(1) 정규분포

① 통계학에서 대표적인 연속 확률분포

- 확률분포 : 어떤 변수가 가지는 확률을 함수의 형태로 나타낸 것

예) 시험 성적을 통계를 낸다면, 학생들이 점수에 따라 몇 명이 있는지를 나타냄
이때, 변수값은 성적, 함수값은 사람수가 됨.

② 중심 극한 정리 : 어떤 변수값이 많아지면 정규분포와 같은 형태가 됨

예) 시험성적에서 학생수가 무한히 많아지면 분포는 정규분포를 따르게 됨

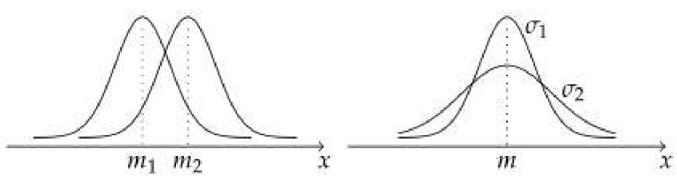
③ 정규분포 공식

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad [\mu : \text{평균}, \quad \sigma : \text{표준편차}]$$

- 평균과 표준편차가 같으면, 같은 모양을 가짐
- 표준편차는 평균 근처에 얼마나 몰려있느냐를 나타내는 값임
  ⇒ 평균 근처에 있을수록 값이 작아짐
- 분산 : 표준편차의 제곱값

④ 정규분포의 특징

- 정규분포의 형태는 단봉분포로 평균을 중심으로 좌우대칭임.
- 정규분포의 형태는 종모양으로 평균이 같고 분산이 각기 다른 분포임



m이 변하는 경우 ($m_1 < m_2$)　　σ가 변하는 경우 ($\sigma_1 < \sigma_2$)

⑤ 가우스가 처음 정립해서 가우스 분포라고도 함

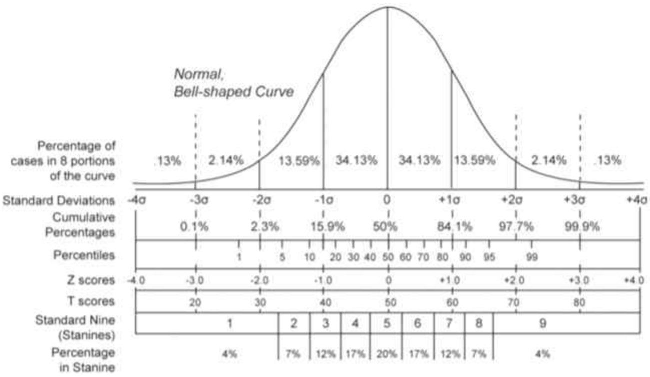
(2) 표준 9등급제 (스테나인 : standard + nine)

① 정규분포를 평균에서 변수의 간격을 일정하게 대칭적으로 9개로 나눈 것

- 중심 극한 정리에 의해, 분포 함수는 정규분포로 취급할 수 있음
- 평균과 표준편차가 같으면 변수 간격에 따른 비율은 같음

② 평균을 μ, 표준편차를 σ라면, 평균을 5등급으로 변수의 폭을 0.5σ로 정함

등급	등급 폭	백분율(%)	누적백분율(%)
1등급	$\mu+1.75\sigma$ ~	4	4
2등급	$\mu+1.25\sigma$ ~ $\mu+1.75\sigma$	7	11
3등급	$\mu+0.75\sigma$ ~ $\mu+1.25\sigma$	12	23
4등급	$\mu+0.25\sigma$ ~ $\mu+0.75\sigma$	17	40
5등급	$\mu-0.25\sigma$ ~ $\mu+0.25\sigma$	20	60
6등급	$\mu-0.75\sigma$ ~ $\mu-0.25\sigma$	17	77
7등급	$\mu-1.25\sigma$ ~ $\mu-0.75\sigma$	12	89
8등급	$\mu-1.75\sigma$ ~ $\mu-1.25\sigma$	7	96
9등급	~ $\mu-1.75\sigma$	4	100



(3) 표준점수

① 원점수가 정규분포를 따른다고 가정했을 때 변환된 점수
- 실제 분포는 자료가 유한하므로 정규분포가 아님
- 실제 분포의 평균과 표준편차를 이용해 정규분포 함수로 만듦
- 표준점수를 부여하는 방법의 예

  만약 평균이 60점이고, 표준편차가 12점이고, 63점을 맞았다면,

  5등급은 $\mu-0.25\sigma$ ~ $\mu+0.25\sigma$이므로, 57 ~ 63점임

  즉 5등급은 40~60%에 해당하므로 63점은 40%에 해당하는 점수를 부여
- 실제 난이도를 고려한 점수가 되어서 활용도가 더 높음

② Z점수와 T점수

원점수를 X, 평균을 μ, 표준편차를 σ라면,
- Z점수 : 실제 분포를 평균 0, 표준편차를 1로 만든 점수

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

- T점수 : 실제 분포를 평균 50, 표준편차를 10로 만든 점수

$$T=50+10Z$$

- 일반적인 표준점수 : 평균 μ_0, 표준편차 σ_0로 맞춘다면, 표준점수는 $\mu_0+\sigma_0 Z$임

  ⇒ 만약 표준점수가 평균 μ_0보다 작으면, 평균 이하임을 의미

③ 변별력이 높을 때 표준점수
- 변별력이 높아지면 평균은 낮아짐
- 변별력이 높아졌다는 것은 평균 근처에 별로 없고, 골고루 퍼져있다는 것을 의미

  ⇒ 표준편차는 커짐
- 변별력이 높은 시험일수록 원점수가 높으면 표준점수는 더 크게 됨

④ 과목에 따른 표준점수 만드는 방법
- 국어, 수학 : 평균을 100, 표준편차를 20으로 맞춤 ⇒ $100+20Z$
- 탐구 : 평균을 50, 표준편차를 10으로 맞춤 ⇒ $50+10Z$

(4) 동점자 처리 규정

① 등급을 나누는 경계에서 동점자가 많을 때 처리 방법
- 수능 : 모두 상위 등급으로 부여

- 내신 : 중간석차를 구해서 중간석차가 있는 석차 등급으로 부여

$$중간석차 = 석차 + \frac{동석차\ 인원수 - 1}{2}$$

② 전체가 194명이고, 최대 1등급(4%) 수 구하기

- 동점자가 없을 때, $194 \times \frac{4}{100} \simeq 7.76$명

  $\Rightarrow$ 반올림해서 8명이 1등급임

- 동점자가 N명이라면, $중간석차 = 1 + \frac{N-1}{2} = \frac{N+1}{2}$

  중간석차가 4% 이내이어야만 1등급이므로,

$$\frac{\frac{N+1}{2}}{194} \le \frac{4}{100} \quad \Rightarrow \quad N \le 14.52$$

  즉, 1등급은 14명까지이고, 14명이 넘으면 전부 2등급 이하가 됨