직사각형의 대각선은 어떤 성질이 있을까?

생각 열기 모니터의 크기는 일반적으로 화면의 대각선의 길이를 이용하여 나타낸다.

준비물
자

❶ 모니터의 화면은 어떤 모양인지 말해 보자.

❷ 두 대각선을 그은 후 그 길이가 같은지 확인해 보자.

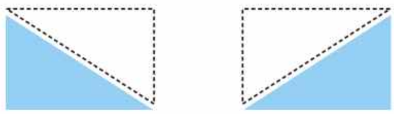
직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

직사각형은 네 내각의 크기가 90°로 모두 같으므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. 따라서 직사각형은 평행사변형이므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

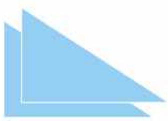
생각 열기에서 직사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같음을 알 수 있다. 이 성질이 항상 옳은지 알아보자.

관찰하여 확인하기

합동인 직사각형 모양의 종이 2장을 서로 다른 대각선을 따라 오려 내면 두 삼각형은 다음 그림과 같이 완전히 포개어진다.

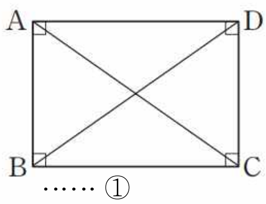


따라서 두 대각선의 길이가 같음을 알 수 있다.



수학으로 설명하기

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 대각선 AC와 BD를 긋자.



$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$ ······ ①

$\angle ABC=\angle DCB=90^\circ$ ······ ②

$\overline{BC}$는 공통 ······ ③

①, ②, ③에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS합동)

이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$

즉, 직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.

따라서 직사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 이등분한다.

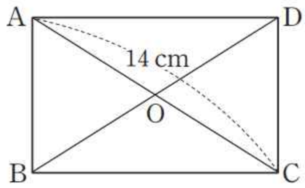
거꾸로 두 대각선의 길이가 서로 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 직사각형이다.

배우고 익히는 수학

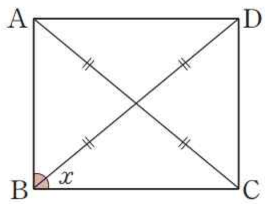
1 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 다음을 구하시오.

(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) $\overline{OC}$의 길이

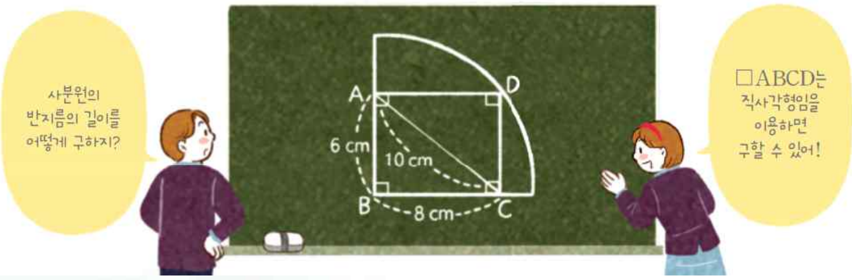


2 오른쪽 그림과 같이 두 대각선의 길이가 서로 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형 ABCD에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.



의사소통

3 다음 두 학생의 대화를 읽고, 사분원에서 반지름의 길이를 직접 재어 보지 않고 구할 수 있는 방법을 말해 보자.



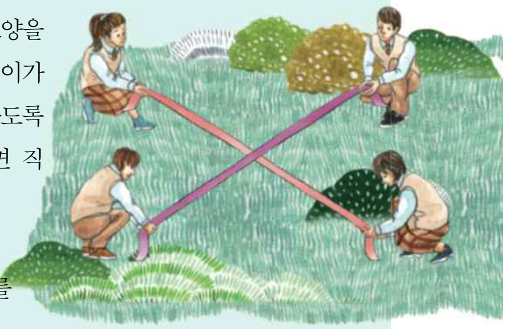
창의·융합

163쪽

집터를 직사각형으로 만들려면 어떻게 할 수 있을까?

건축 봉사단은 건물 바닥이나 운동장 경계와 같은 직사각형 모양을 만들기 위해 대각선의 성질을 활용한다. 오른쪽 그림과 같이 길이가 같은 2개의 끈을 잘라 이 2개의 끈이 각 끈의 중점에서 만나도록 곧고 팽팽하게 잡아당긴 후 끈의 끝의 위치를 표시하면 직사각형 모양을 만들 수 있다.

우리 생활 속에서 직사각형의 대각선의 성질을 활용하는 또 다른 예를 찾아보자.



오늘 수업의 물음표와 느낌표는?

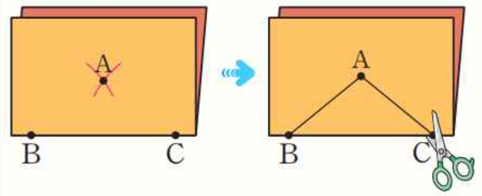
마름모의 대각선은 어떤 성질이 있을까?

탐구 활동 색종이를 이용하여 다음과 같은 활동을 해 보자.

준비물
색종이, 가위, 자, 컴퍼스, 각도기

㉮ 색종이를 반으로 접고 접은 선 위에 두 점 B, C를 표시한다.

㉯ 두 점 B, C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원의 일부를 각각 그려 만나는 점에 A를 표시한다.



㉰ 선분 AB와 AC를 그리고 선분 AB, AC를 따라 잘라서 사각형을 만든다.

㉱ 사각형에 두 대각선을 긋는다.

❶ 활동 ㉰에서 잘라 낸 사각형은 어떤 사각형인지 말해 보자.

❷ 활동 ㉱에서 그은 두 대각선은 서로 수직인지 말해 보자.

