기

부등식  $2x + 1 < x - 3$ 의 해는  $x < -4$ 이고

$$x^2 + 6x - 7 = (x-1)(x+7) < 0$$
의 해는

$$-7 < x < 1$$

이므로 연립부등식의 해는

$$-7 < x < -4$$

이다. 따라서  $\alpha = -7, \beta = -4$ 이므로

$$\beta - \alpha = -4 - (-7) = 3$$

이다.

3. 답 ②

정답률 79%

[출제의도] 판별식을 이용하여 절대부등식이 성립하도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구한다.

이차방정식  $x^2 - 2kx + 2k + 15 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하자.

모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $x^2 - 2kx + 2k + 15 \geq 0$ 이 성립하려면  $D \leq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (-k)^2 - 1 \times (2k + 15) \leq 0$$

$$k^2 - 2k - 15 \leq 0$$

$$(k-5)(k+3) \leq 0$$

$$-3 \leq k \leq 5$$

따라서 정수  $k$ 는  $-3, -2, -1, \dots, 5$ 이므로 그 개수는 9이다.

4. 답 ⑤

정답률 69%

[출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 활용하여 추론하기

ㄱ. 이차함수의 그래프가  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$b^2 - 4ac > 0 \quad (\text{참})$$

ㄴ.  $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$x > 0 \text{ 일 때, } f(x) > 0$$

직선의  $y$ 절편  $q$ 가 양수이므로

$$f(q) = aq^2 + bq + c > 0 \quad (\text{참})$$

ㄷ. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와

직선  $y = px + q$ 의 교점의  $x$ 좌표는  $\alpha, \beta$

$$ax^2 + (b-p)x + c-q$$

$$= a(x-\alpha)(x-\beta) \leq 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } \alpha \leq x \leq \beta \quad (\text{참})$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 답 ③

정답률 61%

[출제의도] 연립이차부등식 이해하기

$$x^2 + 4x - 21 \leq 0$$

$$(x+7)(x-3) \leq 0$$

$$-7 \leq x \leq 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 5kx - 6k^2 > 0$$

$$(x-6k)(x+k) > 0$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } x < -k \text{ 또는 } x > 6k \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 해가 존재하기 위한  $k$ 의 범위는

$$0 < k < 7 \text{ 이다.}$$

따라서 양의 정수  $k$ 의 개수는 6

6. 답 ①

정답률 47%

[출제의도] 여러 가지 방정식의 실근을 가질 조건을 이용하여 추론하기

$$x^3 + (8-a)x^2 + (a^2-8a)x - a^3 = 0$$

$$(x-a)(x^2+8x+a^2)=0$$

서로 다른 세 실근을 갖기 위해서는

$$\text{방정식 } x^2+8x+a^2=0 \text{ 은}$$

서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

판별식을  $D$ 라 할 때

$$\frac{D}{4} = 16 - a^2 > 0$$

$$\text{따라서 } -4 < a < 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또한  $x = a$ 는  $x^2+8x+a^2=0$ 의 근이

아니어야 하므로

$$2a^2+8a \neq 0$$

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

따라서  $a \neq 0$ 이고  $a \neq -4 \dots\dots \textcircled{㉔}$

$\textcircled{㉓}$ ,  $\textcircled{㉔}$ 에 의해 정수  $a$ 의 개수는 6

7. 답 8

정답률 42%

[출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 추론하기

$z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)라 하면  $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$ 이고 복소수의 성

질에 의해  $(\bar{z})^2 = \overline{z^2}$ 이므로

$(\bar{z})^2 = a^2 - b^2 - 2abi$ 이다.

따라서  $z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - b^2)$ 이다.

