

## 제 2 교시

## 수학 영역

전국진학지도협의회



## 5지선 다형

1.  $\sqrt[5]{2^3} = \sqrt{4^k}$  일 때, 상수  $k$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

2. 함수  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 두 곡선  $y = 2^{x+m}$ ,  $y = 2^{-x}$ 이  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하자.  $\overline{AB} = 15$ 일 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ② 6      ③ 5      ④ 4      ⑤ 3

4. 두 함수  $f(x) = \frac{20}{x+3}$ ,  $g(x) = \sqrt{4x+1}$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)}$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

5.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 에서  $\tan\theta = -\frac{5}{12}$ 일 때,  $\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{11}{13}$       ② 1      ③  $\frac{15}{13}$       ④  $\frac{17}{13}$       ⑤  $\frac{19}{13}$

6. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y = x^2 f(x)$  위의 점  $(1, 5)$ 에서의 접선이 원점을 지날 때,  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

7. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt = x^2 - 2x$$

를 만족시킨다.  $f(a) < 0$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

8. 함수  $f(x) = a \cos \frac{\pi}{3}x + b (a > 0)$ 에 대하여 최댓값이 5이고  $f(1) = 3$ 일 때,  $a + 2b$ 의 값은? [3점]

① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

10.  $\frac{1}{4} < \log x < \frac{1}{2}$ 인 양수  $x$ 에 대하여  $\log 2x^3 - \log \frac{\sqrt{x}}{50}$ 의 값이 정수일 때,  $x$ 의 값은? [4점]

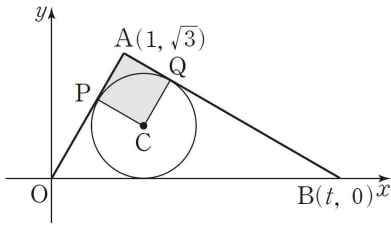
①  $10^{\frac{13}{40}}$     ②  $10^{\frac{7}{20}}$     ③  $10^{\frac{3}{8}}$     ④  $10^{\frac{2}{5}}$     ⑤  $10^{\frac{17}{40}}$

9. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1) = 0$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-1)f(x) = x^3 - x$ 를 만족시킨다.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(a)}{h} = b$ 를 만족시키는 실수  $a, b$ 가 존재할 때,  $a + b$ 의 값은? [4점]

① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

11. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점  $A(1, \sqrt{3})$ ,  $B(t, 0) (t > 0)$ 이 있다. 삼각형 AOB에 내접하는 원의 중심을 C라 하고, 이 원과 두 변 AO, AB가 접하는 점을 각각 P, Q라 하자. 사각형 APCQ의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,  
 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{b}{a} \sqrt{3}$  이다.  $a+b$ 의 값은? (단, O는 원점이고,  $a$ 와  $b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9



12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = |f(x)|$ 와 세 실수  $\alpha, \beta, \gamma$  ( $\alpha < \beta < \gamma$ )가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x=0$ 과  $x=2$ 에서 극대이고,  $x=\alpha$ 와  $x=\beta$ ,  $x=\gamma$ 에서 극소이다.  
 (나)  $g(2) - g(\gamma) = 3$

$f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

13. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ 이고, 모든 자연수에  $n$ 에 대하여  $a_{n+2} = (n+2)a_{n+1} - na_n$ 을 만족시킨다. 다음은 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

주어진 식  $a_{n+2} = (n+2)a_{n+1} - na_n$ 에서  $b_n = a_{n+1} - na_n$ 이라 하면  $a_{n+2} - (\boxed{\text{가}})a_{n+1} = a_{n+1} - na_n$ 이고  $b_{n+1} = b_n$ 이 성립한다.  $b_1 = 1$ 이므로  $b_n = 1$ 이다. 따라서 
$$\frac{a_{n+1}}{n!} = \frac{a_n}{\boxed{\text{나}}} + \frac{1}{n!}$$
이다. 즉, 
$$\frac{a_2}{1!} = \frac{a_1}{0!} + \frac{1}{1!}$$
$$\frac{a_3}{2!} = \frac{a_2}{1!} + \frac{1}{2!}$$
$$\vdots$$
$$\frac{a_n}{\boxed{\text{다}}} = \frac{a_{n-1}}{(n-2)!} + \frac{1}{\boxed{\text{나}}}$$
이므로 주어진 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은  $a_n = \boxed{\text{다}} \ (n \geq 1)$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $f(6) + g(5) + h(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 44      ② 47      ③ 50      ④ 53      ⑤ 56

14. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$ 에서의 속도를 각각  $f(t)$ ,  $g(t)$ 라 할 때,

$$f(t) = t^2 + at + 1, \quad g(t) = 4t^2 - 4t + b$$

이다. 시각  $t=0$ 에서의 두 점 P, Q의 위치가 모두 원점이고,  $t=1$ ,  $t=5$ 에서 각각 두 점 P, Q가 만난다.  $a-b$ 의 값은? (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

(가)  $a_1 = 1$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $4S_{n+1} = 3a_{n+1} + 10a_n$ 이다.

