

5지선다형

1.  $\log_6 2 + \log_6 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

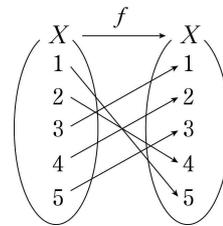
2. 첫째항이 7, 공차가 3인 등차수열의 제7항은? [2점]

- ① 24      ② 25      ③ 26      ④ 27      ⑤ 28

3. 두 집합  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

6. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $2g(5)=4$ 이다.  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 10 이하의 자연수  $a$ 에 대하여  $\left(\frac{2}{a^3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

8. 자연수  $x$ 에 대하여 명제

‘ $5 \leq x \leq 9$ 이면  $x \leq 8$ 이다.’

가 거짓임을 보여 주는  $x$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

# 수학 영역(나형)

9. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여

$$A \cap X = A, X \cup (A \cup B) = A \cup B$$

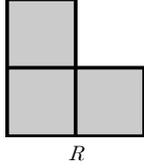
를 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

10.  $\log 1.44 = a$ 일 때,  $2 \log 12$ 를  $a$ 로 나타낸 것은? [3점]

- ①  $a+1$     ②  $a+2$     ③  $a+3$     ④  $a+4$     ⑤  $a+5$

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 3개로 이루어진 도형  $R$ 가 있다.



자연수  $n$ 에 대하여  $2n$ 개의 도형  $R$ 를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 만든 직사각형의 넓이를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=10}^{15} a_n$ 의 값은?

[3점]

- ① 378    ② 396    ③ 414    ④ 432    ⑤ 450

12.  $x \geq -1$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \sqrt{x+1} + 1$ 과  $x \geq 1$ 에서 정의된 함수  $g(x) = (x-1)^2 - 1$ 에 대하여  $(g \circ f \circ f)(15)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 9

13  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{m}{5}\right)^{n+1} + 2}{\left(\frac{m}{5}\right)^n + 1} = 2$ 가 되도록 하는 자연수  $m$ 의 개수는?

[3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

14 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$p: x \leq -5$  또는  $x > 3,$

$q: x = \frac{2a+1}{3}$

$\sim p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수  $a$ 의 최솟값과 최댓값의 합은? [4점]

- ① -6      ② -5      ③ -4      ④ -3      ⑤ -2

15. 자연수  $n$ 에 대하여  $n(n-4)$ 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 하고,  $n(n-4)$ 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를  $g(n)$ 이라 하자.  $f(n) > g(n)$ 을 만족시키는 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

16. 첫째항이 양수이고 공비가  $-2$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^9 (|a_k| + a_k) = 66$$

일 때,  $a_1$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{31}$       ②  $\frac{5}{31}$       ③  $\frac{7}{31}$       ④  $\frac{9}{31}$       ⑤  $\frac{11}{31}$

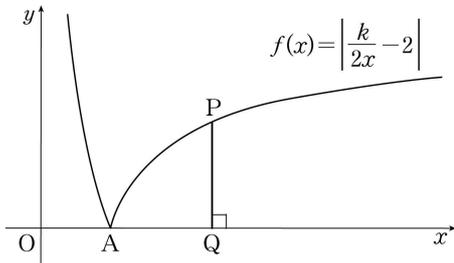
17. 자연수  $k$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \left| \frac{k}{2x} - 2 \right| \quad (x > 0)$$

의 그래프와  $x$ 축의 교점을 A, 곡선  $y=f(x)$  위의 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 Q라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. 점 A의 좌표는  $(\frac{k}{4}, 0)$ 이다.
  - ㄴ. 점 P의  $x$ 좌표가 점 A의  $x$ 좌표보다 클 때, 선분 PQ의 길이는 2보다 작다.
  - ㄷ. 점 P의  $x$ 좌표가  $k$ 일 때, 삼각형 AQP의 넓이가 자연수가 되도록 하는  $k$ 의 최솟값은 16이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



18. 자연수  $n$ 에 대하여 원점을 지나는 직선과

곡선  $y = -(x-n)(x-n-2)$ 가 제1사분면에서 접할 때, 접점의  $x$ 좌표를  $a_n$ , 직선의 기울기를  $b_n$ 이라 하자.

다음은  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

원점을 지나고 기울기가  $b_n$ 인 직선의 방정식은  $y = b_n x$ 이다. 이 직선이 곡선  $y = -(x-n)(x-n-2)$ 에 접하므로 이차방정식  $b_n x = -(x-n)(x-n-2)$ 의 근  $x = a_n$ 은 중근이다. 그러므로 이차방정식

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2) = 0$$

에서 이차식

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2)$$

는 완전제곱식으로 나타내어진다. 그런데  $a_n > 0$ 이므로

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2) = \{x - \sqrt{n(n+2)}\}^2$$

에서

$$a_n = \boxed{(가)}, \quad b_n = \boxed{(나)}$$

이다. 따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 값을  $\alpha$ 라 할 때,  $2f(\alpha) + g(\alpha)$ 의 값은? [4점]

