

2020학년도


lucete 수학 I



lucete(루체떼) 밝게 빛나라.

학 번 : 2 학년 반 번

이 름 :

 전주근영여고 수학과

수준 별
문제

01 거듭제곱과 거듭제곱근

()반 ()번
이름 ()**01** 다음 식을 간단히 하시오. (단, $a \neq 0$, $b \neq 0$)

(1) $a^2b \times ab^3$ (2) $(a^2b^3)^2$ (3) $a^3b \div \frac{a}{b^2}$

03 다음 값을 구하시오.

(1) $\sqrt[3]{216}$ (2) $\sqrt[4]{625}$
(3) $\sqrt[5]{-32}$ (4) $-\sqrt[6]{64}$

02 다음 거듭제곱근 중에서 실수인 것을 구하시오.

(1) $(-2)^3$ 의 세제곱근 (2) 81의 네제곱근
(3) 0.027의 세제곱근 (4) $(-4)^2$ 의 네제곱근

04 $\sqrt[3]{3^6} = \sqrt{9^k}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{3}{10}$ ② 2 ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

수준별
문제

01 거듭제곱과 거듭제곱근

()반 ()번
이름 ()

- 01** 두 양수 x, y 에 대하여 연산 \wedge 를 $x \wedge y = x^y$ 으로 정의할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 양수이다.)

보기

ㄱ. $(a \wedge b)^c = a \wedge (bc)$

ㄴ. $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

ㄷ. $(ab) \wedge c = (a \wedge c)(b \wedge c)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 02** $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

- 03** 실수 a, b 에 대하여 $3^a = 4, 9^{a+b} = 48$ 일 때, 3^{a+2b} 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

- 04** $2^x = 3, 3^y = 5$ 일 때, 2^{xy} 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

수준 별
문제

01 거듭제곱과 거듭제곱근

()반 ()번
이름 ()

01 다음은 집합 $S = \{2^{2^n} + 1 \mid n \text{은 자연수}\}$ 의 임의의 두 원소가 서로소임을 증명하는 과정이다.

<증명>

임의의 자연수 $m, n (m < n)$ 에 대하여

집합 S 의 두 원소 $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수를 $d (d > 1)$ 라고 가정하자.

$$2^{2^n} + 1 = (2^{2^m} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{\text{(가)}}} + 1)(2^{\boxed{\text{(가)}}} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{\text{(가)}}} + 1) \times \dots \times (2^{2^m} + 1) \times \dots \times (2 + 1) + 2$$

따라서 d 가 $2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1$ 의 공통인수이고 $d > 1$ 이므로 d 는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

그러나 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{2^n} + 1$ 은 $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 모순이다.

따라서 $2^{2^m} + 1$ 과 $2^{2^n} + 1$ 은 1보다 큰 공통인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	2^{n-1}	2	홀수
②	2^{n-1}	5	홀수
③	$2^n - 1$	2	홀수
④	$2^n - 1$	5	짝수
⑤	$2^n - 1$	2	짝수

02 3의 n 제곱근 중 실수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하시오.
(단, n 은 2 이상의 자연수이다.)

수준별
문제

02 지수의 확장

()반 ()번
이름 ()01 $\frac{\sqrt{27}}{4} \times 2^{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{3}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

03 1보다 큰 실수 x 에 대하여 $x^2 + x^{-2} = 38$
일 때, $x - x^{-1}$ 의 값을 구하시오.02 $(\sqrt{2})^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은?

- ① 16 ② 8 ③ 4
 ④ 2 ⑤ 1

04 $8^3 \times 4^{-2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8
 ④ 16 ⑤ 32

수준별
문제

02 지수의 확장

()반 ()번
이름 ()

01 두 실수 a, b 가 $2^{2a+b} = 27$, $4^{a-3b} = \frac{1}{25}$ 을 만족

시킬 때, 2^{3a-2b} 의 값은?

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{21}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$
④ $\frac{27}{5}$ ⑤ 6

03 다음 식에서 근호를 사용한 것은 지수를 사용하여 나타내고, 지수를 사용한 것은 근호를 사용하여 나타내시오. (단, $a > 0$)

- (1) $\sqrt[5]{a^2}$ (2) $\sqrt[4]{a^{-3}}$
(3) $a^{\frac{5}{2}}$ (4) $a^{-0.5}$

02 양수기로 물을 끌어올릴 때, 펌프의 1분당 회전수 N , 양수량 Q , 양수할 높이 H 와 양수기의 비교회전도 S 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$S = NQ^{\frac{1}{2}}H^{-\frac{3}{4}} \quad (\text{단, } N, Q, H \text{의 단위는 각각 rpm, m}^3/\text{분, m이다.})$$

펌프의 1분당 회전수가 일정한 양수기에 대하여 양수량이 24, 양수할 높이가 5일 때의 비교회전도를 S_1 , 양수량이 12, 양수할 높이가 10일 때의

비교회전도를 S_2 라 하자. $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은?