조건 (나)에 의해  $z^2 + (\bar{z})^2$ 은 음수이므로

$2(a^2 - b^2) < 0$

즉,  $2(a+b)(a-b) < 0 \dots\dots \textcircled{㉑}$

조건 (가)의  $z = 3x + (2x - 7)i$ 에서  $a = 3x$ ,  $b = 2x - 7$ 을

식  $\textcircled{㉑}$ 에 대입하면

$2\{3x + (2x - 7)\}\{3x - (2x - 7)\} = 2(5x - 7)(x + 7)$ 이고

$(5x - 7)(x + 7) < 0$ 이므로  $-7 < x < \frac{7}{5}$ 을 만족하는

정수  $x$ 는  $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$ 이고

정수  $x$ 의 개수는 8이다.

8. 답 ④

정답률 32%

[출제의도] 이차부등식과 이차함수의 그래프의 관계를 이용하여 명제의 참, 거짓을 판별한다.

$x^2 - 9 \leq 2k(x - a)$

$(x + 3)(x - 3) \leq 2k(x - a)$

ㄱ.  $a = 3$ 일 때,

$(x + 3)(x - 3) \leq 2k(x - 3)$

$x > 3$ 이면  $x + 3 \leq 2k$ ,  $x \leq 2k - 3$

$x = 3$ 은  $k$ 의 값에 관계없이 해가 된다.

$x < 3$ 이면  $x + 3 \geq 2k$ ,  $x \geq 2k - 3$

따라서  $x \leq 3$ 이면 부등식의 해가

$x \leq 2k - 3$ 이 아니다. (거짓)

ㄴ.  $a = 5$ 일 때,

$(x + 3)(x - 3) \leq 2k(x - 5)$

$x^2 - 2kx + 10k - 9 \leq 0$ 이므로

부등식  $x^2 - 2kx + 10k - 9 \leq 0$ 의 해가 존재하지

않으려면 이차방정식  $x^2 - 2kx + 10k - 9 = 0$ 이

서로 다른 두 허근을 가져야 한다. 따라서 이차방정식

$x^2 - 2kx + 10k - 9 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$\frac{D}{4} = k^2 - 10k + 9 < 0$

$(k - 1)(k - 9) < 0$

$1 < k < 9$

$1 < k < 9$ 를 만족시키는 정수  $k$ 는

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이므로

정수  $k$ 의 개수는 7 (참)

ㄷ. 부등식  $(x + 3)(x - 3) \leq 2k(x - a) \dots\dots (*)$ 의 해는

함수  $y = (x + 3)(x - 3)$ 의 그래프가

직선  $y = 2k(x - a)$ 보다 아래쪽에 있는 부분의

$x$ 의 값의 범위이다.

함수  $y = (x + 3)(x - 3)$ 의 그래프는 두 점  $(-3, 0)$

과  $(3, 0)$ 을 지나는 곡선이고,

함수  $y = 2k(x - a)$ 의 그래프는 점  $(a, 0)$ 을 지나고 기울기가  $2k$ 인 직선이다.

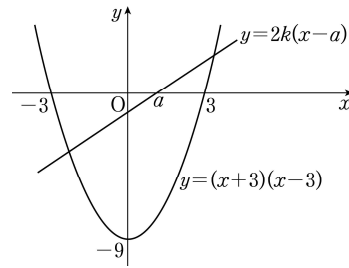
$-3 \leq a \leq 3$ 일 때,

$k \geq 0$ 이면  $x = 3$ 이 부등식  $(*)$ 을 만족시키고

$k < 0$ 이면  $x = -3$ 이 부등식  $(*)$ 을 만족시키므로

$k$ 의 값에 관계없이 부등식  $(*)$ 을 만족시키는

정수  $x$ 의 값은 항상 존재한다. (참)



따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

## <전국연합학력평가 기출 14회>

1. 답 ④

정답률 87%

[출제의도] 복소수의 곱셈을 계산한다.