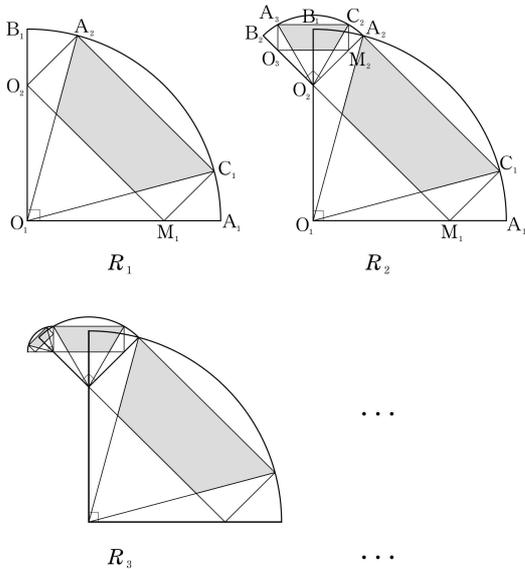
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

# 수학 영역(나형)

19. 그림과 같이 중심이  $O_1$ , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 에서 두 선분  $O_1A_1, O_1B_1$  위에 두 점  $M_1, O_2$ 를 각각  $\overline{O_1M_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1A_1}, \overline{O_1O_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1B_1}$ 이 되도록 정하자. 두 점  $M_1, O_2$ 와 호  $A_1B_1$  위의 두 점  $C_1, A_2$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형  $O_2M_1C_1A_2$ 를 그리고, 직사각형  $O_2M_1C_1A_2$ 와 삼각형  $O_1C_1A_2$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 중심이  $O_2$ , 반지름의 길이가  $\overline{O_2A_2}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $O_2A_2B_2$ 를 점  $B_2$ 가 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 의 외부에 있도록 그리고, 두 선분  $O_2A_2, O_2B_2$  위에 두 점  $M_2, O_3$ 을 각각  $\overline{O_2M_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2A_2}, \overline{O_2O_3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2B_2}$ 가 되도록 정하자. 두 점  $M_2, O_3$ 과 호  $A_2B_2$  위의 두 점  $C_2, A_3$ 을 꼭짓점으로 하는 직사각형  $O_3M_2C_2A_3$ 을 그리고, 직사각형  $O_3M_2C_2A_3$ 과 삼각형  $O_2C_2A_3$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{7}{6}$
- ②  $\frac{4}{3}$
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④  $\frac{5}{3}$
- ⑤  $\frac{11}{6}$

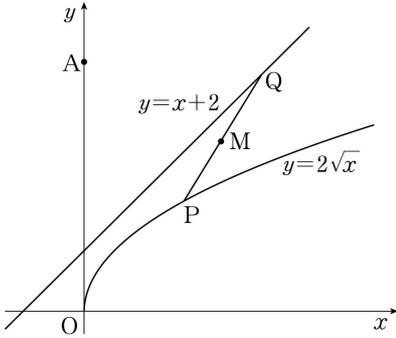
20. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $A$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $A$ 의 모든 원소  $a$ 에 대하여  $2a \notin A$ 이다.
- (나) 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은 짝수이다.

집합  $A$ 의 원소의 개수가 최대일 때, 모든 원소의 합의 최댓값은? [4점]

- ① 124
- ② 132
- ③ 140
- ④ 148
- ⑤ 156

21. 그림과 같이 함수  $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프 위를 움직이는 점 P와 직선  $y=x+2$  위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 PQ의 중점을 M이라 하자. 점 M과 점 A(0, 8) 사이의 거리의 최솟값은? [4점]



- ①  $\frac{13\sqrt{2}}{4}$     ②  $\frac{27\sqrt{2}}{8}$     ③  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$     ④  $\frac{29\sqrt{2}}{8}$     ⑤  $\frac{15\sqrt{2}}{4}$

단답형

22.  $a = 9^{11}$ 일 때,  $\frac{1}{\log_a 3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $y = \frac{2x-7}{x-3}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선  $x=a$ ,  $y=b$ 이다. 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n) = 9, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n) = 90$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $\log_x(-x^2 + 4x + 5)$ 가 정의되기 위한 모든 정수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 첫째항이 4인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

을 만족시킨다.  $a_4 = 34$ 일 때,  $a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 모든 항이 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_2 = 1, \quad a_6 - a_4 = 18$$

일 때,  $\frac{1}{a_1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 전체집합

$$U = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수가 아닌 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 부분집합  $A$ 에 대하여  $n(A)=4$ 이고 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은 100이다. 집합  $A$ 의 모든 원소를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 라 할 때,  $x_4 - x_3 + x_2 - x_1$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 자연수  $m$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합을  $A(m)$ 이라 하자.

$3 \times 2^m$ 은 첫째항이 3이고 공비가 2 이상의 자연수인 등비수열의 제  $k$ 항이다.

예를 들어,  $3 \times 2^2$ 은 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열의 제3항, 첫째항이 3이고 공비가 4인 등비수열의 제2항이 되므로  $A(2) = 3 + 2 = 5$ 이다.  $A(200)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를  $S_n$ 이라 하자.

- (가) 정사각형은 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수이다.  
 (나) 연립부등식  $\frac{1}{2}x^2 < y < x^2$ ,  $0 < x < 2n-1$ 을 만족시키는 점  $(x, y)$  중에는 정사각형의 내부에 있는 점이 있다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항  
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.