

9. 로그

출
제
자

최 주 연
조 시 현
김 아 영

학 번

이 름

1. $2\log_5 10 - \log_5 12 + 2\log_5 \sqrt{3}$ 의 값은?

답 2

$$\begin{aligned} & \log_5 10^2 - \log_5 12 + \log_5 \sqrt{3}^2 \\ &= \log_5 10^2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{3} = \log_5 5^2 = 2. \end{aligned}$$

2. $2\log_3 \sqrt{175} + \log_3 \frac{1}{5}$ 의 값은?

$\log_3 35$

$$\begin{aligned} & \log_3 175 + \log_3 \frac{1}{5} \\ &= \log_3 35 \end{aligned}$$

3. $\log_2 \frac{1}{12} + 3\log_2 \frac{3}{2} - 2\log_2 3$ 의 값은?

답 -5

$$\begin{aligned} & \log_2 \frac{1}{12} + \log_2 \frac{3^3}{2^3} - \log_2 3^2 \\ &= \log_2 \frac{1}{12} \cdot \frac{3^3}{2^3} \cdot \frac{1}{3^2} \\ &= \log_2 \frac{1}{2^2 \cdot 2^3} = \log_2 2^{-5} = -5 \end{aligned}$$

4. $\log_4 5 \times \log_3 16 \times \log_{25} 27$ 의 값은?

답 3

$$\begin{aligned} &= \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \frac{\log 16}{\log 3} \cdot \frac{\log 27}{\log 25} \\ &= \frac{\cancel{\log 5}}{\cancel{2\log 2}} \cdot \frac{\cancel{4\log 2}}{\log 3} \cdot \frac{\cancel{3\log 3}}{\cancel{2\log 5}} = 3. \end{aligned}$$

5. $\frac{\log_3 2}{\log_9 2 + \log_{27} 2}$ 의 값은?

답 $\frac{6}{5}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 2}{\log_{3^2} 2 + \log_{3^3} 2} \\ &= \frac{\log_3 2}{\frac{1}{2}\log_3 2 + \frac{1}{3}\log_3 2} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6}{3+2} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

6. $5 \times 4^{3\log_5 3}$ 의 값은?

답 45

$$\begin{aligned} & 5 \cdot 2^{2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \log_2 3} \\ &= 5 \cdot 2^{\log_2 3^2} = 5 \cdot 9 = 45 \end{aligned}$$

7. $\log 2 = a$ 일 때, $\log_5 800$ 을 a 로 나타내시오.

답 $\frac{3a+2}{1-a}$

$$\begin{aligned} & \log_5 800 = \log_5 2^5 \cdot 5^2 \\ &= 5\log_5 2 + 2. \quad (\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2) \\ &= 5 \frac{\log 2}{\log 5} + 2 = 5 \frac{a}{1-a} + 2 = \frac{3a+2}{1-a} \end{aligned}$$

8. $\log 2700 - \frac{1}{\log_3 10} - 2\log 3$ 의 값은?

답 2

$$\begin{aligned} & \log 2700 - \log 3 - 2\log 3 \\ &= \log \left(2700 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} \right) = \log 100 = 2 \end{aligned}$$

9. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 일 때, $\log \left(\frac{9}{5} \right)^{10}$ 의 값은?

답 2.552

$$\begin{aligned} & 10 \log \frac{9}{5} = 10 (\log 9 - \log 5) \\ &= 10 (2\log 3 - 1 + \log 2) \end{aligned}$$

10. $\log_{27} \sqrt{3} + \log_{\frac{1}{2}} 4$ 의 값은?

답 $-\frac{11}{6}$

$$\begin{aligned} & \log_{3^3} 3^{\frac{1}{2}} + \log_{2^{-1}} 2^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{-1} = \frac{1}{6} - 2. \end{aligned}$$

11. $\log_8(\sqrt{6}-\sqrt{2})^6 + \log_8(\sqrt{6}+\sqrt{2})^6$ 의 값은?