$i^2 = -1$ 이므로

$i(2 - i) = 2i - i^2 = 2i - (-1) = 2i + 1 = 1 + 2i$

2. 답 ③

정답률 70%

[출제의도] 허근의 성질 이해하기

$x^3 + x^2 + x - 3 = (x - 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$ 이므로

$z_1, z_2$ 는 이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 두 허근이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해  $z_1 z_2 = 3$ 이고  $z_1 = \overline{z_2}$ ,  $z_2 = \overline{z_1}$

따라서  $z_1 \overline{z_1} + z_2 \overline{z_2} = 2z_1 z_2 = 6$

3. 답 ③

정답률 81%

[출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 문제 해결하기

이차함수  $y = -2x^2 + 5x$ 의 그래프와 직선  $y = 2x + k$ 가 적어도 한 점에

서 만나기 위해 방정식

$-2x^2 + 5x = 2x + k$

$2x^2 - 3x + k = 0$

의 판별식  $D$ 가  $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k \geq 0$

$k \leq \frac{9}{8}$

이므로 실수  $k$ 의 최댓값은  $\frac{9}{8}$ 이다.

4. 답 56

정답률 52%

[출제의도] 이차부등식의 해를 이용하여 이차함수의 함숫값을 구한다.

부등식  $f(x) \leq 0$ 의 해가  $-3 \leq x \leq 0$ 이므로

이차함수  $f(x)$ 는

$f(x) = ax(x + 3)$  ( $a > 0$ )이고,

$f(1) = 8$ 이므로

$f(1) = a(1 + 3) = 8$

$a = 2$

따라서  $f(x) = 2x(x + 3)$ 이므로

$f(4) = 56$

5. 답 ③

정답률 70%

[출제의도] 연립이차방정식을 이용하여 도형 문제추론하기

$\overline{AB} = a$ ,  $\overline{EF} = b$ 이고  $\overline{AF} = 5$ ,  $\overline{EB} = 1$ 이므로

$a + b = 6$ ,  $a = 6 - b \dots \textcircled{1}$

이다.

직사각형 EBCI의 넓이는  $a$ , 정사각형 EFGH의

넓이는  $b^2$ 이므로

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

$$a = \frac{1}{4}b^2 \dots ②$$

이다.

①을 ②에 대입하면

$$6 - b = \frac{1}{4}b^2 \text{ 이므로 } b^2 + 4b - 24 = 0 \text{ 이다.}$$

그러므로  $b = -2 \pm 2\sqrt{7}$  이다.

한편, ①과  $a < b$ 에 의해서  $6 - b < b$  이므로  $b > 3$  이다.

따라서  $b = -2 + 2\sqrt{7}$  이다.

6. 답 ⑤

정답률 47%

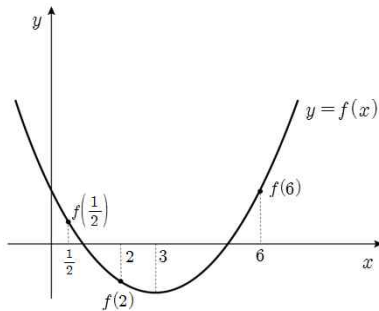
[출제의도] 이차함수의 그래프 추론하기

조건 (나)에서 이차함수  $f(x)$ 는 '모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq f(3)$ ' 이므로  $x = 3$ 에서 최솟값을 가지고,  $x = 3$ 이 대칭축이며 아래로 볼록이다.

ㄱ.  $x = 3$ 이 대칭축이고  $f(1) = 0$ 이므로  $f(5) = 0$ 이다. (참)

ㄴ. 그림과 같이 이차함수  $f(x)$ 가  $x = 3$ 에 대칭이고 아래로 볼록이므로

$$f(2) < f\left(\frac{1}{2}\right) < f(6) \text{ 이다. (참)}$$



ㄷ.  $f(x) = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-1)(x-5) \\ &= a(x^2 - 6x + 5) \\ &= ax^2 - 6ax + 5a \end{aligned}$$

이다.  $f(0) = k$ 이므로

$$k = 5a$$

이다.