부등식  $\sum_{k=1}^n a_{k+1} - 5 \sum_{k=1}^n a_k \leq 2022$ 가 성립할 때, 자연수  $n$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

단답형

16. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_4 = -16$ 이고  $a_5 : a_7 = 4 : 1$ 일 때,  $a_6 \times a_8$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - k & (x < 1) \\ x^3 + kx & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체 집합에서 연속일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 양수  $a, b$  에 대하여

$$b\sqrt{a} = 64, \log_2 \frac{a^4}{b^3} = 15$$

가 성립할 때,  $5\log_2 a + 3\log_2 b$  의 값을 구하시오. [3점]

19. 공차가  $d_1, d_2$ 인 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을 각각  $S_n, T_n$  이라 하자.

$$S_n T_n = 4n^2(n^2 - 1)$$

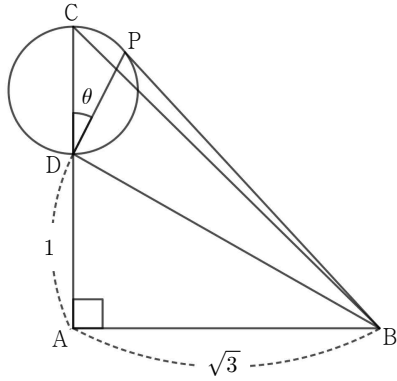
일 때,  $d_1 \times d_2$  의 값을 구하시오. [3점]

20. 좌표평면 위에 네 점  $O(0, 0), A(2, 0), B(2, 2), C(0, 2)$  가 있다.  $-4 \leq t \leq 2$  인 실수  $t$  에 대하여 정사각형  $OABC$  가 직선  $y = 2x + t$  에 의하여 잘려진 두 도형 중 넓이가 크지 않은

도형의 넓이를  $S(t)$  라 할 때,  $3 \int_{-4}^2 S(t) dt$  의 값을 구하시오.

(단,  $S(-4) = 0, S(2) = 0$  이다.) [4점]

21. 그림과 같이  $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하고  $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 인 직각이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 변  $AC$  위에 점  $D$ 를  $\overline{AD} = 1$ 이 되도록 잡고, 선분  $CD$ 를 지름으로 하는 원 위의 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\angle PDC = \theta$ 라 하자. 삼각형  $DBP$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 점  $P$ 와 각  $\theta$ 에 대하여  $\overline{CD} \times \frac{\sin 2\theta + \sin 4\theta}{\cos 4\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $y = f(x)$ 와 최고차항의 계수가 양수인 일차함수  $y = g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ 이고  $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$   
 (나) 함수  $g(x)$ 는 모든 항의 계수가 정수이다.  
 (다) 함수  $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 할 때, 함수  $h(x)$ 는 극값을 하나만 갖는다.

$\beta - \alpha = 4\sqrt{3}$ 일 때,  $g'(x)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



제 2 교시

## 수학 영역 (확률과 통계)

전국진학지도협의회



## 5지선 다형

23.  ${}_3\Pi_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

24. 같은 종류의 사탕 15개를 세 명의 학생에게 각각 홀수개씩 나누어주는 방법의 수는? [3점]

- ① 27      ② 28      ③ 29      ④ 30      ⑤ 31

25. 흰 공 2개와 파란 공 3개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, 흰 공 2개는 서로 이웃하여 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 280    ② 290    ③ 300    ④ 310    ⑤ 320

26. 같은 종류의 구슬 5개와 같은 종류의 사탕 4개를  $A$ 를 포함한 4명에게 남김없이 나누어주려고 한다.  $A$ 가 사탕은 받지 않고 적어도 1개의 구슬을 받는 경우의 수는? [3점]

- ① 505    ② 510    ③ 515    ④ 520    ⑤ 525

27. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 세 개의 수를 선택한다. 선택된 세 수의 곱이 짝수이고, 합이 3의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 28      ② 32      ③ 36      ④ 38      ⑤ 40

28. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서 집합  $A$  로의 함수  $f$  중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$  의 개수는? [4점]

- (가) 함수  $f$  의 치역의 원소의 개수는 3이다.  
(나)  $f(1) \leq f(2)$

- ① 910      ② 920      ③ 930      ④ 940      ⑤ 950

## 단답형

29. 자연수  $n$ 에 대하여  $a \times b \times c = 2^n$ 을 만족시키는 1보다 큰 자연수  $a, b, c$ 의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수가 36일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 1은 두 번 또는 세 번 선택한다.  
(나) 선택한 다섯 개의 수의 곱을  $N$ 이라 할 때,  $N$ 의 양의 약수의 개수는 홀수이다.

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

## 제 2 교시

## 수학 영역 (미적분)

전국진학지도협의회



## 5지선 다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n^2-n+1}+n}$ 의 값은? [2점]

- ① -3    ② -2    ③ -1    ④ 0    ⑤ 1

24. 등비수열  $\{(x-1)(x-2)^{n-1}\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$ 의 합은? [3점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

25. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2 + 1} = 4, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (2n + 1)b_n = 4$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 12      ⑤ 14

26. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 - nx + a_n = 0$ 의 실근이 존재하고,  $x^2 - (n-1)x + a_n = 0$ 은 실근이 존재하지 않는다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n^2 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

27. 1이 아닌 양수  $a$ 에 대하여, 지수함수  $f(x) = a^{x-2} + 7$ 의 그래프는  $a$ 에 관계없이 항상  $(\alpha, \beta)$ 를 지난다. 함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n}{x^{2n} + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n}$$

에 대하여 방정식  $g(x) = ax$ 의 실근이 존재하지 않을 때,  $\frac{\alpha\beta}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 26      ② 28      ③ 30      ④ 32      ⑤ 34

28.  $x \geq 0$ 에서 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2} + ax - b}{\left(\frac{x}{2}\right)^n + 1}$$

는 연속이다.  $f(1) = -2$ 일 때,  $\int_{2a-b}^b f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 9      ②  $\frac{37}{4}$       ③  $\frac{19}{2}$       ④  $\frac{39}{4}$       ⑤ 10

## 단답형

29. 3 이상인 자연수  $n$ 에 대하여 집합

$$S_n = \{x \mid x \text{는 } 3n \text{ 이하의 자연수}\}$$

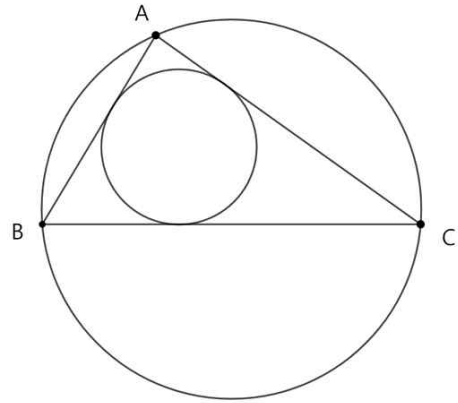
의 부분집합 중에서 원소의 개수가 세 개이고, 이 세 원소의 합이 3의 배수로 이루어진 모든 집합의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

50  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3 + n + 1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{AB} = n$ ,  $\overline{CA} = 2n$ 인

삼각형 ABC의 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 각각  $R$ ,  $r$ 이라 하자.  $a < rR < b$ 를 만족할 때,  $a$ 의 최댓값을  $a_n$ ,  $b$ 의 최솟값을  $b_n$ 이라 하고 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을  $c_n$ 이라

하자.  $100 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n - a_n}{c_{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]



\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



## 제 2 교시

## 수학 영역 (기하)

전국진학지도협의회



## 5지선 다형

23. 포물선  $y^2 = 8x$ 의 준선의 방정식이  $x = a$ 이고 점  $(b, 4)$ 를 지날 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [2점]

① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  위의 점  $(4, a)$ 에서의 접선의  $y$ 절편이 -3이다. 이때  $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

① 87      ② 94      ③ 101      ④ 108      ⑤ 115

25. 꼭짓점이  $A(1, 2)$ 이고 준선의 방정식이  $y = -1$ 인 포물선  $C_1$ 의 초점을  $F$ 라 하자. 이때, 점  $F$ 와 점  $(1, -1)$ 을 초점으로 하는 타원  $C_2$ 가 포물선  $C_1$ 과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을  $P$ 라 하자.  $\overline{PF} = 6$ 일 때, 타원  $C_2$ 의 장축의 길이는  $a + b\sqrt{2}$ 이다.  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [3점]

① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

26. 그림과 같이 포물선  $y^2 = \frac{8}{3}x$  위의 제1사분면에 있는 점

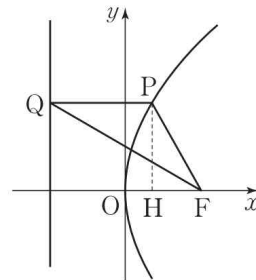
$P$ 에서 직선  $x = -\frac{2}{3}$ 에 내린 수선의 발을  $Q$ ,  $x$ 축에 내린

수선의 발을  $H$ 라 하자. 포물선  $y^2 = \frac{8}{3}x$ 의 초점  $F$ 에 대하여

$\frac{\overline{HF}}{\overline{PQ}} = \frac{1}{3}$ 일 때, 삼각형  $PQF$ 의 넓이는  $\frac{\sqrt{q}}{p}$ 이다.  $pq$ 의 값은?

(단,  $O$ 는 원점이고,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8



27. 좌표평면 위의 두 점  $F'(-6, 1)$ ,  $F(2, 1)$ 에 대하여  $\overline{PF} + \overline{PF'} = a$ 를 만족시키는 점  $P$ 가 나타내는 도형을  $C$ 라 하자. 도형  $C$ 와 직선  $x=2$ 가 만나는 두 점을 각각  $Q, R$ 라 할 때,  $\overline{QR}=12$ 이면 도형  $C$ 는 점  $(b, -1)$ 을 지난다.  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 양수이다.) [3점]

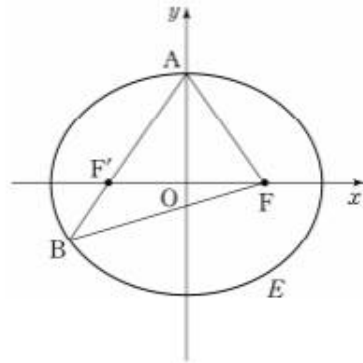
- ①  $10+3\sqrt{11}$       ②  $10+2\sqrt{33}$       ③  $10+\frac{2\sqrt{33}}{3}$   
 ④  $14+4\sqrt{33}$       ⑤  $14+\frac{4\sqrt{33}}{3}$

28. 그림과 같이 두 초점이  $F, F'$ 인 타원

$$E: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{a} = 1 \quad (0 < a < 36)$$

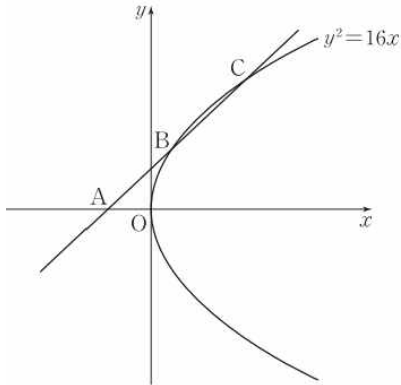
이  $y$ 축과 만나는 점 중에서  $y$ 좌표가 양수인 점을  $A$ 라 하고, 직선  $AF'$ 이 타원  $E$ 와 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $B$ 라 하자. 삼각형  $ABF$ 가 이등변삼각형일 때, 삼각형  $BFF'$ 의 넓이는? (단, 점  $F$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.) [4점]

- ① 6      ②  $6\sqrt{2}$       ③  $\frac{20\sqrt{2}}{3}$       ④  $7\sqrt{3}$       ⑤ 14



## 단답형

29. 그림과 같이 점  $A(-4, 0)$ 을 지나는 직선이 포물선  $y^2 = 16x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점을 각각 B, C라 하자.  $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 점 B의 좌표는  $(a, b)$ , 점 C의 좌표는  $(c, d)$ 이다.  $a + 2b + 2c - d$ 의 값을 구하시오. (단,  $b, d$ 는 양수이다.) [4점]



30. 쌍곡선  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 의 두 초점을  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$

( $c > 0$ )이라 하자. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 선분  $PF'$ 이 기울기가 양수인 점근선과 만나는 점을 Q라 하자.  $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 일 때, 선분 OQ의 길이는  $\sqrt{q} - \sqrt{p}$ 이다.  $p + q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 양의 유리수이고, O는 원점이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.