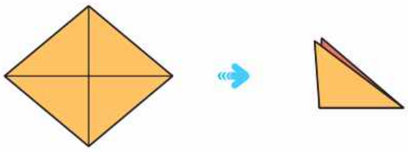
마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. 따라서 마름모는 평행사변형이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

탐구 활동에서 마름모의 두 대각선은 서로 수직임을 알 수 있다. 이 성질이 항상 옳은지 알아보자.

관찰하여 확인하기

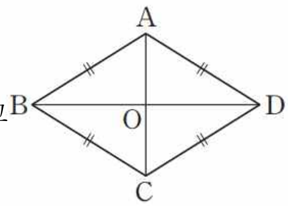
탐구 활동에서 만든 마름모를 다음 그림과 같이 두 대각선을 따라 접으면 완전히 포개어진다.



따라서 두 대각선은 서로 수직임을 알 수 있다.

수학으로 설명하기

오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자.



$\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서

$\overline{OB}=\overline{OD}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{OA}$는 공통

이므로 $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (SSS합동)

이때, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

즉, 마름모의 두 대각선은 서로 수직이다.

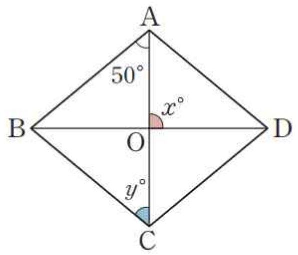
따라서 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

거꾸로 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모이다.

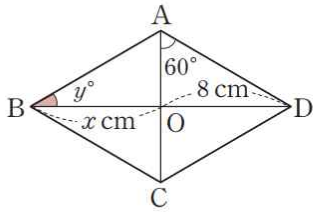
배우고 익히는 수학

1 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)



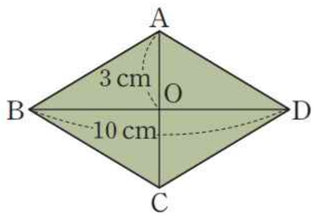
(2)



2 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 다음을 구하시오.

(1) $\overline{OB}$와 $\overline{OC}$의 길이

(2) 마름모의 넓이



수학 꾸러미

전통 문양 속의 마름모 창

창의 · 융합

우리 조상들은 직사각형, 마름모 등 다양한 기하학적 문양을 이용하여 건축물, 의복, 생활 소품 등에서 아름다움을 추구하였다.

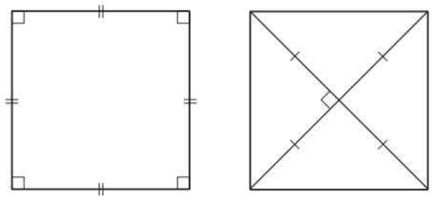
조사해 보기 우리 문화유산에서 마름모를 찾아보자.

정사각형의 대각선은 어떤 성질이 있을까? 또, 여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있을까?

정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다. 즉, 정사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

또, 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다. 즉, 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.



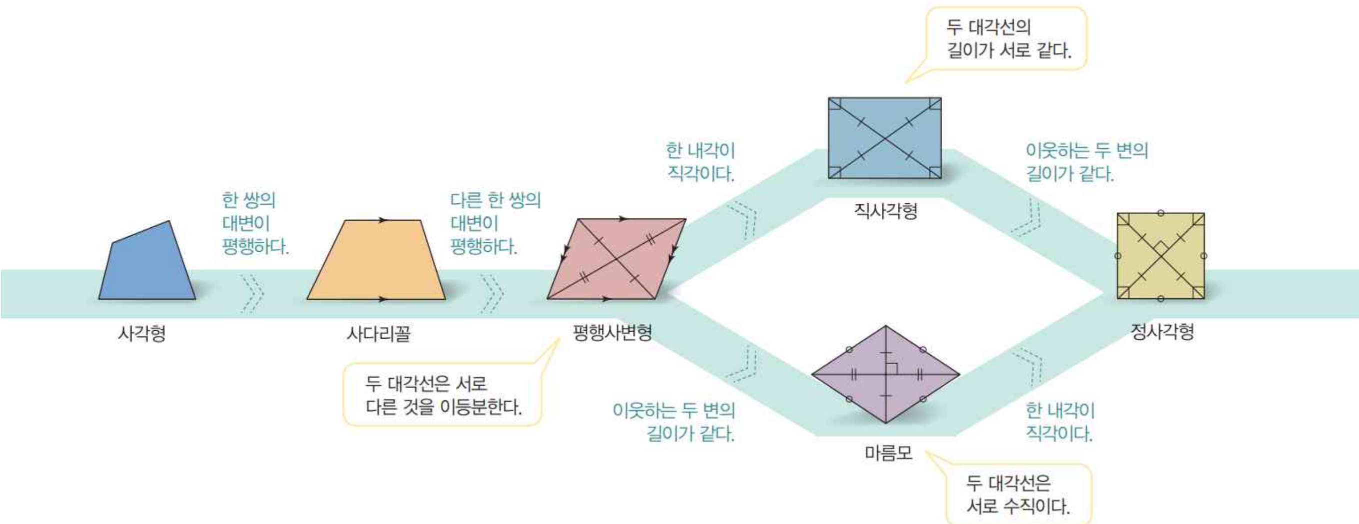
따라서 정사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

거꾸로 두 대각선의 길이가 서로 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

이제 여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보자.

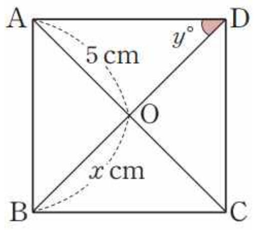
한 쌍의 대변이 평행한 사각형은 사다리꼴이고, 사다리꼴 중에서 또 다른 한 쌍의 대변이 평행한 사각형은 평행사변형이다. 또, 평행사변형 중에서 한 내각이 직각인 것은 직사각형이고, 이웃하는 두 변의 길이가 같은 것은 마름모이다. 그리고 직사각형이면서 동시에 마름모인 것은 정사각형이다.