$f(x) = kx$ 에서

$$ax^2 - 6ax + 5a = 5ax$$

이고  $a > 0$ 이므로

$$x^2 - 11x + 5 = 0$$

이다. 근과 계수의 관계에 의해 두 실근의 합은 11이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

7. 답 14

정답률 44%

[출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용하여 수학적문제 해결하기

$x^2 + (a-4)x - 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a + 4 \dots\dots ㉠$$

$$\alpha\beta = -1 \dots\dots ㉡$$

$x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \gamma$ 이므로

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \gamma = -a \dots\dots ㉢$$

$$\alpha\gamma = b \dots\dots ㉣$$

㉠, ㉢에서  $\beta - \gamma = 4$ 이므로  $2\alpha = \beta - \gamma$ 에서

$$2\alpha = 4 \text{ 즉, } \alpha = 2$$

$\alpha = 2$ 를 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 대입하여 풀면

$$\beta = -\frac{1}{2}, \gamma = -\frac{9}{2}, a = \frac{5}{2}, b = -9$$

따라서  $2a - b = 5 - (-9) = 14$

8. 답 ①

정답률 34%

[출제의도] 연립부등식의 해 추론하기

$$x^2 - a^2x = x(x - a^2) \geq 0$$

에서  $x \leq 0$  또는  $x \geq a^2$ 이고

$$x^2 - 4ax + 4a^2 - 1 = (x - (2a-1))(x - (2a+1)) < 0$$

에서  $2a-1 < x < 2a+1$ 이다.

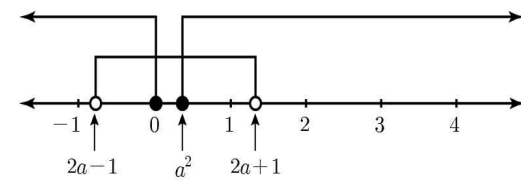
i)  $0 < a < \frac{1}{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$-1 < 2a-1 < x \leq 0 \text{ 또는 } a^2 \leq x < 2a+1 < 2$$

인데  $0 < a^2 < \frac{1}{4}$ 이고  $1 < 2a+1 < 2$ 이므로

$x = 0, 1$ 의 2개 정수해가 존재한다.



ii)  $a = \frac{1}{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$\frac{1}{4} = a^2 \leq x < 2a+1 = 2$$

이므로  $x = 1$ 의 1개 정수해가 존재한다.

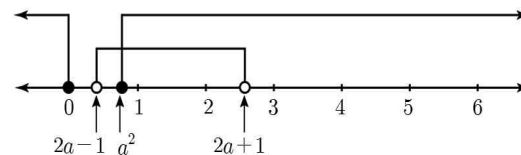
iii)  $\frac{1}{2} < a < 1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데  $\frac{1}{4} < a^2 < 1$ 이고  $2 < 2a+1 < 3$ 이므로

$x = 1, 2$ 의 2개 정수해가 존재한다.



iv)  $a = 1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$1 = a^2 = 2a-1 < x < 2a+1 = 3$$

이므로  $x = 2$ 의 1개 정수해가 존재한다.

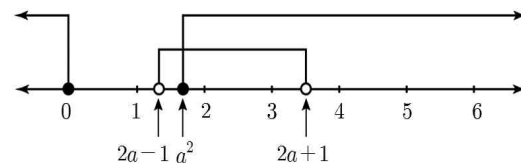
v)  $1 < a < \sqrt{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데  $1 < a^2 < 2$ 이고  $3 < 2a+1 < 1 + 2\sqrt{2} < 4$ 이므로

$x = 2, 3$ 의 2개 정수해가 존재한다.



그러므로 i) ~ v)에 의해

$a = \frac{1}{2}$  또는  $a = 1$ 일 때, 1개 정수해가 존재한다.

따라서 모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $\frac{3}{2}$ 이다.

<전국연합학력평가 기출 15회>

1. 답 ④

정답률 93%

[출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 식의 값을 구한다.