- ① $2^{\frac{3}{4}}$ ② $2^{\frac{7}{8}}$ ③ 2
④ $2^{\frac{9}{8}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{4}}$

04 양수 a 가 $2^a + 2^{-a} = 3$ 을 만족시킬 때,

$$\frac{8^a + 8^{-a}}{2^a + 2^{-a}} \text{의 값은?}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

수준 별
문제

02 지수의 확장

 ()반 ()번
 이름 ()

- 01** 세 수 ${}^3\sqrt{6}$, ${}^4\sqrt{10}$, ${}^6\sqrt{30}$ 의 대소를 비교하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.
- (1) 세 수 ${}^3\sqrt{6}$, ${}^4\sqrt{10}$, ${}^6\sqrt{30}$ 을 각각 ${}^{12}\sqrt{a}$ 꼴로 변형하시오. (단, a 는 자연수이다.)
- (2) 위 (1)의 결과를 이용하여 세 수의 대소를 비교하시오.

- 02** $184^x = 32$, $23^y = 4$ 를 만족시키는 두 실수 x , y 에 대하여 $\frac{5}{x} - \frac{2}{y}$ 의 값을 구하시오.

수준별
문제

03 로그

 ()반 ()번
이름 ()

01 $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은?

- ① 18 ② 28 ③ 32
④ 35 ⑤ 46

03 $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

02 $\log_2 9 \cdot \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

04 $\log_4 \frac{16}{9} + \log_2 3$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수준별
문제

03 로그

 ()반 ()번
 이름 ()

01 세 수 $1, \log_2(2^x + 1), \log_2(4^x - 1)$ 이
 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x 의 값을
 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$
 ③ $2 < \alpha < 3$ ④ $3 < \alpha < 4$
 ⑤ $4 < \alpha < 5$

02 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항이 32이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비
 수열을 이룰 때, $\sum_{k=1}^{11} |\log_2 a_k|$ 의 값을 구하시오.

03 $\log_x(5-x)$ 가 정의되도록 하는 실수 x 의
 값의 범위를 구하시오.

04 1 보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여
 $\log_a 2 = \log_b 5 = \log_c 10 = \log_{abc} x$
 가 성립할 때, 실수 x 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10
 ④ $10\sqrt{10}$ ⑤ 100

수준별
문제

03 로그

()반 ()번
이름 ()

- 01 삼각형 ABC의 세 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a , b , c 라고 할 때, $\log_c(a+b) + \log_c(a-b) = 2$ 가 성립한다. 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오. (단, $a > b$, $c \neq 1$)

- 02 $x \geq 1$, $y \geq 1$ 일 때, $[\log_2 x] + [\log_2 y] = 1$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않는 최대의 정수이다.)

수준 별
문제

04 상용로그

()반 ()번
이름 ()**01** 다음 상용로그의 값을 구하시오.

(1) $\log 10000$ (2) $\log \sqrt[5]{100}$

(3) $\log \frac{1}{\sqrt{1000}}$

02 상용로그표를 이용하여 다음 값을 구하시오.

(1) $\log 6.14$ (2) $\log 4.62$

03 $\log 6.78 = 0.8312$ 라 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $\log 678$ (2) $\log 0.0678$

04 어떤 공기청정기는 공기 필터를 5cm 지날 때 마다 공기에 포함되어 있는 오염물질의 20%를 제거한다고 한다. 필터의 길이가 50cm일 때, 공기 청정기를 통과한 공기에 남아 있는 오염물질의 양은 처음의 몇 % 인가?(단, $\log 2 = 0.3010$, $10^{-0.97} = 0.11$)

- ① 9% ② 11% ③ 13%
④ 15% ⑤ 17%

수준별
문제

04 상용로그

 ()반 ()번
 이름 ()

01 $\log 40$ 의 정수부분을 n , 소수부분을 α 라 할 때,
 $\frac{10^n + 10^\alpha}{10^n - 10^\alpha}$ 의 값을 구하시오.

