

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식

$A = x^2 - xy + y^2, B = x^2 + xy - y^2$

에 대하여  $A + B$ 는? [2점]

- ①  $2x^2$
- ②  $2y^2$
- ③  $2xy$
- ④  $x^2 + y^2$
- ⑤  $2x^2 + xy$

2. 등식  $(1 + 2i) + (1 + i) = a + bi$ 를 만족시키는 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은? ( 단,  $i = \sqrt{-1}$  ) [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3. 이차부등식  $(x - 1)(x - 5) \leq 0$ 을 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수는? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 4x + a = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

5. 다항식  $P(x)$ 를  $x^2+2x-3$ 으로 나눈 나머지가  $2x+5$ 일 때,  $P(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

6. 등식  $a(x+1)^2+b(x-1)^2=5x^2-2x+5$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

7. 복소수  $z=a+bi$  ( $a, b$ 는 실수)에 대하여

등식  $2z+\bar{z}=3+5i$ 가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은?

(단,  $i=\sqrt{-1}$ 이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8. 직선  $2x+3y+6=0$ 을 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의  $y$  절편은? [3점]

- ①  $-5$       ②  $-4$       ③  $-3$       ④  $-2$       ⑤  $-1$

9. 다항식  $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$ 이  $(x+2)(x-1)(x^2+ax+b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

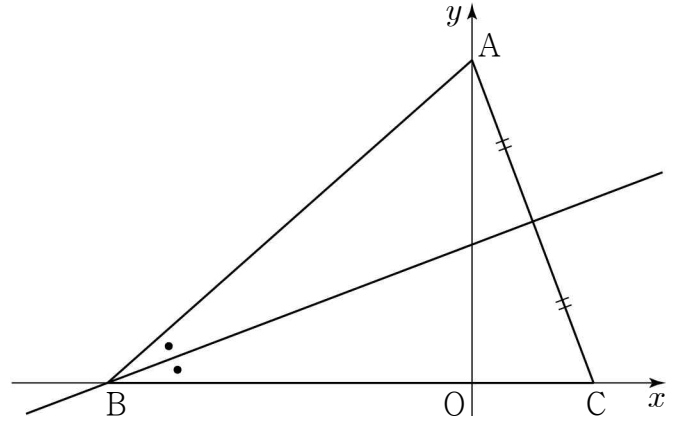
10. 원  $x^2+y^2=16$ 을  $x$ 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 원이 점  $(4, a)$ 를 지날 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

11. 좌표평면 위의 서로 다른 세 점  $A(-1, a)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(a, -7)$ 이 한 직선 위에 있도록 하는 양수  $a$ 의 값은? [3점]

① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

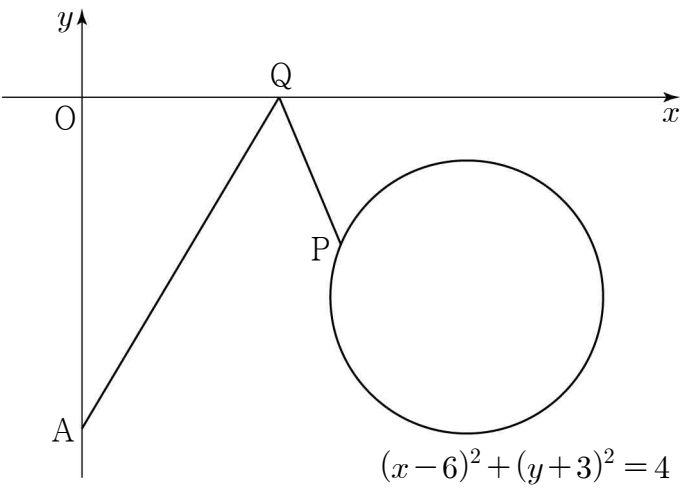
12. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점  $A(0, a)$ ,  $B(-3, 0)$ ,  $C(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 가 있다.  $\angle ABC$ 의 이등분선이 선분  $AC$ 의 중점을 지날 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]