여러 가지 사각형 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

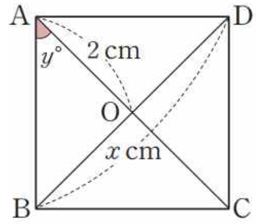


1 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)



(2)



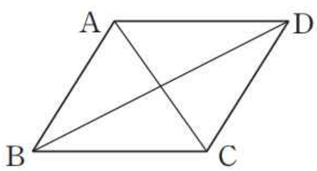
2 다음 표에서 주어진 성질이 옳으면 ○표, 옳지 않으면 ×표를 빈칸에 써넣으시오.

성질	사다리꼴	평행사변형	직사각형	마름모	정사각형
두 쌍의 대변이 각각 평행하다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.					
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.					
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.					
두 대각선의 길이가 서로 같다.					
두 대각선이 서로 수직이다.					

와글와글 수학 쓰기

문제 해결 추론

평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족시키면 어떤 사각형이 되는지 보기와 같이 써 보자. 또, 그 까닭을 보기와 같이 써 보자.



보기

조건

$\angle A = 90°$

➡ 직사각형

까닭

모든 각의 크기가 같아지므로 직사각형이 된다.

조건

$\angle A = 90°$,

$\overline{AB} = \overline{BC}$

➡

조건

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

➡

까닭

조건

$\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

➡

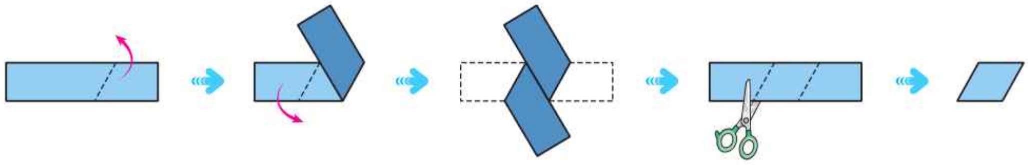
까닭

집중! 교과 역량 더하기

창의 · 융합 의사소통

1 평행사변형 접기

폭이 일정한 종이띠를 다음 그림과 같이 접은 후 자르면 평행사변형을 만들 수 있다.



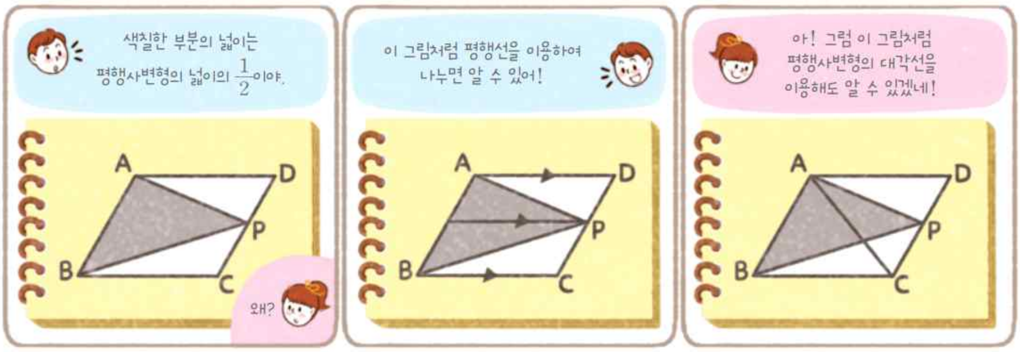
(1) 위에서 만든 사각형이 평행사변형이 됨을 설명해 보자.

(2) 여러 가지 종이를 이용하여 평행사변형을 접어 보고, 평행사변형이 되는 까닭을 친구에게 설명해 보자.

문제 해결

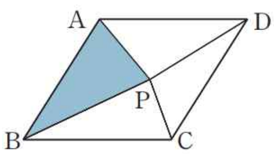
2 평행사변형과 넓이

다음은 평행사변형 ABCD를 보고 학생들이 나눈 대화이다.



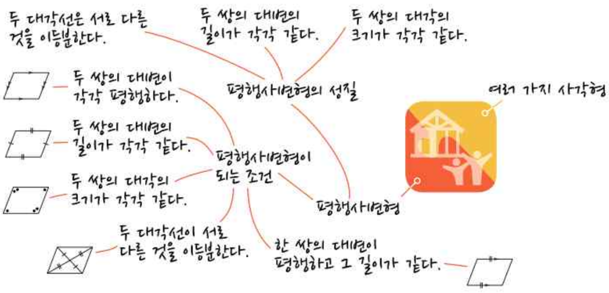
(1) △ABC와 △ABP의 넓이가 같은 까닭을 말해 보자.

(2) 오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 60 cm^2이고, △CDP의 넓이는 10 cm^2일 때, △ABP의 넓이를 위의 (1)을 이용하여 구해 보자.



스스로 쑥쑥 중단원 마무리

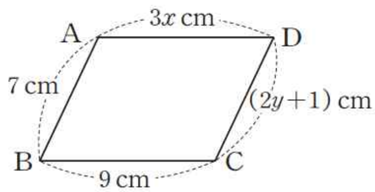
한눈에 보는 사각형의 성질 다음과 같이 배운 내용을 정리해 보자.



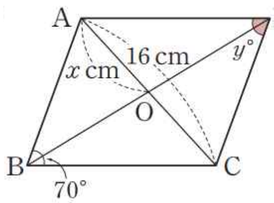
기초

1 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오.

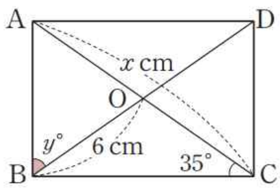
(1)



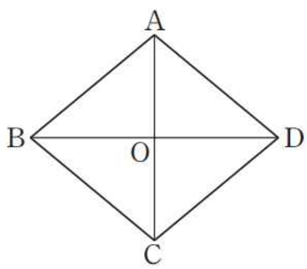
(2)



2 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오.



