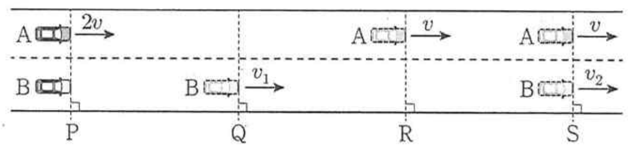
[QUEL 6월 18번]

3. 그림과 같이 직선 도로에서 자동차 A가 기준선 P를 지나는 순간, P에 정지해 있던 자동차 B가 출발한다. A는 P에서 Q까지 속력 $2v$로 등속도 운동을, Q에서 R까지 등가속도 운동을, R에서 S까지 속력 $v$로 등속도 운동을 한다. B는 P에서 Q까지와 Q에서 S까지 각각 등가속도 운동을 하며, Q와 S를 각각 속력 $v_1$, $v_2$로 지난다. A가 R를 지나는 순간 B가 Q를 지나며, A와 B는 S를 동시에 지난다. P와 Q 사이, Q와 R 사이, R와 S 사이는 거리가 같다.




$\dfrac{v_2}{v_1}$는? [3점]

P와 Q 사이의 구간의 길이를 $L$, A가 P~Q까지 걸린 시간을 $t_0$라면,

P~Q 구간의 A의 운동 $L = 2v \times t_0 \;\Rightarrow\; t_0 = \dfrac{L}{2v}$

Q~R 구간의 A의 운동 $v^2 - (2v)^2 = 2aL \;\Rightarrow\; a = -\dfrac{3v^2}{2L}$

$v = 2v + at_{QR} \;\Rightarrow\; t_{QR} = -\dfrac{v}{a} = \dfrac{2L}{3v} = \dfrac{4}{3}t_0$

$\Rightarrow$ P에서 R까지 걸린 시간 $t_{PR} = t_0 + t_{QR} = \dfrac{7}{3}t_0$

R~S 구간의 A의 운동 $L = v \times t_{RS} \;\Rightarrow\; t_{RS} = \dfrac{L}{v} = 2t_0$

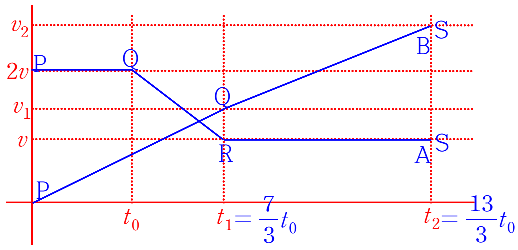
P~Q 구간의 B의 운동 $v_1 = a_1 \times t_{PR} = \dfrac{7}{3}a_1 t_0 \;\Rightarrow\; a_1 = \dfrac{3v_1}{7t_0}$ [$a_1$ : P~Q 구간의 B의 가속도]

$v_1^2 = 2a_1 L = 2 \times \dfrac{3v_1}{7t_0} \times L \;\Rightarrow\; v_1 = \dfrac{6L}{7t_0}$

Q~S 구간의 B의 운동 $v_2 = v_1 + a_2 \times 2t_0 \;\Rightarrow\; a_2 = \dfrac{v_2 - v_1}{2t_0}$ [$a_2$ : Q~S 구간의 B의 가속도]

$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \times 2L = \dfrac{2L}{t_0}(v_2 - v_1) \;\Rightarrow\; v_2 + v_1 = \dfrac{2L}{t_0} \;\Rightarrow\; v_2 = \dfrac{8L}{7t_0}$

