학번:	이름:

2024년 확률과통계
1학기 2차고사 학습자료

출처: 2024학년도 5월 고3 전국연합학력평가
(2024.5.8. 시행) 23번, 24번, 28번
2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가
(2023.6.1. 시행) 24번, 30번

2024학년도 5월 고3 전국연합학력평가

23. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3},\quad \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=4\times\mathrm{P}(A\cap B)$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? [2점]

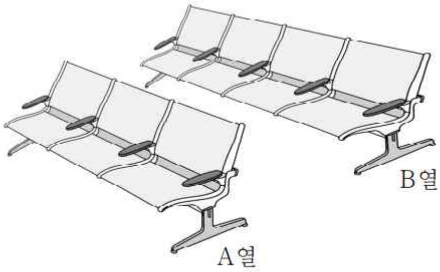
① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

24. 다항식 $(ax^2+1)^6$의 전개식에서 x^4의 계수가 30일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

28. 그림과 같이 A열에 3개, B열에 4개로 구성된 총 7개의 좌석이 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명 모두가 이 7개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 다음 조건을 만족시키도록 앉을 확률은? (단, 한 좌석에는 한 명의 학생만 앉는다.) [4점]

> (가) A열의 좌석에는 서로 다른 두 학년의 학생들이 앉되, 같은 학년의 학생끼리는 이웃하여 앉는다.
> (나) B열의 좌석에는 같은 학년의 학생끼리 이웃하지 않도록 앉는다.



① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{16}{105}$ ③ $\frac{6}{35}$ ④ $\frac{4}{21}$ ⑤ $\frac{22}{105}$

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cap B^C) = \frac{1}{9}, \quad \mathrm{P}(B^C) = \frac{7}{18}$$

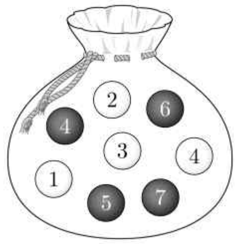
일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

30. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 12를 점수로 얻고, 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



해설--

2024학년도 5월 고3 전국연합학력평가

23. [출제의도] 확률의 덧셈정리 계산하기

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=4\times\mathrm{P}(A\cap B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=3\times\mathrm{P}(A\cap B)\end{aligned}$$

$\frac{2}{3}=3\times\mathrm{P}(A\cap B)$에서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{9}$

24. [출제의도] 이항정리 이해하기

다항식 $(ax^2+1)^6$의 전개식에서 일반항은

${}_6\mathrm{C}_r(ax^2)^r={}_6\mathrm{C}_r a^r x^{2r}$

x^4의 계수는 $r=2$일 때이므로 ${}_6\mathrm{C}_2\times a^2$

$15\times a^2=30$에서 $a^2=2$

$a>0$이므로 $a=\sqrt{2}$

28. [출제의도] 확률을 이용하여 추론하기

총 7명의 학생이 7개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉는 경우의 수는 $7!$

A열의 좌석에 1학년 학생들이 이웃하여 앉거나 2학년 학생들이 이웃하여 앉는 사건을 X, A열의 좌석에 3학년 학생들이 이웃하여 앉는 사건을 Y라 하자.

(ⅰ) A열의 좌석에 1학년 학생들이 이웃하여 앉거나 2학년 학생들이 이웃하여 앉는 경우

조건 (나)에 의하여 3학년 학생 3명 모두 B열의 좌석에 앉을 수 없으므로 3학년 학생 중 1명은 반드시 A열의 좌석에 앉아야 한다.

A열의 좌석에 이웃하여 앉는 학생들의 학년을 정하는 경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_1$

이 정해진 학년의 두 학생이 A열의 두 좌석에 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2\times 2!$

A열의 남은 한 좌석에 앉을 3학년 학생 한 명을 정하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1$

그러므로 A열의 3개의 좌석에 학생들이 앉는 경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_1\times(2\times 2!)\times{}_3\mathrm{C}_1=24$ ⋯ ㉠

B열에는 1, 2학년 중 A열에 앉지 않은 한 개 학년의 학생 2명과 3학년 학생 2명이 앉아야 한다.