3 오른쪽 그림의 □ABCD가 마름모일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



(1) $\overline{OA}=\square$

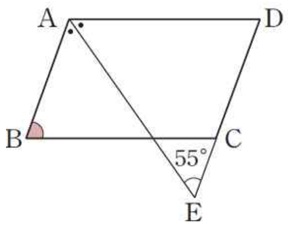
(2) $\overline{AC}\ \square\ \overline{BD}$

(3) $\overline{AB}=\square=\overline{CD}=\square$

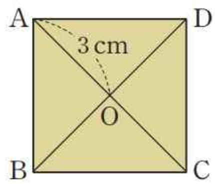
(4) $\angle A=\square$, $\angle B=\square$

기본

4 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{DC}$의 연장선이 만나는 점을 E라고 할 때, $\angle ABC$의 크기를 구하시오.



5 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, $\overline{OA}=\underline{3}$ cm이다. 이때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



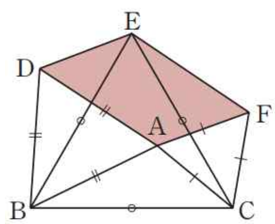
문제 만들기 밑줄 친 부분의 수를 바꾸어 문제를 만들고 친구와 바꾸어 풀어 보자.

6 다음 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 x개, 두 대각선의 길이가 서로 같은 것은 y개, 두 대각선이 직교하는 것은 z개일 때, $x+y+z$의 값을 구하시오.

ㄱ 사다리꼴 ㄴ 평행사변형 ㄷ 직사각형
ㄹ 마름모 ㅁ 정사각형

발전

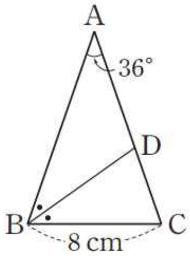
7 오른쪽 그림에서 $\triangle ADB$, $\triangle ACF$, $\triangle BCE$는 $\triangle ABC$의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. 이때, □AFED는 어떤 사각형인지 설명하시오.



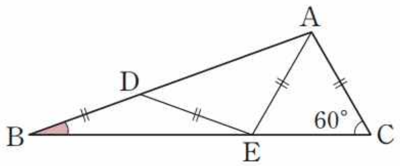
★스스로 점검 복습이 필요한 문항은 아래 교과서 쪽에서 찾아 확인해 봅시다.

문항 번호	1	2	3	4	5	6	7
되돌아보기	165쪽 1, 2 167쪽 1	173쪽 1	175쪽 1	165쪽 2, 3	177쪽 1	177쪽 2	171쪽 4

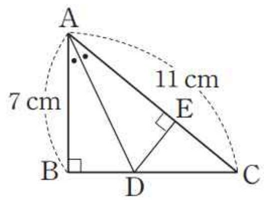
1 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle B$의 이등분선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 D라고 할 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



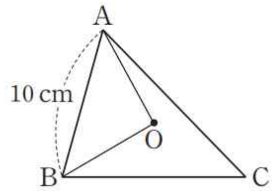
2 다음 그림에서 $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EA}=\overline{AC}$ 이고 $\angle ACE=60°$ 일 때, $\angle B$의 크기를 구하시오.



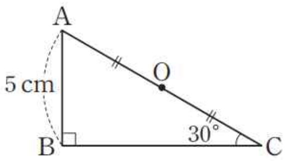
3 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이고 $\overline{DE}\perp\overline{AC}$일 때, $\overline{EC}$의 길이를 구하시오.



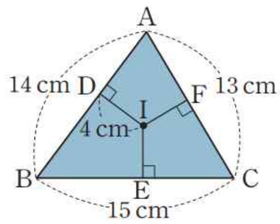
4 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB}=10$ cm이고, $\triangle OAB$의 둘레의 길이가 24 cm일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.



5 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C = 30^\circ$, $\overline{AB} = 5$ cm이고, 점 O가 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, △ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.

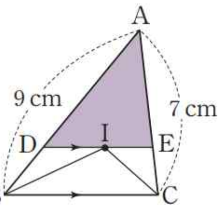


6 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이고,
$\overline{AB} = 14$ cm,
$\overline{BC} = 15$ cm,
$\overline{CA} = 13$ cm,
$\overline{ID} = 4$ cm일 때, △ABC의 넓이는?



① 80 cm^2　② 82 cm^2　③ 84 cm^2
④ 86 cm^2　⑤ 88 cm^2

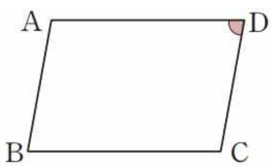
7 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, △ADE의 둘레의 길이는?



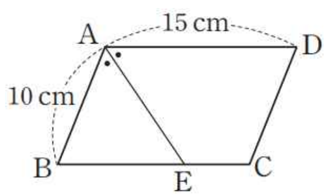
① 14 cm　② 16 cm　③ 18 cm
④ 20 cm　⑤ 21 cm

대단원 마무리

8 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A와 ∠B의 크기의 비가 5 : 4일 때, ∠D의 크기를 구하시오.



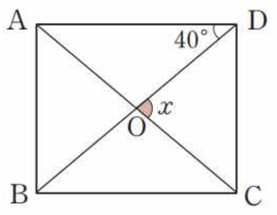
9 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라고 할 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하시오.