**※ 그래프에 의한 풀이**




A의 운동 $0 \sim t_0$ : $L = 2vt_0$

$t_0 \sim t_1$ : $L = (2v + v) \times (t_1 - t_0) \times \dfrac{1}{2} = 2vt_0$

$\Rightarrow\; t_1 = \dfrac{7}{3}t_0$

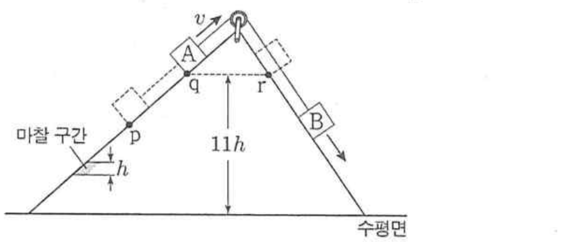
$t_1 \sim t_2$ : $L = v \times (t_2 - t_1) = 2vt_0 \;\Rightarrow\; t_2 = \dfrac{13}{3}t_0$

B의 운동에서 $0 \sim t_1$ : $L = \dfrac{1}{2}v_1 t_1 = 2vt_0 \;\Rightarrow\; v_1 = 4v \times \dfrac{t_0}{t_1} = \dfrac{12}{7}v$

$t_1 \sim t_2$ : $2L = (v_1 + v_2) \times 2t_0 \times \dfrac{1}{2} = 2 \times 2vt_0 \;\Rightarrow\; v_2 = \dfrac{16}{7}v$

[QUEL 6월 19번]

). 그림과 같이 물체 A와 B를 실로 연결하여 각각 경사면 위의 점 p, r에 가만히 놓았더니, A와 B가 등가속도 운동을 하며, A가 경사면 위의 점 q를 속력 $v$로 지나는 순간 실이 끊어진다. A가 p에서 q까지 운동하는 동안 A의 중력 퍼텐셜 에너지 증가량은 B의 운동 에너지 증가량과 같다. A는 마찰 구간을 따라 내려가는 동안 등속도 운동을 한다. q와 r의 높이는 $11h$로 같고, 마찰 구간의 높이차는 $h$이다. B가 수평면에 도달한 순간의 속력은 $2v$이다. A와 B의 질량은 각각 $m$, $2m$이다.




A가 수평면에 도달한 순간의 속력은? (단, 실의 질량, 물체의 크기, 공기 저항, 마찰 구간 외의 모든 마찰은 무시한다.)

① $\sqrt{2}v$　② $\sqrt{3}v$　③ $2v$　④ $\sqrt{5}v$　⑤ $\sqrt{6}v$

q를 지날 때 A의 $E_k$를 $E_0$라면,

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$이고, A와 B는 속력이 같으므로 $E_k \propto m$ ⇒ B의 $E_k = 2E_0$

⇒ A의 증가한 $E_p = 2E_0$

A가 p~q까지 역학적 에너지 보존 [B가 r에서 실이 끊어질 때까지]

A의 $E_k$ 변화량 + A의 $E_p$ 변화량 + B의 $E_k$ 변화량 + B의 $E_p$ 변화량 = 0

$E_0 + 2E_0 + 2E_0 + \varDelta E_{pB} = 0$ ⇒ $\varDelta E_{pB} = -5E_0$ : B의 감소한 $E_p = 5E_0$

실이 끊어진 후의 B의 에너지

수평면에 도달할 때 B의 $E_k$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$이고, B는 속력이 2배이므로, $E_k$는 4배 ⇒ 수평면에서 B의 $E_k = 8E_0$

