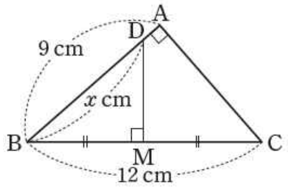
학번: 이름:

포트폴리오 평가지 V.도형의 닮음과 피타고라스 정리	학번	
	이름	

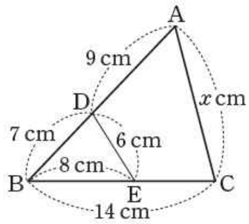
1. 도형의 닮음(스스로 확인하는 문제)

1. 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



(1) ∠B는 공통, ∠BAC=∠BMD=90° 이므로

△BAC ∽ △BMD(AA닮음)

이때 $x : 12 = 6 : 9 = 2 : 3$

따라서 $x=8$

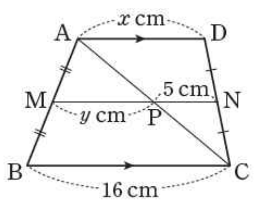
(2) $\overline{AB}:\overline{EB}=2:1$, ∠B는 공통, $\overline{BC}:\overline{BD}=2:1$ 이므로

△ABC ∽ △EBD (SAS 닮음)

$x : \overline{ED} = 2:1$. 따라서 $x=12$

6

2. 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$의 중점을 각각 M과 N이라고 할 때, x와 y의 값을 각각 구하시오.



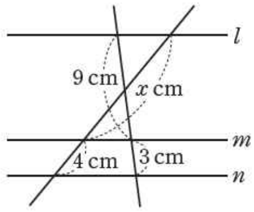
사다리꼴의 중점연결정리 적용

$y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

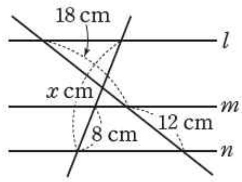
$x = 5 \times 2 = 10$

3. 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



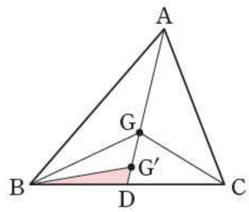
(1) $x:4=9:3$ 에서 $x=12$

(2) $x-8:8 = 18:12$ 에서 $x=20$

4. 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, 점 G′은 △GBC의 무게중심이다. △G′BD의 넓이가 7 cm^2일 때, 다음을 구하시오.

(1) △GBD의 넓이

(2) △ABC의 넓이

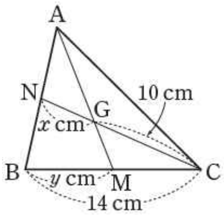


(1) $\triangle GBD = 3 \times \triangle G'BD = 21\ (\mathrm{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC = 6 \times \triangle GBD = 126\ (\mathrm{cm}^2)$

학번: 이름:

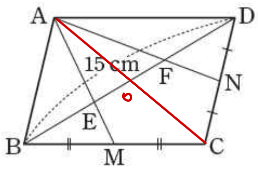
5. 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x와 y의 값을 각각 구하시오.



$10 : x = 2 : 1$ 이므로 $x = 5$

$y = 14 \times \frac{1}{2} = 7$

6. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$의 중점을 각각 M과 N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{BD} = 15$ cm일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



E, F는 각각 △ABC, △ADC의 무게 중심이므로

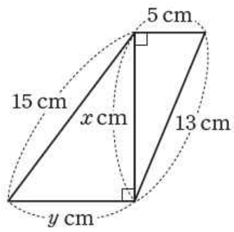
□ABCD의 대각선의 교점 O라 두면 $\overline{BE} : \overline{OE} = \overline{DF} : \overline{OF} = 2 : 1$

$\overline{BO} = \overline{OD} = \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{OE} + \overline{OF} = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5$cm

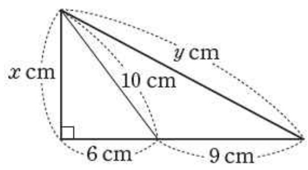
2. 피타고라스 정리(스스로 확인하는 문제)

1. 다음 그림에서 x와 y의 값을 각각 구하시오.

(1)



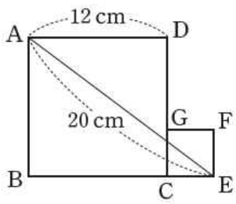
(2)



(1) $x = 12$, $y = 9$

(2) $x = 8$, $y = 17$

2. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □CEFG가 정사각형이고 $\overline{AD} = 12$ cm, $\overline{AE} = 20$ cm일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.