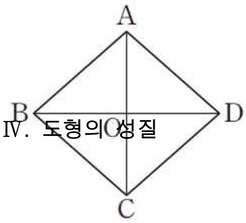
10 다음 중 □ABCD가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

① $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=4$, $\overline{DA}=5$
② $\angle A=110^\circ$, $\angle B=70^\circ$, $\angle C=110^\circ$
③ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=6$
④ $\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=3$, $\overline{OC}=2$, $\overline{OD}=3$
⑤ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=8$, $\overline{AD}=8$

11 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle ADO=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

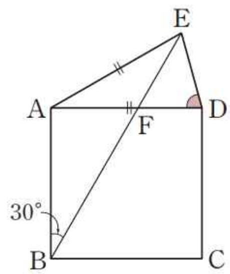


12 다음 중 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
② $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$
③ $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
④ $\overline{BD}$는 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이다.
⑤ $\triangle ABO \equiv \triangle CBO \equiv \triangle CDO \equiv \triangle ADO$

13 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle ABF=30^\circ$일 때, $\angle EDF$의 크기는?



① 70°　② 75°　③ 80°
④ 85°　⑤ 90°

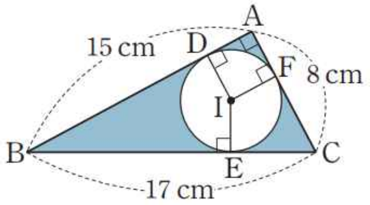
14 다음 중 옳은 것을 모두 찾으시오.

㉠ 직사각형은 평행사변형이다.
㉡ 평행사변형은 마름모이다.
㉢ 마름모는 정사각형이다.
㉣ 정사각형은 직사각형이다.

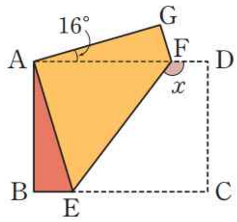
서술형 문제

[15~16] 다음 문제의 풀이 과정을 자세히 써 보자.

15 다음 그림에서 점 I는 $\angle A=90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이고, 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB}=15$ cm, $\overline{BC}=17$ cm, $\overline{CA}=8$ cm일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



16 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 꼭짓점 C가 꼭짓점 A에 오도록 접었다. $\angle GAF=16^{\circ}$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



나의 단원 일기

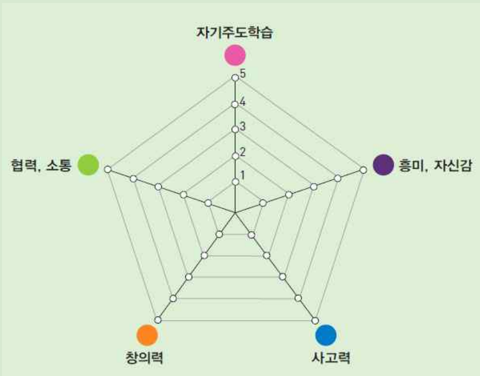
◉ **내 생각 내 표현**

이 단원을 배우면서 가장 흥미로웠던 부분은 무엇인지 써 보자.

이 단원을 배우면서 이해하는 데 시간이 가장 많이 걸렸던 부분은 무엇인지 써 보자.

◉ **스스로 평가하기**

이 단원을 배우고 나서 나의 점수를 항목별로 1~5점까지 표시하고 선으로 연결해 보자.



정답 및 해설

IV 도형의 성질

준비 학습 p.142

1 △DEF ≡ △KLJ(SAS 합동)
2 (1) $35°$ (2) $70°$
3 (1) $50°$ (2) $110°$
4 (1) 평행사변형 (2) 직사각형 (3) 마름모

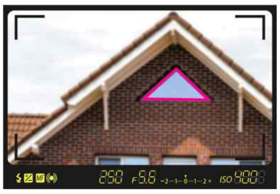
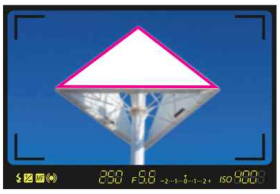
1 삼각형의 성질

1. 이등변삼각형의 성질

이등변삼각형에는 어떤 성질이 있을까? p.144~145

탐구 활동

❶ 예시 다음 그림과 같이 이등변삼각형을 찾을 수 있다.

❷ 예시 이등변삼각형의 두 밑각의 크기를 각도기를 사용하여 측정하면 두 밑각의 크기는 같다. 따라서 이등변삼각형은 두 밑각의 크기가 같다는 성질이 있음을 추측할 수 있다.

1 (1) 65 (2) 5
2 $105°$
3 지아, 태연
예시 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

이등변삼각형이 되는 조건은 무엇일까? p.146~147

탐구 활동

❶ 빨간색으로 색칠한 두 변의 길이는 같다.
❷ 친구들이 만든 삼각형에서도 결과는 같다.

1 (1) 12 (2) 9
2 7 cm
3 14 cm

수학 꾸러미

조사해 보기 예시 다음이 성립함을 설명하였다.
❶ 원은 임의의 지름으로 이등분된다.
❷ 두 삼각형에서 대응하는 두 각의 크기가 서로 같고 대응하는 한 변의 길이가 서로 같으면 그 두 삼각형은 합동이다.
(자료: Eves, H.(허민 · 오혜영 역), “수학의 기초와 기본 개념”)

2. 직각삼각형의 합동 조건

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동일까? p.148~149

생각 열기

❶ $\angle B=60°$, $\angle E=60°$
❷ 합동이다.
△ABC와 △DEF에서
$\angle B=\angle E=60°$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D=30°$
이므로 △ABC ≡ △DFE(ASA 합동)

1 △ABC ≡ △DFE(RHA 합동)
2 (1) $x=7$, $y=30$ (2) $x=3$, $y=7$
3 $60\ \text{cm}^2$

빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동일까? p.150~151

탐구 활동

❶ 두 선분 BC와 EF의 길이가 같다.
❷ 합동이다.

예시 두 삼각형에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 두 직각삼각형은 합동이다.

