

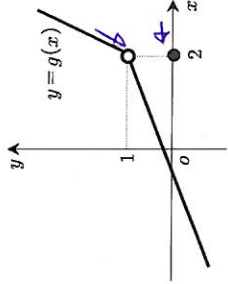
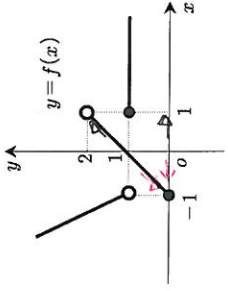
### 3. 함수의 극한

1. 두 함수  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 그래프가 같을 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + k$$

를 만족시키는 상수  $k$ 의 값은?

답 3



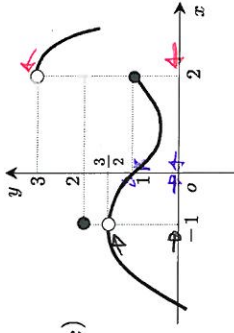
$$2 + 1 = 0 + k$$

2. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가  
그림과 같을 때,

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$$

의 값은?

답 11/2



$$\frac{3}{2} + 1 + 3$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{ax}{x+|x|} + \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{x^2+x-3}{|x^2-1|} = \frac{3}{2}$$

일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

답 4

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{ax}{x+|x|} + \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{x(x+1)}{-(x^2-1)} = \frac{a}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

4. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x-1)f(x) = 8, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{2x-3} = 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \{3f(x) - 2g(x)\}$ 의 값은?

답 6

$$\lim_{x \rightarrow 3} 2f(x) = 8 \quad \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 3 \quad 3 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$$

5. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{2f(x) - g(x)\} = 3$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3g(x)}{3f(x) - g(x)}$ 의 값을 구하라. 답: -5

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(6f(x) - 3g(x)) - 5f(x)}{(2f(x) - g(x)) + f(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{f(x)}(-5)}{\frac{1}{f(x)}(1)} = -5$$

출제 자	최 주 연 조 시 현 김 아 영	학 번	이 름
---------	-------------------------	-----	-----

6. 세 함수  $f(x), g(x), h(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x+1)f(x)g(x) = 9, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)h(x)}{x+3} = 2$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)\{g(x) - h(x)\}$ 의 값은? 답: -7

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)g(x) - f(x)h(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)h(x) = 10$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x-1})(\sqrt{x-1}-1)}{\sqrt{2x}-2} \text{의 값은?}$$

답 1

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x-1})(\sqrt{x-1}-1)(\sqrt{x-1}+1)(\sqrt{2x}+2)}{(\sqrt{2x}-2)(\sqrt{2x}+2)(\sqrt{x-1}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x-1})(x-2)(\sqrt{2x}+2)}{2(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \frac{4}{2 \cdot 2} = 1$$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+ax+4}-x) = 3$  일 때, 상수  $a$ 의 값은? 답: 6

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+4}{\sqrt{x^2+ax+4}+x} = \frac{a}{2} = 3.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4x+2}} \right) \text{의 값은?}$$

답 1/8

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \frac{\sqrt{4x+2} - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{4x+2}}$$

2 유한타

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \frac{2\sqrt{4x+2}(\sqrt{4x+2}+2\sqrt{x})}{2\sqrt{4x+2}(\sqrt{4x+2}+2\sqrt{x})} = \frac{2}{2\sqrt{4}(\sqrt{4}+2)} = \frac{1}{8}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax+b}{x^2+x-2} = -1 \text{ 일 때,}$$

상수  $a, b$ 의 값을 각각 구하면? 답  $a=-5, b=4$

$$\text{분모} = 0 \text{ 이므로 분자} = 0 \quad 1+a+b=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-b)}{(x+2)(x-1)} = \frac{1-b}{3} = -1 \rightarrow b=4.$$

$$a=-5.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+1}-b}{x-1} = \sqrt{2} \text{ 일 때,}$$

상수  $a, b$ 의 값을 각각 구하면?

$$\text{답 } a=4, b=4\sqrt{2}$$

$$\text{분모} = 0 \text{ 이므로 분자} = 0. \quad \sqrt{2}a-b=0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a[\sqrt{x+1}-\sqrt{2}]}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})} = \frac{a}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$a=4, b=4\sqrt{2}$$

12.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x-2} = \frac{1}{4}$  일 때, 상수  $a, b$ 의 값을 각각 구하면?

답  $a=2, b=2$

$$\sqrt{2+a}-b=0. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{2+a}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x+a}+\sqrt{2+a})} = \frac{1}{2\sqrt{2+a}}$$

$$a=2, b=2$$

13. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & (x < 1) \\ \frac{1}{4x+1} & (x \geq 1) \end{cases}$  에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  의 값은?

답

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2-3x+2}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{1}{4x+1} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$$

$$= -1 + 5 - 2 = 2.$$

14.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x+2)(2x-1)}{|2x-1|} + \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2x-1}{[x]}$  의 값은?

(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수)

답

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}-} \frac{(x+2)(2x-1)}{-(2x-1)} + \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2x-1}{-1}$$

$$= -\frac{5}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$$

15. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x) + 2g(x)\} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x+2} = 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은?

답

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$$

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^3+1}-3}{x^2-4}$ 의 값은?

답

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{(x+2)(x-2)(\sqrt{x^2+1}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x^2+1}+3)} = \frac{12}{4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$$

17.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-x^2-18}{x(x+d)} = k (k \neq 0)$  일 때,  $k+a$ 의 값은?

(단,  $a$ 는 상수이다.)

답  $\frac{1}{3}a = 0$  이고  $k \neq 0$  이므로 분모  $= 0 \Rightarrow d = -3.$

$$+3 \begin{array}{r|rrrr} 1 & -1 & 0 & -18 \\ & 3 & 6 & 18 \\ \hline & 1 & 2 & 6 & 0 \end{array} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-3)(x^2+2x+6)}{x(x-3)}$$

$$= \frac{9+6+6}{3} = 17.$$

$\therefore 4.$

18. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 g(x) = \frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4xf(x)g(x) + 3g(x)}{\{f(x)\}^2 + g(x)}$$

의 값을 구하시오.

답

$$\begin{aligned} & \left( \text{분자분모에 } x^2 \text{을 곱하면,} \right) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4xf(x) \cdot x^2 g(x) + 3x^2 g(x)}{(xf(x))^2 + x^2 g(x)} \\ &= \frac{4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3}}{2^2 + \frac{1}{3}} = \frac{11}{13} \end{aligned}$$

19.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})^2 = 4$  일 때,  $a$ 의 값을 모두 구하시오.

오.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left( \frac{a}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x}} \right)^2$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{a\sqrt{x}}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x}} \right)^2 = \frac{a^2}{4} = 4. \quad a = 4 \text{ or } -4$$

20.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{14} \frac{2x^2}{(kx+1)\{(k+2)x+1\}}$ 의 값은?

답

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 \sum_{k=1}^{14} \frac{1}{2x} \left[ \frac{1}{kx+1} - \frac{1}{(k+2)x+1} \right] \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left\{ \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{3x+1} \right) + \left( \frac{1}{2x+1} - \frac{1}{4x+1} \right) \right. \\ \left. + \dots + \left( \frac{1}{14x+1} - \frac{1}{16x+1} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} - \frac{1}{15x+1} - \frac{1}{16x+1} \right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16}$$

\* 수고 많았습니다 \*

$$= \frac{2110+120-16-15}{240} = \frac{2259}{240}$$