답 4

$$\begin{aligned} & \log_8 (\sqrt{6}-\sqrt{2})^6 (\sqrt{6}+\sqrt{2})^6 \\ &= \log_{2^3} 4^6 = \log_{2^3} 2^{12} = 4. \end{aligned}$$

답 4.

12. $(\log_7 16 \times \log_3 7 - \log_3 2) \times \log_2 3$ 을 간단히 하면?

답 3

$$\frac{\log_3 16}{\log_3 7} \cdot \log_3 7 = \log_3 16$$

$$\begin{aligned} (\log_3 16 - \log_3 2) \times \log_2 3 &= \log_3 2^3 \cdot \log_2 3 \\ &= 3 \log_3 2 \cdot \log_2 3 = 3 \end{aligned}$$

13. $\log 2 = 0.3010$ 일 때, $\log 50$ 의 값은?

답 1.6990

$$\begin{aligned} \log 50 &= \log 5 + \log 10 = \log \frac{10}{2} + 1 \\ &= 1 - \log 2 + 1 \\ &= 2 - 0.3010 \end{aligned}$$

14. $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ 일 때, $\log_{15} 40$ 을 a, b 로 나타내시오.

$$\frac{2a+1}{b-a+1}$$

$$\log_{15} 40 = \frac{\log 40}{\log 15} = \frac{2a+1}{b-a+1}$$

$$\begin{aligned} \log 40 &= \log 2^2 + \log 10 \\ &= 2 \log 2 + 1 = 1 + 2a \\ \log 15 &= \log 5 + \log 3 \\ &= \log \frac{10}{2} + \log 3 = 1 - a + b \end{aligned}$$

15. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 일 때,

$m < \log 0.6^{30} < m+1$ 을 만족시키는 정수 m 의 값은?

답 -7

$$\begin{aligned} \log 0.6^{30} &= 30 \cdot \log 0.6 = 30 \left(\log \frac{6}{10} \right) \\ &= 30 (\log 2 + \log 3 - 1) \\ &= -6.657 \end{aligned}$$

$$m < -6.657 < m+1.$$

$$\therefore m = -7$$

$$-7 + 0.343$$

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, \log 2)$, $B(\log 50, \log 20)$ 을
지나는 직선의 기울기를 $\log_a b$ 의 형태로 표현하면?

답 $\log_5 10$

$$\begin{aligned} \text{기울기} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\log 20 - \log 2}{\log 50 - 1} = \frac{\log 10}{\log 50 - \log 10} \\ &= \frac{\log 10}{\log 5} = \log_5 10 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 실근이 $\log_a \beta$,

$\log_{\beta^2} \alpha$ 일 때, $k \times \left(\frac{\log \alpha}{\log \beta} + \frac{\log \beta}{\log \alpha} \right)$ 의 값을 구하시오.

(단 k 는 상수이고, α, β 는 1이 아닌 양수이다.)

답 1

$$\begin{aligned} \text{두근: } & \begin{cases} \log_a \beta = \frac{1}{2} \log_a \beta \\ \log_{\beta^2} \alpha = \frac{1}{2} \log_{\beta^2} \alpha \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{두근의 해: } \frac{1}{2} \log_a \beta + \frac{1}{2} \log_{\beta^2} \alpha = 2 \rightarrow \frac{\log \beta}{\log a} + \frac{\log \alpha}{\log \beta} = 4$$

$$\text{두근의 답: } \frac{1}{2} \log_a \beta \cdot \frac{1}{2} \log_{\beta^2} \alpha = k \rightarrow \frac{1}{4} = k.$$

$\therefore 1$

18. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$ 일 때, $\log_3 \left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} \right) - \log_3 2$ 의 값을
구하면?

답 2

$$(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^3 = 3^3$$

$$a^{\frac{3}{2}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} + 3 a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-1} + a^{-\frac{3}{2}} = 27$$

$$a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 3(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}) = 27$$

$$a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 3 \cdot 3 = 27$$

$$a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = 18$$

$$\log_3 18 - \log_3 2 = \log_3 3^2 = 2.$$

※ 수고 많았습니다 ※