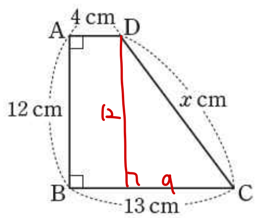


$\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{BE} = 16$.

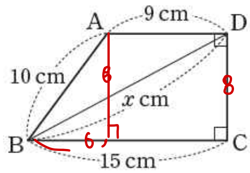
$\overline{CE} = 16 - 12 = 4$(cm)

3. 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)



(2)

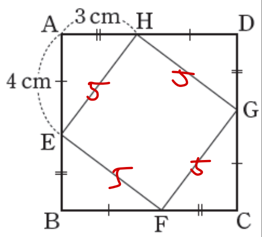


(1) $x = 15$

(2) $x = 17$

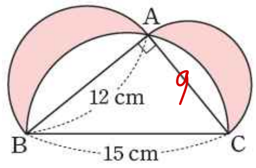
학번:　　　　　　　　　　　　이름:

4. 오른쪽 정사각형 ABCD에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=4\text{ cm}$, $\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}=3\text{ cm}$ 일 때, 사각형 EFGH의 둘레의 길이를 구하시오.



둘레 $= 5\times 4 = 20$ (cm)

7. 오른쪽 그림은 $\angle A=90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. $\overline{AB}=12\text{ cm}$ 이고 $\overline{BC}=15\text{ cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

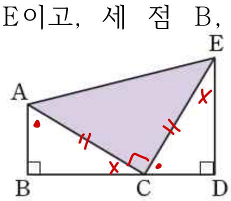


히포크라테스의 초승달 넓이 $=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54$ (cm²)

5. 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$ 이고, 세 점 B, C, D는 한 직선 위에 있다.

(1) $\angle ACE$의 크기를 구하시오.

(2) $\overline{AB}=6\text{ cm}$ 이고 $\overline{DE}=10\text{ cm}$ 일 때, 삼각형 ACE의 넓이를 구하시오.

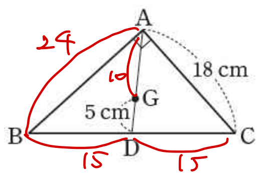


(1) $\angle ACE=90°$

(2) $\overline{AC}^2=6^2+10^2=136$ 이므로

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{AC}^2=68$ (cm²)

8. 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 G는 삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AC}=18\text{ cm}$ 이고 $\overline{GD}=5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



D: 빗변중점 = 직각삼각형 외심.

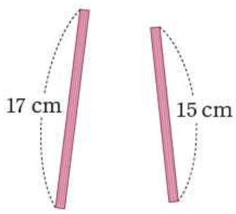
외접원의 반지름 15 cm 이므로 빗변 30 cm

피타고라스 정리에 의해

$30^2=\overline{AB}^2+18^2$

$\overline{AB}=24$ (cm)

6. 길이가 각각 17 cm, 15 cm, x cm인 3개의 빨대를 이용하여 직각삼각형을 만들려고 할 때, 가능한 x^2의 값을 모두 구하시오.



① 17cm가 가장 긴변

$17^2=x^2+15^2$,　$x^2=64$

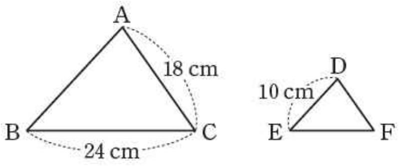
② x cm 가 가장 긴변

$x^2=17^2+15^2=514$

학번:　　　　　　　　　　　　이름:

V. 도형의 닮음과 피타고라스 정리(단원을 마무리하는 문제)

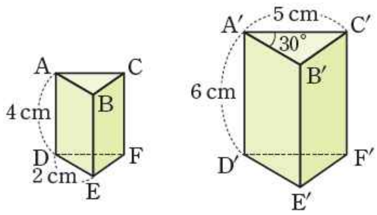
1. 다음 그림에서 △ABC∽△DEF이고, 닮음비가 2 : 1일 때, △DEF의 둘레의 길이는?



닮음비가 2:1 이므로 $\overline{EF}=12$ (cm), $\overline{DF}=9$ (cm)

둘레는 $12+10+9=31$ (cm)

2. 아래 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮음이고, $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB}:\overline{A'B'}=2:3$

② $\overline{D'E'}=3$ cm

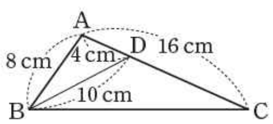
③ $\overline{AC}=3$ cm

④ ∠BAC = 30°

⑤ □ADEB∽□A′D′E′B′

② $\overline{AC}:\overline{A'C'}=2:3$ 이므로 $\overline{AC}=\frac{10}{3}$(cm)

3. 오른쪽 △ABC에서 $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.