B의 $E_k$의 증가량만큼 $E_p$가 감소 ⇒ 감소한 $E_p = 8E_0 - 2E_0 = 6E_0$

r~수평면까지 감소한 $E_p$ = r에서 실이 끊어질 때까지 감소한 $E_p$ + 끊어진 후 감소한 $E_p$

$5E_0 + 6E_0 = 11E_0$

q~수평면까지 A의 운동

q와 r의 높이가 같고, $E_p = mgh$에서 $E_p \propto m$이므로, $E_p$의 감소량은 $\frac{11}{2}E_0$

⇒ $11h$에서 $\frac{11}{2}E_0$만큼 감소하므로, 마찰 구간 $h$에서 감소량은 $\frac{1}{2}E_0$

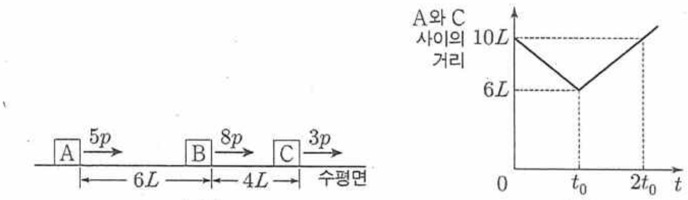
q에서 역학적 에너지 = 마찰력에 의한 에너지 + 수평면에서 $E_k$

$E_0 + \frac{11}{2}E_0 = \frac{1}{2}E_0 + E_k$ ⇒ 수평면에서 $E_k = 6E_0$

A가 q에서 속도 $v$일 때 $E_k$가 $E_0$이므로, $6E_0$일 때는 $\sqrt{6}v$

**[QUEL 6월 20번]**

0. 그림 (가)는 마찰이 없는 수평면의 동일 직선상에서 등속도 운동을 하는 물체 A, B, C의 시간 $t=0$일 때의 모습을 나타낸 것으로, 이 순간 A, B, C의 운동량의 크기는 각각 $5p$, $8p$, $3p$이다. 그림 (나)는 A와 C 사이의 거리를 $t$에 따라 나타낸 것이다. $t=t_0$일 때 A와 B가 충돌하며, 충돌 후 B는 C와 같은 속도로 운동한다.




(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. C의 속력은 $\frac{6L}{t_0}$이다.

ㄴ. 질량은 B가 C의 4배이다.

ㄷ. $t=2t_0$일 때, A의 운동량의 크기는 $p$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

A~C의 질량을 각각 $m_A$, $m_B$, $m_C$이고, 충돌 전 속도를 각각 $v_A$, $v_B$, $v_C$라면,

$5p=m_Av_A$, $8p=m_Bv_B$, $3p=m_Cv_C$

0~$t_0$에서 A-C의 상대속도에서, $v_A-v_C=\frac{4L}{t_0}$ $\Rightarrow$ $v_C=v_A-\frac{4L}{t_0}$

A와 B의 이동거리의 차이 $6L=v_At_0-v_Bt_0$ $\Rightarrow$ $v_B=v_A-\frac{6L}{t_0}$

충돌 후 A의 속도를 $v_A'$라면, A-C의 상대속도에서, $v_C-v_A'=\frac{4L}{t_0}$ $\Rightarrow$ $v_A'=v_C-\frac{4L}{t_0}=v_A-\frac{8L}{t_0}$

※ 정리하면, $v_B=v_A-\frac{6L}{t_0}$, $v_C=v_A-\frac{4L}{t_0}$, $v_A'=v_A-\frac{8L}{t_0}$

A-B 충돌 후 운동량 보존 : $m_Av_A+m_Bv_B=m_Av_A'+m_Bv_B'=m_Av_A'+m_Bv_C$

$$m_Av_A+m_B\left(v_A-\frac{6L}{t_0}\right)=m_A\left(v_A-\frac{8L}{t_0}\right)+m_B\left(v_A-\frac{4L}{t_0}\right) \Rightarrow 6m_B=8m_A+4m_B \Rightarrow m_B=4m_A$$

$\frac{m_Bv_B}{m_Av_A}=\frac{8p}{5p}$ $\Rightarrow$ $\frac{4v_B}{v_A}=\frac{8}{5}$ $\Rightarrow$ $v_B=\frac{2}{5}v_A$

※ 위의 정리된 식에 대입해서 정리하면, $v_A=\frac{10L}{t_0}$, $v_B=\frac{4L}{t_0}$, $v_C=\frac{6L}{t_0}$, $v_A'=\frac{2L}{t_0}$

$\Rightarrow$ 충돌 후 A의 운동량은 $m_Av_A'=\frac{1}{5}m_Av_A=p$

$\frac{m_Bv_B}{m_Cv_C}=\frac{8p}{3p}$에 대입, $\frac{2m_B}{3m_C}=\frac{8}{3}$ $\Rightarrow$ $m_B=4m_C$