# 전국연합학력평가 기출(1학년)

근과 계수의 관계에 의하여  
 $\alpha + \beta = -2$ ,  $\alpha\beta = 4$  이므로  
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$   
 $= (-2)^2 - 2 \times 4$   
 $= -4$

2. 답 ⑤

정답률 89%

[출제의도] 연립방정식 계산하기

$$\begin{cases} y = 2x + 3 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① 을 ② 에 대입하면  
 $x^2 + 2x + 1 = 0$ ,  $(x+1)^2 = 0$   
 따라서  $x = -1$ ,  $y = 1$  이므로  $a + 3b = 2$

3. 답 ①

정답률 76%

[출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

$|x - 2| < a$  에서  
 $-a < x - 2 < a$   
 $2 - a < x < 2 + a$   
 이다. 이 범위에 속하는 모든 정수  $x$  의 개수가  
 $2 + a - (2 - a) - 1 = 2a - 1 = 19$   
 이므로  $a = 10$  이다.

4. 답 ①

정답률 71%

[출제의도] 삼차방정식의 근을 이해하여 식의 값을 구한다.

$(1+x)(1+x^2)(1+x^4) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4$   
 좌변을 전개하면  
 $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7$   
 이므로  
 $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 = x^7 + x^6 + x^5 + x^4$   
 $1 + x + x^2 + x^3 = 0$   
 $(1+x) + x^2(1+x) = 0$   
 $(1+x)(1+x^2) = 0$   
 $x = -1$  또는  $x^2 = -1$   
 따라서 주어진 방정식의 세 근은  $-1$ ,  $i$ ,  $-i$  이므로  
 $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = (-1)^4 + i^4 + (-i)^4$   
 $= 1 + 1 + 1 = 3$

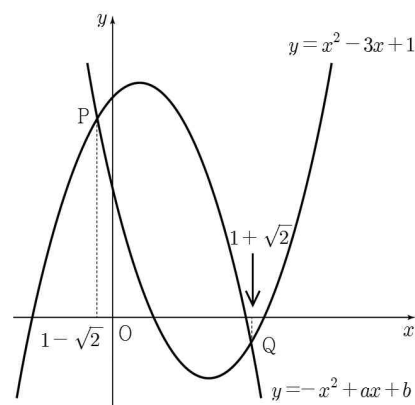
[다른 풀이]

우변을 인수분해하면  
 $x^4(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4\{x^2(x+1) + x+1\}$   
 $= x^4(x^2+1)(x+1)$   
 $(1+x)(1+x^2)(1+x^4) = x^4(1+x)(1+x^2)$   
 $(1+x)(1+x^2)(1+x^4-x^4) = 0$   
 $(1+x)(1+x^2) = 0$   
 $x = -1$  또는  $x^2 = -1$   
 따라서 주어진 방정식의 세 근은  $-1$ ,  $i$ ,  $-i$  이므로  
 $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = (-1)^4 + i^4 + (-i)^4$   
 $= 1 + 1 + 1 = 3$

5. 답 ⑤

정답률 65%

[출제의도] 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제 해결하기



이차함수  $y = -x^2 + ax + b$  의 그래프와 이차함수  
 $y = x^2 - 3x + 1$  의 그래프의 교점의  $x$  좌표는 이차방정식  
 $-x^2 + ax + b = x^2 - 3x + 1$   
 $2x^2 - (3+a)x + 1-b = 0$

의 두 실근이다.  $a, b$  는 유리수이므로 한 근이  $1 - \sqrt{2}$  이면 나머지 한 근은  $1 + \sqrt{2}$  이다.

따라서  $2x^2 - (3+a)x + 1-b = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3+a}{2} = 2, \quad \alpha\beta = \frac{1-b}{2} = -1$$

이다.  $a = 1, b = 3$  이므로  $a + 3b = 10$  이다.

6. 답 ⑤

정답률 39%

[출제의도] 이차부등식과 이차함수의 성질을 이용하여 최댓값과 최솟값의 차를 구한다.

조건 (가)에서  $\frac{1-x}{4} = t$  라 하면  $x = 1 - 4t$  이고,

부등식  $f\left(\frac{1-x}{4}\right) \leq 0$  의 해가  $-7 \leq x \leq 9$  이므로

$$-7 \leq 1 - 4t \leq 9, \quad -2 \leq t \leq 2$$

따라서  $f(t) = k(t-2)(t+2) (k > 0)$  에서

$$f(x) = k(x-2)(x+2) = k(x^2 - 4) \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

라 할 수 있다.