❶ 점 I를 지난다.
❷ 점 I에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

1 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(RHS 합동)

2 (1) $x=60$, $y=5$ (2) $x=2$, $y=34$

와글와글 수학 활동

예시 자원 순환의 날 ➡ 9월 6일 (RHA 합동)
차 없는 날 ➡ 9월 22일 (RHS 합동)
에너지의 날 ➡ 8월 22일 (ASA 합동)

3. 삼각형의 외심과 내심

삼각형의 외심이란 무엇일까? p.152~154

탐구 활동

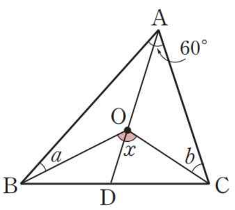
❶ 점 O를 지난다.
❷ 점 O에서 세 꼭짓점을 이르는 거리는 같다.

1 (1) $x=5$, $y=6$ (2) $x=8$, $y=6$

2 (1) $10°$

(2) $120°$

풀이 • 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, O를 연결한 연장선이 BC와 만나는 점을 D라 하고, $\angle OBA=\angle a$, $\angle OCA=\angle b$라고 하자.



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$

$\angle BOD=\angle OAB+\angle OBA=2\angle a$

또, $\triangle OCA$는 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\angle OCA=\angle b$

$\angle COD=\angle OAC+\angle OCA=2\angle b$

이때, $\angle A=\angle a+\angle b=60°$이므로

$\angle x=\angle BOD+\angle COD=2\angle a+2\angle b$

$=2(\angle a+\angle b)=2\times 60°=120°$

삼각형의 내심이란 무엇일까? p.155~157

탐구 활동

1 (1) $30°$ (2) $35°$

2 (1) $30°$

(2) $119°$

풀이 • $\triangle ABC$에서

$\angle ABC+\angle BCA+\angle CAB=180°$이므로

$\angle ABC+\angle BCA=180°-\angle CAB$

$=180°-58°$

$=122°$

이때,

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle ICB=\frac{1}{2}\angle BCA$이므로

$\angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle BCA$

$=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle BCA)$

$=\frac{1}{2}\times 122°=61°$

따라서 $\triangle IBC$에서

$\angle x=180°-(\angle IBC+\angle ICB)$

$=180°-61°=119°$

집중! 교과 역량 더하기 p.158~159

1 진우의 방법

$\overline{AF}=30-r$ (cm), $\overline{BE}=40-r$ (cm)

$\overline{IA}$를 그으면 $\triangle IAD$와 $\triangle IAF$에서

$\angle IDA=\angle IFA=90°$, $\overline{IA}$는 공통, $\angle IAD=\angle IAF$

이므로 $\triangle IAD \equiv \triangle IAF$(RHA 합동)

즉, $\overline{AD}=\overline{AF}=30-r$ (cm)

같은 방법으로 $\overline{BD}=\overline{BE}=40-r$ (cm)이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(30-r)+(40-r)$

$=70-2r$ (cm)

따라서 $70-2r=50$이므로 $-2r=-20$

$r=10$ (cm)

수미의 방법

$\frac{1}{2}\times 30\times 40=\frac{1}{2}\times 50\times r+\frac{1}{2}\times 40\times r+\frac{1}{2}\times 30\times r$

즉, $600=25r+20r+15r$이므로 $600=6r$

$r=10$ (cm)

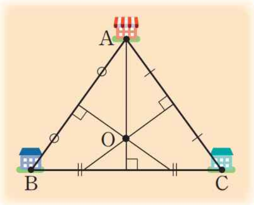
예시 진우는 직각삼각형의 합동을 이용하여 계산하였

고, 수미는 삼각형의 넓이를 이용하여 계산하였다.

즉, $\angle a+\angle b+\angle c=90^\circ$ 이므로

정답 및 해설

2 예시 삼각형의 외심은 세 꼭짓점에서 같은 거리에 있다. 따라서 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심 O를 찾아 그 위치에 물류 창고를 만들면 된다.



3 예시 다음과 같이 수평계를 이용하여 수평임을 확인하고, 사진을 찍을 수 있다.

스스로 쏙쏙 중단원 마무리 p.160~161

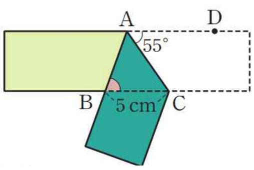
1 (1) 70 (2) 5

2 $\triangle ABC \equiv \triangle JKL$ (RHA 합동)

3 (1) 20° (2) 40°

4 (1) 50° (2) 4 cm

문제 만들기 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 종이띠를 $\overline{AC}$를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle DAC=55^\circ$, $\overline{BC}=5$ cm일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\angle ABC$의 크기 (2) $\overline{AB}$의 길이

답 (1) 70° (2) 5 cm

5 14 6 (1) 4 cm (2) 40 cm^2

7 15°

풀이 • 오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b=40^\circ$

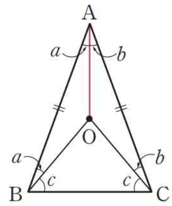
$\triangle ABC$에서 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$2(\angle a+\angle b+\angle c)=180^\circ$

$40^\circ+\angle c=90^\circ$

$\angle c=50^\circ$, 즉 $\angle OBC=50^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로



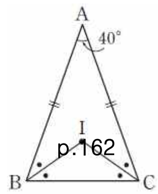
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$

따라서

$\angle x=\angle OBC-\angle IBC=50^\circ-35^\circ=15^\circ$

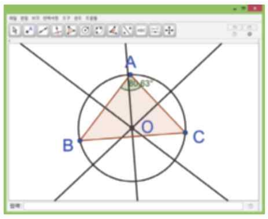


직접 해 보는 수학 교실

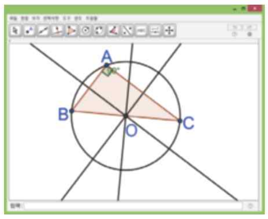
p.162

활동 예시 $\angle A$의 크기에 따른 외심 O의 위치를 관찰하면 다음과 같다.