①  $\sqrt{5}$       ②  $\sqrt{6}$       ③  $\sqrt{7}$       ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 3

13. 원  $(x-6)^2+(y+3)^2=4$  위의 점 P와  $x$ 축 위의 점 Q가 있다. 점 A(0, -5)에 대하여  $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12



14. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 이차함수  $f(x)=a(x-2)(x-b)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

- (가)  $f(0)=6$   
(나)  $x$ 의 값의 범위가  $x > 2$ 일 때,  $f(x) > 0$ 이다.

- ① 18      ② 20      ③ 22      ④ 24      ⑤ 26

15.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (k-1)x^2 - k = 0$ 의 한 허근을  $z$ 라 할 때,  $z + \bar{z} = -2$ 이다. 실수  $k$ 의 값은?  
(단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [4점]

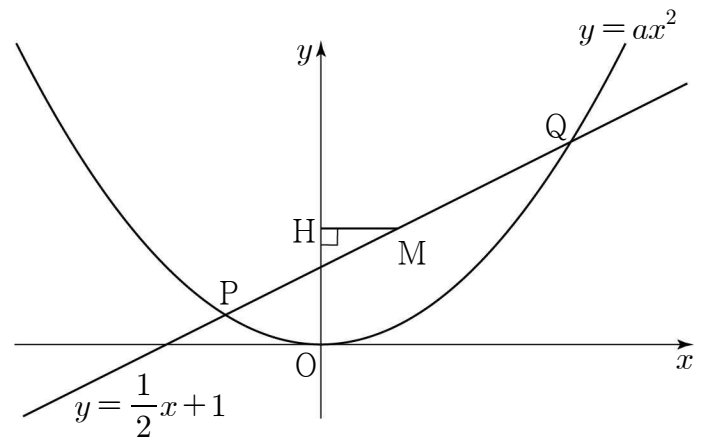
- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

16. 그림과 같이 이차함수  $y = ax^2$  ( $a > 0$ )의 그래프와

직선  $y = \frac{1}{2}x + 1$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.

선분 PQ의 중점 M에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

선분 MH의 길이가 1일 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]



- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6

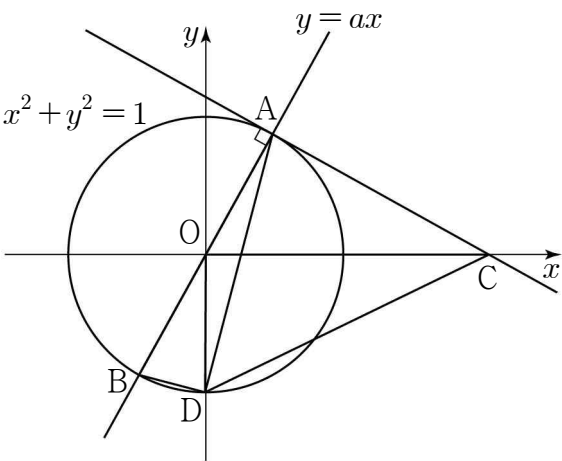
17. 이차항의 계수가 1 인 이차다항식  $P(x)$  와 일차항의 계수가 1 인 일차다항식  $Q(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식  $P(x+1)-Q(x+1)$  은  $x+1$  로 나누어떨어진다.  
(나) 방정식  $P(x)-Q(x)=0$  은 중근을 갖는다.

다항식  $P(x)+Q(x)$  를  $x-2$  로 나눈 나머지가 12 일 때,  $P(2)$  의 값은? [4점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

18. 그림과 같이 원  $x^2+y^2=1$  과 직선  $y=ax$  ( $a>0$ ) 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하고, 점 A 를 지나고 직선  $y=ax$  에 수직인 직선이  $x$  축과 만나는 점을 C 라 하자.  
다음은 점  $D(0, -1)$  에 대하여 두 삼각형 DAB 와 DCO 의 넓이를 각각  $S_1, S_2$  라 할 때,  $\frac{S_2}{S_1}=2$  를 만족시키는 상수  $a$  의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이고, 점 A 의  $x$  좌표는 양수이다.)