조건 (나)에서 부등식

$$f(x) \geq 2x - \frac{13}{3}$$

이 항상 성립하므로 이차부등식

$$kx^2 - 2x - 4k + \frac{13}{3} \geq 0$$

의 해는 모든 실수이다. 따라서 방정식

$$kx^2 - 2x - 4k + \frac{13}{3} = 0$$

의 판별식을  $D$  라 놓으면

$$\frac{D}{4} = 1 - k\left(-4k + \frac{13}{3}\right)$$

$$= 4k^2 - \frac{13}{3}k + 1 \leq 0$$

$$12k^2 - 13k + 3 \leq 0$$

$$(4k-3)(3k-1) \leq 0$$

$$\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{3}{4}$$

①에서  $f(3) = 5k$  이므로

$$\frac{5}{3} \leq f(3) \leq \frac{15}{4}$$

따라서  $M = \frac{15}{4}, m = \frac{5}{3}$  에서

$$M - m = \frac{15}{4} - \frac{5}{3} = \frac{25}{12}$$

[다른 풀이]

# 전국연합학력평가 기출(1학년)

0 이 아닌 실수  $k$  와 두 상수  $a, b$  에 대하여

$f(x) = k(x-a)(x-b)$  라 하자.

조건 (가)에서  $f\left(\frac{1-x}{4}\right) \leq 0$

$$k\left(\frac{1-x}{4} - a\right)\left(\frac{1-x}{4} - b\right) \leq 0$$

$$k\left(\frac{1-4a-x}{4}\right)\left(\frac{1-4b-x}{4}\right) \leq 0$$

부등식  $k(x+4a-1)(x+4b-1) \leq 0$  의 해가

$$-7 \leq x \leq 9 \text{ 이므로 } k > 0$$

$$-4a+1 = -7, -4b+1 = 9 \text{ 라 하면}$$

$$a = 2, b = -2$$

따라서  $f(x) = k(x-2)(x+2) = k(x^2-4)$  ..... ㉠

조건 (나)에서 부등식

$$f(x) \geq 2x - \frac{13}{3}$$

이 항상 성립하므로 이차부등식

$$kx^2 - 2x - 4k + \frac{13}{3} \geq 0$$

의 해는 모든 실수이다. 따라서 방정식

$$kx^2 - 2x - 4k + \frac{13}{3} = 0$$

의 판별식을  $D$  라 놓으면

$$\frac{D}{4} = 1 - k\left(-4k + \frac{13}{3}\right) = 4k^2 - \frac{13}{3}k + 1 \leq 0$$

$$12k^2 - 13k + 3 \leq 0, (4k-3)(3k-1) \leq 0$$

$$\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{3}{4}$$

㉠에서  $f(3) = 5k$  이므로

$$\frac{5}{3} \leq f(3) \leq \frac{15}{4}$$

따라서  $M = \frac{15}{4}, m = \frac{5}{3}$  에서

$$M - m = \frac{15}{4} - \frac{5}{3} = \frac{25}{12}$$

7. 답 ①

정답률 68%

[출제의도] 이차방정식의 근의 성질을 이용하여 수학내적문제 해결하기

$$\text{주어진 이차방정식에서 } x = \frac{-(m+1) \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$D = (m+1)^2 - 4(2m-1) = m^2 - 6m + 5$$

두 근이 정수가 되기 위해서는  $D$  가 제곱수이거나 0

$D$  가 제곱수가 아니므로  $D = 0$

따라서  $m = 1$  또는  $m = 5$

$m = 1$  일 때,  $x^2 + 2x + 1 = 0$  이므로 두 근은 정수

$m = 5$  일 때,  $x^2 + 6x + 9 = 0$  이므로 두 근은 정수

따라서 모든 정수  $m$  의 값의 합은 6

풀이2)