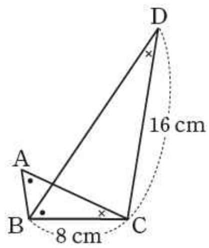


$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{AC}=1:2$, ∠A는 공통이므로

△ADB ∽ △ABC (SAS 닮음)

따라서 $\underset{10}{\overline{DB}}:\overline{BC}=1:2$ 이므로 $\overline{BC}=20$(cm)

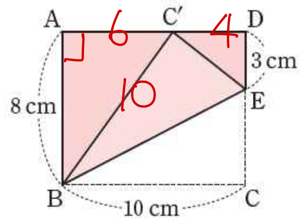
4. 오른쪽 그림의 △ABC와 △BCD에서 ∠CAB = ∠DBC이고 ∠ACB = ∠BDC일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



△ABC ∽ △BCD (AA 닮음)이므로

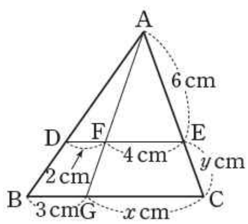
$\overline{AB}:\underset{8}{\overline{BC}}=\underset{8}{\overline{BC}}:\underset{16}{\overline{CD}}$ 이므로 $\overline{AB}=4$ (cm)

5. 오른쪽 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$를 접는 선으로 하여 꼭짓점 C가 $\overline{AD}$ 위의 점 C′에 오도록 접었을 때, $\overline{DC'}$의 길이를 구하시오.



답 4cm

6. 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$일 때, x와 y의 값을 각각 구하시오.

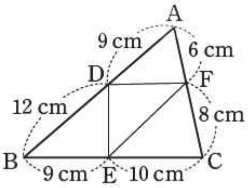


$6:6+y=\overline{AF}:\overline{AG}=2:3=4:x$

$x=6$,　$y=3$

학번: 이름:

7. 다음 보기 중에서 오른쪽 △ABC에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.



• 보기 •

~~ㄱ.~~ $\overline{AB} /\!/ \overline{FE}$	~~ㄴ.~~ $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$
ㄷ. $\overline{BC} /\!/ \overline{DF}$	~~ㄹ.~~ $\angle ABC = \angle FEC$
~~ㅁ.~~ $\angle BAC = \angle BDE$	ㅂ. $\angle ADF = \angle ABC$

7. 8:6 ≠ 10:9 이므로 $\overline{AB} \nparallel \overline{FE}$

→ ㄹ: 동위각 크기 다르니까 $\angle ABC \neq \angle FEC$

ㄴ. 12:9 ≠ 9:10 이므로 $\overline{AC} \nparallel \overline{DE}$

⇒ ㅁ: 동위각 크기 다르니까 $\angle BAC \neq \angle BDE$

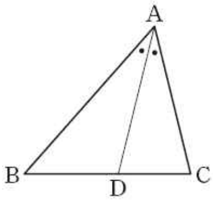
ㄷ. 9:12 = 6:8 이므로 $\overline{BC} /\!/ \overline{DF}$

⇒ ㅂ: 동위각 크기 같으니 $\angle ADF = \angle ABC$

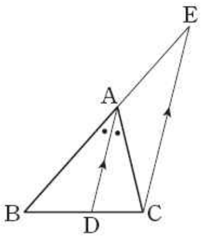
8. 다음은 오른쪽 △ABC에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 할 때,

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

임을 설명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선과 $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 E라고 하자.



∠BAD = ∠CAD이고,

$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$에서

∠BAD = ∠E (동위각)

∠CAD = $\boxed{\angle ACE}$ (엇각)

이므로 ∠E = $\boxed{\angle ACE}$

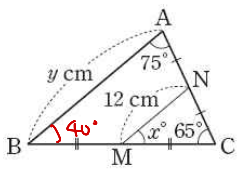
따라서 △ACE는 $\overline{AE}$ = $\boxed{\overline{AC}}$인 이등변삼각형이다.

