

2.1

다항식의 곱셈

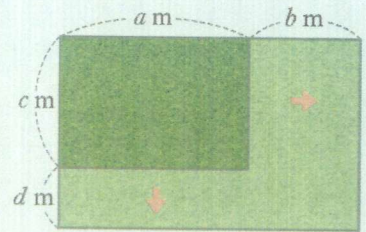
학 | 습 | 목 | 표

- 다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



동물 농장 만들기

오른쪽 그림과 같이 가로 길이가 $a\text{m}$ 이고, 세로 길이가 $c\text{m}$ 인 직사각형 모양의 풀밭을 가로 길이는 $b\text{m}$ 만큼, 세로 길이는 $d\text{m}$ 만큼 늘려 직사각형 모양의 동물 농장을 만들려고 합니다. 이 동물 농장의 넓이를 구하는 방법을 생각해 봅시다.



활동 1 동물 농장의 가로 길이와 세로 길이를 각각 구해 보자.

활동 2 동물 농장의 가로 길이와 세로 길이를 이용하여 이 동물 농장의 넓이를 구해 보자.

생각 1

동물 농장의 넓이를 어떻게 나타낼 수 있나요?

생각 열기에서 동물 농장의 가로 길이는 $(a+b)\text{m}$, 세로 길이는 $(c+d)\text{m}$ 이므로 이 동물 농장의 넓이는

$$(a+b)(c+d)\text{m}^2$$

이다.

한편, 동물 농장의 넓이는 오른쪽 그림에서 P , Q , R , S 의 넓이의 합과 같으므로

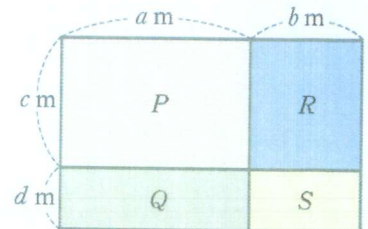
$$ac+ad+bc+bd(\text{m}^2)$$

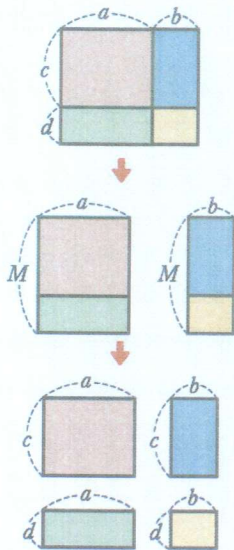
이다. 따라서

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

임을 알 수 있다.

이것은 $(a+b)(c+d)$ 를 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 만든 것과 같다.





다항식과 다항식의 곱셈에서도 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 나타내는 것을 전개한다고 한다.

즉, $(a+b)(c+d)$ 에서 $c+d$ 를 한 문자 M 으로 놓고 전개하면

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= (a+b)M \\ &= aM + bM\end{aligned}$$

이다. 이때 M 에 $c+d$ 를 대입하여 전개하면

$$\begin{aligned}aM + bM &= a(c+d) + b(c+d) \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

이다.

이와 같이 다항식과 다항식의 곱셈은 단항식과 다항식의 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 전개할 수 있다.

위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

다항식의 곱셈

$$(a+b)(c+d) = \underset{\textcircled{1}}{ac} + \underset{\textcircled{2}}{ad} + \underset{\textcircled{3}}{bc} + \underset{\textcircled{4}}{bd}$$

문제 1 다음 식을 전개하시오.

(1) $(a+3)(b-5)$

(2) $(3a-2)(b+4)$

(3) $(a+2b)(3c+4d)$

(4) $(2a-b)(3c-2d)$

다항식과 다항식의 곱셈을 전개할 때, 전개식에 동류항이 있으면 동류항끼리 모여서 간단히 정리하여 나타낸다.

예제 1

다음 식을 전개하시오.

(1) $(a+b)(a-2b)$

(2) $(x+3)(2x+1)$

풀이 (1) $(a+b)(a-2b) = a \times a + a \times (-2b) + b \times a + b \times (-2b)$

$$= a^2 - 2ab + ab - 2b^2 = a^2 - ab - 2b^2$$

(2) $(x+3)(2x+1) = x \times 2x + x \times 1 + 3 \times 2x + 3 \times 1$

$$= 2x^2 + x + 6x + 3 = 2x^2 + 7x + 3$$

답 (1) $a^2 - ab - 2b^2$ (2) $2x^2 + 7x + 3$