이차방정식의 두 개의 정수근을  $\alpha, \beta$  라 하면

$$\alpha + \beta = -m - 1 \text{ ..... ㉠}$$

$$\alpha\beta = 2m - 1 \text{ ..... ㉡}$$

㉠에서  $m = -\alpha - \beta - 1$  을 ㉡에 대입하면

$$\alpha\beta = 2(-\alpha - \beta - 1) - 1 \text{ 에서}$$

$$(\alpha + 2)(\beta + 2) = 1$$

$\alpha, \beta$  는 정수이므로

$$\alpha + 2 = 1, \beta + 2 = 1 \text{ 또는}$$

$$\alpha + 2 = -1, \beta + 2 = -1$$

그러므로  $\alpha = \beta = -1$  일 때,  $m = 1$

$$\alpha = \beta = -3 \text{ 일 때, } m = 5$$

따라서 모든  $m$  의 값의 합은 6

8. 답 ④

정답률 38%

[출제의도] 이차함수의 그래프와 직선이 만나는 점을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가

일차함수  $y = h(x)$  의 그래프와

$x = \alpha$  에서 접하므로

이차방정식  $f(x) - h(x) = 0$  은  $x = \alpha$  인 중근을 가진다.

이차함수  $y = f(x)$  의  $x^2$  의 계수는 1 이므로

$$f(x) - h(x) = (x - \alpha)^2$$

$$\text{따라서 } f(x) = (x - \alpha)^2 + h(x)$$

$$\text{같은 방법으로 } g(x) = 4(x - \beta)^2 + h(x)$$

$$\beta = 2\alpha \text{ 이고}$$

두 곡선  $y = f(x), y = g(x)$  가

만나는 점의  $x$  좌표를  $t$  라 하면

$$f(t) = g(t) \text{ 이므로}$$

$$(t - \alpha)^2 + h(t) = 4(t - 2\alpha)^2 + h(t)$$

$$3t^2 - 14\alpha t + 15\alpha^2 = 0$$

$$(3t - 5\alpha)(t - 3\alpha) = 0$$

$$\text{이때 } \alpha < t < 2\alpha \text{ 이므로 } t = \frac{5}{3}\alpha$$

$$\text{따라서 } \frac{t}{\alpha} = \frac{5}{3}$$

## <전국연합학력평가 기출 16회>

1. 답 29

정답률 29%

[출제의도] 두 점 사이의 거리를 계산한다.

$$\overline{AB} = \sqrt{(4+1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{29}$$

선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$$\overline{AB}^2 = 29$$

2. 답 18

정답률 78%

[출제의도] 좌표평면 위에서 외분점의 좌표 계산하기

두 점 A(2, 4), B(-2, 5)를 잇는 선분 AB를

1:2로 외분하는 점의 좌표는

$$(x, y) = \left(\frac{1 \times (-2) - 2 \times 2}{1-2}, \frac{1 \times 5 - 2 \times 4}{1-2}\right) = (6, 3)$$

$$\therefore xy = 18$$

3. 답 ②

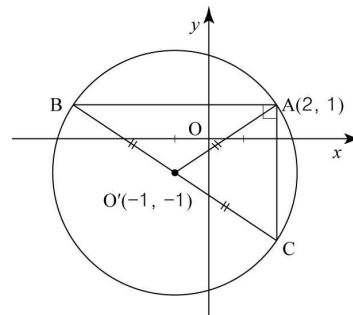
정답률 79%

[출제의도] 두 점 사이의 거리를 구하여 수학내적문제 해결하기

삼각형 ABC의 외심을 O'라 하면, 외심 O'에서 각 꼭짓점까지의 거리가

같으므로 O'는 변 BC의 중점이다. 따라서 외심의 성질에 의해 삼각형

ABC는 변 BC를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.



그러므로  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$  이고  $\overline{BC} = 2\overline{O'A}$  이므로

$$\overline{BC}^2 = 4\overline{O'A}^2 = 4(3^2 + 2^2) = 52$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 52$$