삼각형에서 평행선에 의하여 생기는 선분의 길이의 비에 의하여

$\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

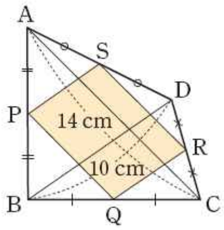
9. 오른쪽 △ABC에서 $\overline{BC}$와 $\overline{AC}$의 중점을 각각 M과 N이라고 할 때, $x+y$의 값은?



삼각형의 중점연결정리에 의해 $x° = \angle B = 40°$, $x = 40$

$y = 12 \times 2 = 24$, 따라서 $x + y = 64$

9. 오른쪽 □ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점을 각각 P, Q, R, S라고 할 때, □PQRS의 둘레의 길이를 구하시오.



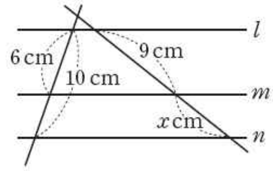
삼각형의 중점연결정리에 의해

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 7$ (cm)

$\overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5$ (cm)

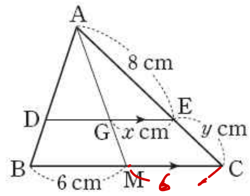
둘레 길이는 (12×2 = 24(cm))

10. 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.



$6 : 4 = 9 : x$, $x = 6$

11. 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게 중심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이다. $x+y$의 값은?



$\overline{AM}$은 중선이므로 $\overline{MC} = 6$cm

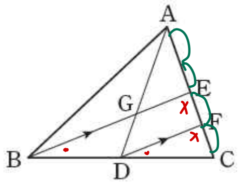
$2 : 1 = \overline{AG} : \overline{GM} = 8 : y$, $y = 4$

$x : 6 = \overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3$, $x = 4$

$x + y = 8$

학번: 이름:

12. 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게 중심일 때, $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, $\overline{BG}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 E라고 하자. 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 F라고 할 때, $\overline{AF} : \overline{FC}$를 구하시오.



$\triangle CBE \backsim \triangle CDF$ (AA 닮음)이고 $\overline{BC} : \overline{CD} = 2:1$

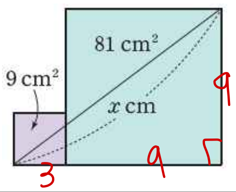
즉 닮음비는 2:1 이다.

따라서 $\overline{EC} : \overline{FC} = 2:1$ 이므로 F는 $\overline{EC}$의 중점

E도 $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{AF} = 3\overline{FC}$가 되어

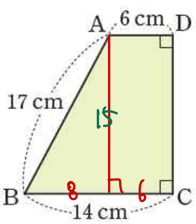
$\overline{AF} : \overline{FC} = 3:1$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 9 cm^2와 81 cm^2인 두 개의 정사각형을 붙여 놓았을 때, x의 값은?



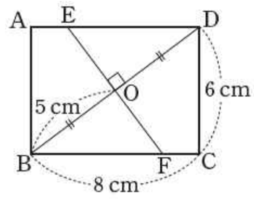
$x^2 = 12^2 + 9^2$ 이므로 $x = 15$

14. 오른쪽 사다리꼴 ABCD의 넓이는?



$(6+14) \times 15 \div 2 = 150\ (\text{cm}^2)$

16. 오른쪽 직사각형 ABCD에서 대각선 BD의 중점을 O라 하고, 점 O에서 $\overline{BD}$에 수직인 직선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{BO} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = 8\text{ cm}$, $\overline{DC} = 6\text{ cm}$일 때, $\overline{EO}$의 길이를 구하시오.

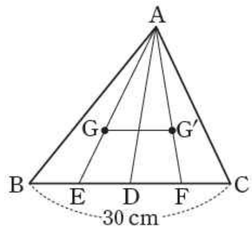


$\angle BCD = \angle DOE = 90°$, $\angle DBC = \angle EDO$ (엇각)

이므로 $\triangle DBC \backsim \triangle EDO$ (AA닮음)

즉 $\underset{8}{\overline{BC}} : \underset{5}{\overline{DO}} = 6 : \overline{OE}$ 이므로 $\overline{OE} = \frac{15}{4}$ (cm)

17. 오른쪽 그림에서 점 G와 G′은 각각 $\triangle ABD$와 $\triangle ADC$의 무게중심이다. $\overline{BC} = 30\text{ cm}$일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하시오.