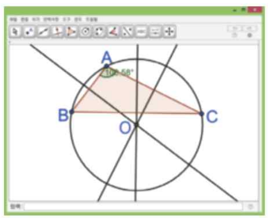
(1) $\angle A$의 크기가 예각일 때에는 오른쪽 그림과 같이 외심 O는 삼각형의 내부에 위치한다.



(2) $\angle A$의 크기가 직각일 때에는 오른쪽 그림과 같이 외심 O는 빗변의 중점에 위치한다.



(3) $\angle A$의 크기가 둔각일 때에는 오른쪽 그림과 같이 외심 O는 삼각형의 외부에 위치한다.



2 사각형의 성질

1. 평행사변형

평행사변형의 대변과 대각은 어떤 성질이 있을까? p.164~165

탐구 활동

❶ 예시 서로 마주 보는 변의 길이는 각각 같다.
서로 마주 보는 각의 크기는 각각 같다.

❷ 예시 평행사변형에서 두 쌍의 마주 보는 변의 길이는 각각 같고, 두 쌍의 마주 보는 각의 크기도 각각 같다.

1 (1) $x=7$, $y=6$　　(2) $x=9$, $y=5$

2 (1) $\angle x=130°$, $\angle y=50°$　　(2) $\angle x=50°$, $\angle y=60°$

3 $70°$

수학 꾸러미

조사해 보기 예시 평행사변형을 이용한 물건에는 오른쪽 그림과 같이 계단 난간이 있다.

평행사변형의 대각선은 어떤 성질이 있을까? p.166~167

탐구 활동

❶ 같다.　　❷ 같다.　　❸ 같다.

1 (1) $x=6$, $y=4$　　(2) $x=12$, $y=5$

2 22 cm

와글와글 수학 활동

완성한 명언: 내가 푼 문제는 다른 문제를 풀 때 사용할 수 있는 또 하나의 법칙이다.
예시 지금 배우는 내용을 충분히 이해하여 다른 문제를 해결할 때 도움이 되도록 해야겠다.

평행사변형이 되는 조건은 무엇일까? p.170~171

1 (1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.
(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
(3) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.
(4) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

2 평행사변형인 것: (2), (4)
(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

3 $x=120$, $y=6$

4 (1) 예시 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
(2) 예시 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

와글와글 수학 활동

예시 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$가 나온 경우
조건 완성하기 ➡ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$
두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

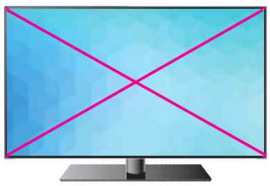
2. 여러 가지 사각형

직사각형의 대각선은 어떤 성질이 있을까? p.172~173

생각 열기

❶ 직사각형

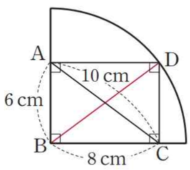
❷ 두 대각선을 그으면 오른쪽 그림과 같다. 이때, 두 대각선의 길이가 서로 같다.



정답 및 해설

1 (1) 14 cm (2) 7 cm 2 90°

3 오른쪽 그림과 같이 □ABCD에서 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{BD}$의 길이가 사분원의 반지름의 길이이다. 이때, 직사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같으므로



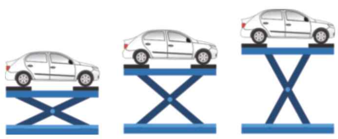
$\overline{BD}=\overline{AC}=10$ (cm)

따라서 사분원의 반지름의 길이는 10 cm이다.

집터를 직사각형으로 만들려면 어떻게 할 수 있을까?

예시 리프트로 자동차를 들어 올릴 때, 자동차가 미끄러지지 않게 들어 올리려면 리프트는 항상 수평을 유지해야 한다.

이때, 다음 그림에서 리프트의 가운데 부분을 두 대각선이라고 생각하면 이 둘은 항상 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 이등분한다. 따라서 리프트가 어떻게 움직이더라도 항상 직사각형을 유지할 수 있다.



마름모의 대각선은 어떤 성질이 있을까? p.174~175

탐구 활동

❶ 마름모 ❷ 수직이다.

1 (1) $x=90$, $y=50$ (2) $x=8$, $y=30$

2 (1) $\overline{OB}=5$ cm, $\overline{OC}=3$ cm (2) 30 cm^2

수학 꾸러미

조사해 보기 예시 오른쪽과 같이 마름모무늬 벽돌에서마름모를 찾을 수 있다.

정사각형의 대각선은 어떤 성질이 있을까? 또, 여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있을까? p.177

1 (1) $x=5$, $y=45$ (2) $x=4$, $y=45$

2

성질	사다리꼴	평행사변형	직사각형	마름모	정사각형
두 쌍의 대변이 각각 평행하다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.	×	○	○	○	○
두 대각선의 길이가 서로 같다.	×	×	○	×	○
두 대각선이 서로 수직이다.	×	×	×	○	○

와글와글 수학 쓰기

예시 • 조건 $\angle A=90°$, $\overline{AB}=\overline{BC}$ ➡ 정사각형

까닭 네 내각의 크기와 네 변의 길이가 각각 같아지므로 정사각형이 된다.

• 조건 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ➡ 마름모

까닭 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하게 되므로 마름모가 된다.

• 조건 $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ➡ 정사각형

까닭 두 대각선의 길이가 서로 같아지고, 서로 다른 것을 수직이등분하게 되므로 정사각형이 된다.