이제 남은 2개 학년의 학생들이 앉는 자리를 △, □라 하면 같은 학년의 학생끼리 이웃하지 않도록 앉는 상황은

△□△□, □△□△

의 2가지이다.

이 각각에 대하여 2개 학년의 학생 두 명씩 총 4명의 학생이 앉는 경우의 수는 $2!\times 2!$

그러므로 B열의 4개의 좌석에 학생들이 앉는 경우의 수는 $2\times(2!\times 2!)=8$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\mathrm{P}(X)=\frac{24\times 8}{7!}$

(ⅱ) A열의 좌석에 3학년 학생들이 이웃하여 앉는 경우

A열의 좌석에 앉을 3학년 학생 2명을 선택하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2$

선택된 3학년 학생 2명이 A열의 두 좌석에 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2\times 2!$

A열의 남은 한 좌석에 앉을 학생 한 명을 정하는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1$

그러므로 A열의 3개의 좌석에 학생들이 앉는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2\times(2\times 2!)\times{}_4\mathrm{C}_1=48$ ⋯ ㉢

A열에 학생 3명이 앉은 후 남은 4명의 학생은 1학년 1명, 2학년 2명, 3학년 1명으로 구성되거나 1학년 2명, 2학년 1명, 3학년 1명으로 구성된다.

어느 경우라도 학년이 같은 학생이 2명이므로 남은 4명의 학생들이 조건 (나)를 만족시키면서 B열의 4개의 좌석에 앉는 경우의 수는 같다.

4명의 학생이 B열의 4개의 좌석에 조건과 상관없이 앉는 경우의 수는 $4!$

이 4명의 학생이 B열의 4개의 좌석에 앉되 같은 학년의 학생 2명이 이웃하면서 앉는 경우의 수는 $2\times 3!$

그러므로 B열의 4개의 좌석에 학생들이 앉는 경우의 수는 $4!-2\times 3!=12$ ⋯ ㉣

㉢, ㉣에 의하여 $\mathrm{P}(Y)=\frac{48\times 12}{7!}$

이때 두 사건 X와 Y는 서로 배반사건이므로 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\cup Y)&=\mathrm{P}(X)+\mathrm{P}(Y)\\&=\frac{24\times 8}{7!}+\frac{48\times 12}{7!}\\&=\frac{16}{105}\end{aligned}$$

해설--

2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가
(출처: EBS)

24. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 두 사건에 대하여 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^C)$$
$$=1-\frac{7}{18}$$
$$=\frac{11}{18}$$

따라서

두 사건 $A\cap B^C$와 B는 서로소이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(B)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{11}{18}$$
$$=\frac{13}{18}$$

정답 ④

30. **출제의도** : 경우의 수를 이용하여 수학적 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

(ⅰ) 꺼낸 두 공이 서로 다른 색인 경우 얻는 점수가 12이므로 조건을 만족시킨다.

이 경우의 확률은

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$$

(ⅱ) 꺼낸 두 공이 서로 같은 색인 경우

8개의 공 중에서 2개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_8\mathrm{C}_2=28$$

(ⅱ-1) 꺼낸 두 공의 색이 모두 흰 색인 경우

두 공에 적힌 수의 곱이 짝수이면 조건을 만족시키므로 이 경우의 수는

$${}_4\mathrm{C}_2-{}_2\mathrm{C}_2=6-1=5$$

(ⅱ-2) 꺼낸 두 공이 모두 검은 색인 경우

두 공에 적힌 수의 집합이

$\{4,\ 5\}$, $\{4,\ 6\}$

이어야 하므로 이 경우의 수는 2이다.

그러므로 꺼낸 두 공이 서로 같은 색이고 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률은

$$\frac{5+2}{28}=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{7}+\frac{1}{4}=\frac{23}{28}$$

이므로

$$p+q=28+23=51$$

정답 51