$\overline{AE}$, $\overline{AF}$는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 중선이므로

$\overline{EF} = \overline{ED} + \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BD} + \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$(cm)

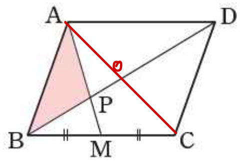
이때 $\overline{AE} : \overline{AG} = \overline{AF} : \overline{AG'} = 3:2$이므로

$\overline{GG'} \mathbin{/\!/} \overline{EF}$ 이고 $\overline{EF} : \overline{GG'} = 3:2$

따라서 $\overline{GG'} = 10$(cm)

학번: 이름:

18. 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고, 점 P는 $\overline{BD}$와 $\overline{AM}$의 교점이다. □ABCD의 넓이가 $54\ \text{cm}^2$일 때, △ABP의 넓이를 구하시오.



평행사변형 ABCD의 대각선의 교점을 O라 두면

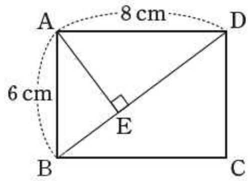
$\overline{AO} = \overline{OC}$이므로 P는 △ABC의 중선의 교점, 즉 무게중심

그러면 $\overline{BP} : \overline{PO} = 2:1$ 이므로 $\triangle ABP = \frac{2}{3}\triangle ABO$

$\triangle ABO = \frac{1}{4} \times 54 = \frac{27}{2}(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ABP = \frac{2}{3} \times \frac{27}{2} = 9(\text{cm}^2)$

19. 오른쪽 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 E라고 할 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하시오.



$\overline{BD}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ 이므로 $\overline{BD} = 10(\text{cm})$

(△ABD의 넓이) $= 10 \times \overline{AE} \times \frac{1}{2} = 6 \times 8 \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AE} = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

학번: 이름:

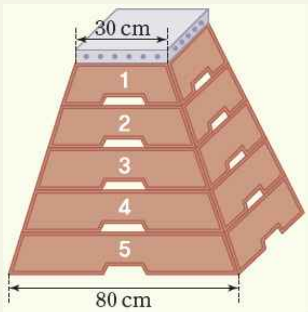
창의적 사고&다양한 해결

문제 해결   창의·융합

뜀틀 한 칸의 가로의 길이는 얼마일까?

체조 경기의 한 종목인 도마(跳馬, vaulting)는 로마 제국의 군인들이 말타기 훈련에 목마를 사용한 데서 비롯된 운동이다.

도마 운동의 기초를 연습할 때는 보통 4칸~8칸 정도의 사각뿔대 모양으로 생긴 틀을 포개서 전체 높이를 조절하는 뜀틀을 사용한다.

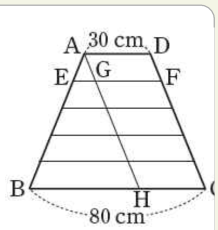


오른쪽 뜀틀에서 가장 위에 있는 '1번 틀'의 윗변의 길이는 30 cm이고 가장 아래에 있는 '5번 틀'의 아랫변의 길이는 80 cm이며, 5개의 틀의 높이는 모두 같다.

(단, 손이 닿는 부분의 두께는 생각하지 않는다.)

● 다음은 뜀틀에서 '1번 틀'의 아랫변의 길이를 두 가지 방법으로 구하는 과정이다. 풀이를 완성해 보자.

방법 1 오른쪽 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 꼭짓점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선이 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라고 하자.



□AGFD, □AHCD가 평행사변형이므로

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=\boxed{30}$ cm

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}=\boxed{50}$ cm ······ ①

한편, △AEG∽△ABH이고

$\overline{AE}:\overline{AB}=1:\boxed{5}$이므로

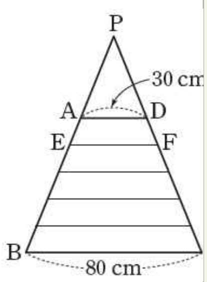
$\overline{EG}:\overline{BH}=1:\boxed{5}$

따라서 $\overline{EG}=\boxed{10}$ cm ······ ②

①과 ②에서

$\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=40$ cm

방법 2 오른쪽 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 P라고 하자.



△PAD∽△PBC이고

$\overline{PA}:\overline{PB}=3:\boxed{8}$이므로

$\overline{PA}:\overline{AB}=3:\boxed{5}$

또 $\overline{AE}=\boxed{\frac{1}{5}}\overline{AB}$이고

△PAD∽△PEF이므로

$\overline{PA}:\overline{PE}=\boxed{\overline{AD}}:\overline{EF}$

즉, $3:\boxed{4}=30:\overline{EF}$

따라서 $\overline{EF}=\boxed{40}$ cm