집중! 교과 역량 더하기 p.178~179

1 (1) 예시 오른쪽 그림에서

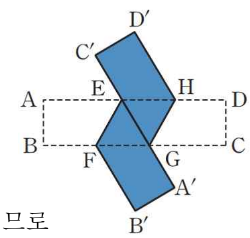
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle HEG=\angle FGE$ (엇각)

또,

$\angle AEF=\angle FEG$ (접은 각),

$\angle CGH=\angle HGE$ (접은 각)이므로



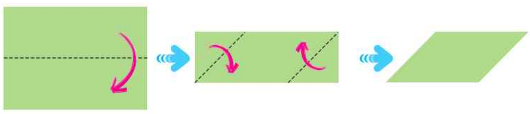
$\angle FEG = \frac{1}{2} \times (180° - \angle HEG)$

$= \frac{1}{2} \times (180° - \angle FGE)$

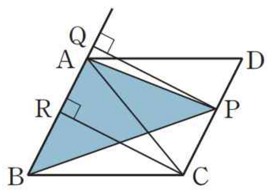
$= \angle HGE$

즉, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{EF} /\!/ \overline{HG}$이다.
따라서 □EFGH는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

(2) 예시 직사각형 모양의 종이를 다음과 같이 접으면 접히는 부분의 삼각형이 직각이등변삼각형이므로 평행사변형의 각 내각의 크기는 45°, 135°, 45°, 135°가 된다.
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.



2 (1) 예시 오른쪽 그림과 같이 두 점 P, C에서 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라고 하면 □QRCP는 직사각형이므로 $\overline{QP} = \overline{RC}$

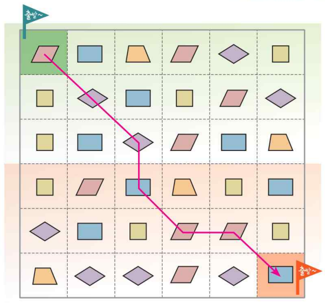


즉, △ABC와 △ABP의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로 그 넓이는 서로 같다.

(2) $20\ cm^2$

3 예시 다음과 같은 순서로 카드를 뽑을 때, 아래와 같이 친구의 출발점에 도착할 수 있다.

- 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- 네 내각의 크기가 모두 같다.
- □ABCD에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$
- 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
- 두 대각선의 길이가 서로 같다.



스스로 쓱쓱 중단원 마무리 p.180~181

1 (1) $x=3$, $y=3$ (2) $x=8$, $y=70$

2 $x=12$, $y=55$

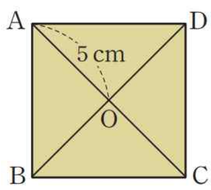
3 (1) $\overline{OC}$ (2) $\perp$

(3) $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ (4) $\angle C$, $\angle D$

4 70°

5 $18\ cm^2$

문제 만들기 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, $\overline{OA} = 5$ cm이다. 이때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



답 $50\ cm^2$

6 8

7 평행사변형

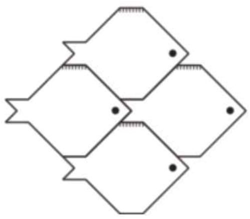
풀이 • △ABC와 △DBE에서
$\overline{AB} = \overline{DB}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$
$\angle ABC = 60° - \angle EBA = \angle DBE$
이므로 △ABC ≡ △DBE (SAS 합동)
즉, $\overline{AC} = \overline{DE}$이므로 $\overline{DE} = \overline{AF}$ ……①
△ABC와 △FEC에서
$\overline{AC} = \overline{FC}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$
$\angle ACB = 60° - \angle ECA = \angle FCE$
이므로 △ABC ≡ △FEC (SAS 합동)
즉, $\overline{BA} = \overline{EF}$이므로 $\overline{EF} = \overline{DA}$ ……②
①, ②에서 □AFED는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

정답 및 해설

직접 해 보는 수학 교실 p.182

❶ 예시

❷ 예시 오른쪽 그림은 마름모를 이용하여 만든 쪽매 맞춤 작품이다.



실력 쑥쑥 대단원 마무리 p.183~185

1 8 cm	2 20°	3 4 cm	4 7 cm
5 5 cm	6 ③	7 ②	8 80°
9 5 cm	10 ③	11 80°	12 ②
13 ②	14 ㉠, ㉣		

15 원 I의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA = \triangle ABC$이므로

$\frac{1}{2}\times 15\times r+\frac{1}{2}\times 17\times r+\frac{1}{2}\times 8\times r=\frac{1}{2}\times 15\times 8$ ······❶

$20r=60$, $r=3$ ······❷

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 15\times 8-\pi\times 3^2=60-9\pi$ (cm^2) ······❸

답 $(60-9\pi)$ cm^2

구분	평가 요소	배점
해결 과정	❶ 원 I의 반지름의 길이에 대한 식 세우기	40 %
	❷ 원 I의 반지름의 길이 구하기	30 %
답	❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

16 $\triangle ABE$와 $\triangle AGF$에서

$\angle ABE=\angle AGF=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AG}$

$\angle BAE=90^\circ-\angle EAF=\angle GAF$

즉, $\triangle ABE\equiv\triangle AGF$ (ASA 합동)이므로

$\angle AEB=\angle AFG=180^\circ-(90^\circ+16^\circ)$

$=180^\circ-106^\circ=74^\circ$ ······❶

이때, $\angle AEF=\angle FEC$ (접은 각)이므로

$\angle AEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle AEB)$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-74^\circ)=53^\circ$ ······❷

또, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle x=\angle BEF=\angle AEB+\angle AEF$

$=74^\circ+53^\circ=127^\circ$ ······❸

답 127°

구분	평가 요소	배점
해결 과정	❶ $\angle AEB$의 크기 구하기	40 %
	❷ $\angle AEF$의 크기 구하기	30 %
답	❸ $\angle x$의 크기 구하기	30 %

수행 과제 p.187

예시

이름 / 친구 이름	김민혁 / 이수정

친구가 가지고 있는 원의 일부와 내가 복원한 부분을 비교해 보니 모양과 무늬가 일치했다.