원  $x^2+y^2=1$  과 직선  $y=ax$  가 만나는 점 A 의 좌표는  
 $A(\boxed{\text{(가)}}, a \times \boxed{\text{(가)}})$   
이다.  
점 A 를 지나고 직선  $y=ax$  에 수직인 직선을  $l$  이라 하자.  
직선  $l$  의 방정식은  
 $y = -\frac{1}{a}x + \boxed{\text{(나)}}$   
이다.  
점 C 는 직선  $l$  과  $x$  축이 만나는 점이므로 점 C 의 좌표는  
 $C(\sqrt{a^2+1}, 0)$   
이다.  
점  $D(0, -1)$  과 직선 AB 사이의 거리를  $d$  라 하면  
 $S_1 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d, S_2 = \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{OC}$   
따라서  $\frac{S_2}{S_1}=2$  를 만족시키는 양수  $a$  의 값은  
 $a = \boxed{\text{(다)}}$   
이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(a), g(a)$  라 하고,  
(다)에 알맞은 수를  $k$  라 할 때,  $f(k) \times g(k)$  의 값은? [4점]

①  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$     ②  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

19. 좌표평면 위에 점  $A(0, 1)$  이 있다. 이차함수  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$  의 그래프 위의 점  $P\left(t, \frac{t^2}{4}\right)$  ( $t > 0$ ) 을 지나고 기울기가  $\frac{t}{2}$  인 직선이  $x$  축과 만나는 점을  $Q$  라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ.  $t=2$  일 때, 점  $Q$  의  $x$  좌표는 1 이다.  
 ㄴ. 두 직선  $PQ$  와  $AQ$  는 서로 수직이다.  
 ㄷ. 선분  $QA$  를 3 : 2 로 외분하는 점  $R$  가 함수  $y=f(x)$  의 그래프 위의 점일 때, 삼각형  $RQP$  의 넓이는  $6\sqrt{3}$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면 위의 두 점  $A(-1, -9)$ ,  $B(5, 3)$  에 대하여  $\angle APB = 45^\circ$  를 만족시키는 점  $P$  가 있다. 서로 다른 세 점  $A$ ,  $B$ ,  $P$  를 지나는 원의 중심을  $C$  라 하자. 선분  $OC$  의 길이를  $k$  라 할 때,  $k$  의 최솟값은? (단,  $O$  는 원점이다.) [4점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7



21. 좌표평면 위의 두 점  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$ 을  
지름의 양 끝점으로 하는 원  $C$ 가 있다. 점  $A$ 를 지나고  
기울기가  $m$  ( $0 < m < 1$ )인 직선이 원  $C$ 와 만나는 점 중  
 $A$ 가 아닌 점을  $P$ 라 할 때, 선분  $AP$ 를  $3:1$ 로 외분하는  
점을  $Q$ , 선분  $BP$ 와 선분  $OQ$ 가 만나는 점을  $R$ 라 하자.  
삼각형  $OBR$ 의 넓이가  $\frac{9}{26}$ 일 때, 상수  $m$ 의 값은?  
(단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{5}{12}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{7}{12}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

단 답 형

22.  $(x^2+2x+5)^2$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수를 구하시오. [3점]

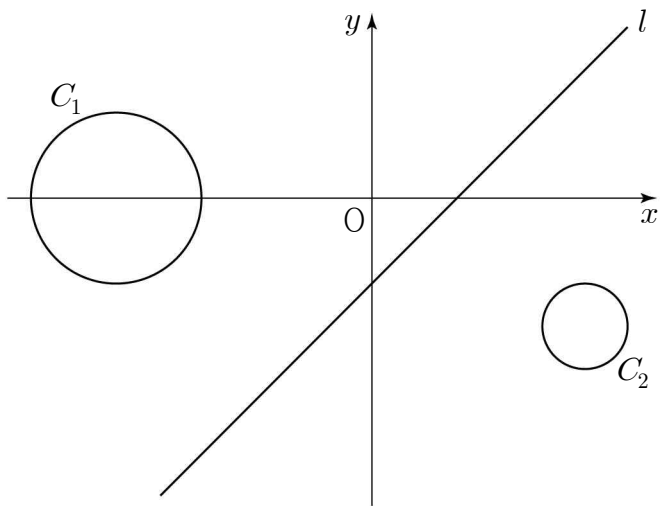
23.  $0 \leq x \leq 5$ 일 때, 이차함수  $f(x) = (x-2)^2 + 4$ 의 최댓값을  
구하시오. [3점]

24. 이차함수  $y = x^2 + ax + 9$ 의 그래프가  $x$ 축에 접할 때,  
양수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

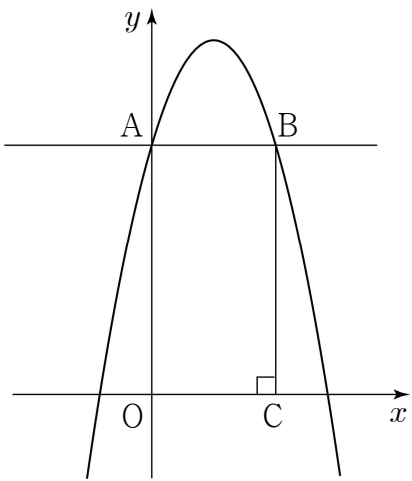
26. 연립부등식  $\begin{cases} 2x+5 \leq 9 \\ |x-3| \leq 7 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를  
구하시오. [4점]

25. 좌표평면 위의 세 점  $(0, 0)$ ,  $(6, 0)$ ,  $(-4, 4)$ 를 지나는  
원의 중심의 좌표를  $(p, q)$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

27. 좌표평면 위에 두 원  $C_1 : (x+6)^2 + y^2 = 4$ ,  
 $C_2 : (x-5)^2 + (y+3)^2 = 1$  과 직선  $l : y = x - 2$  가 있다.  
원  $C_1$  위의 점 P에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을  $H_1$ ,  
원  $C_2$  위의 점 Q에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을  $H_2$ 라 하자.  
선분  $H_1H_2$ 의 길이의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  
두 수  $M, m$ 의 곱  $Mm$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 이차함수  $f(x) = -x^2 + 2kx + k^2 + 4$  ( $k > 0$ )의  
그래프가  $y$ 축과 만나는 점을 A라 하자. 점 A를 지나고  
 $x$ 축에 평행한 직선이 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는  
점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 점 B에서  $x$ 축에 내린  
수선의 발을 C라 하자. 사각형 OCBA의 둘레의 길이를  
 $g(k)$ 라 할 때, 부등식  $14 \leq g(k) \leq 78$ 을 만족시키는  
모든 자연수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. (단, O는 원점이다.)  
[4점]



29. 제1사분면 위의 점 A와 제3사분면 위의 점 B에 대하여 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 점 A, B는 직선  $y=x$  위에 있다.  
 (나)  $\overline{OB}=2\overline{OA}$

점 A에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 H, 점 B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 L이라 하자. 직선 AL과 직선 BH가 만나는 점을 P, 직선 OP가 직선 LH와 만나는 점을 Q라 하자.

세 점 O, Q, L을 지나는 원의 넓이가  $\frac{81}{2}\pi$ 일 때,

$\overline{OA} \times \overline{OB}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

30. 좌표평면 위에 세 점 A(17, 0), B(5, 12), C(5, 5)가 있다. 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $r$ 인 원이 삼각형 OAB와 서로 다른 세 점에서만 만나도록 하는 모든  $r$ 의 값의 곱을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.