02 $\log 604 = 2.7810$ 일 때, $\log x = -1.2190$ 을
 만족시키는 x 의 값을 구하시오.

03 $[\log 1] + [\log 2] + [\log 3] + \cdots + [\log 999]$ 의
 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의
 정수이다.)

04 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리
 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를
 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중
 이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해
 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의
 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터
 며칠 후인가? (단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$,
 $\log 9.95 = 0.998$, $\log 9.97 = 0.999$ 로
 계산한다.)

① 15일 ② 18일 ③ 22일
 ④ 25일 ⑤ 28일

수준별
문제

04 상용로그

()반 ()번
이름 ()

- 01 두께가 d (mm)인 물체에 쏜 X 선의 세기를 I_0 , 그 물체를 통과하여 나온 X 선의 세기를 I 라 하면 이 물체의 X 선에 대한 흡수계수 α 는 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$\alpha = \frac{2.3}{d}(\log I_0 - \log I)$$

두께가 2.3 mm, 흡수계수가 3 인 물체 A와 두께가 2.5 mm, 흡수계수가 4.6 인 물체 B에 같은 세기의 X 선을 각각 쏘 때, 물체 A를 통과하여 나온 X 선의 세기는 물체 B를 통과하여 나온 X 선의 세기의 k 배이다.

k 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 10 ⑤ 100

02

소리의 크기가 각각 x_1 dB, x_2 dB인 두 소리를 동시에 낼 때, 합쳐진 소리의 크기는 $10\log(10^{\frac{x_1}{10}} + 10^{\frac{x_2}{10}})$ dB이라고 한다. 각각 100 dB의 소리를 내는 두 개의 스피커를 한곳에 모았을 때, 합쳐진 소리의 크기는 몇 dB인지 상용로그표를 이용하여 구하시오.

01 16의 네제곱근의 개수를 a , -8 의 n 제곱근의 개수를 b 라고 하자. $a+b=13$ 일 때, n 의 값은?

▶ 2점

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

02 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? ▶ 2점

- ① 8의 세제곱근은 $\sqrt[3]{8}$ 의 한 개이다.
② -1 은 -1 의 세제곱근 중 하나이다.
③ $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.
④ -81 의 네제곱근 중에서 실수인 것은 ± 3 이다.
⑤ n 이 홀수일 때, 5의 n 제곱근 중 실수인 것은 한 개이다.

03 $\sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16} + \frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$ 을 간단히 하면? ▶ 3점

- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

04 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 1$) ▶ 3점

- ① $a^2 \div a^{-3} \times a^4 = a^9$
② $(a^{-2})^3 \times (a^{-4})^2 = a^{-14}$
③ $\frac{a^3 \times a^{-2}}{a^{-4} \times a^2} = a^3$
④ $\frac{(a^3)^{-3}}{a^{-2} \times a^5} = a^{-6}$
⑤ $\frac{a^{-2} \times a^4}{a^{-5} \times a^2} = a^5$

05 $9^{-\frac{3}{2}} \times 16^{\frac{1}{4}} \div \sqrt{81^{-3}}$ 을 간단히 하면? ▶ 3점

- ① 18 ② 24 ③ 36
④ 54 ⑤ 81

06 $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{7}}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{7}}} = 7^{\frac{k}{48}}$ 을 만족시키는 자연수 k 의 값은? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07 세 수 $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt[6]{13}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? ▶ 3점

- ① $\sqrt[4]{5} < \sqrt{3} < \sqrt[6]{13}$
- ② $\sqrt[4]{5} < \sqrt[6]{13} < \sqrt{3}$
- ③ $\sqrt{3} < \sqrt[4]{5} < \sqrt[6]{13}$
- ④ $\sqrt{3} < \sqrt[6]{13} < \sqrt[4]{5}$
- ⑤ $\sqrt[6]{13} < \sqrt{3} < \sqrt[4]{5}$

08 $x = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ 일 때, $x^3 - 3x$ 의 값을 구하시오.
▶ 3점

09 $27^x = 3^y = a$ 이고 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. ▶ 4점

10 별의 등급은 제일 밝은 별을 1등급, 제일 어두운 별을 6등급으로 분류하고, 1등급에서 6등급까지의 그 밝기는 일정한 비율로 감소한다고 한다. 1등급의 밝기가 6등급의 밝기의 100배일 때, 5등급의 밝기는 6등급의 밝기의 몇 배인지 구하시오.

(단, $10^{0.2} = 1.58$, $10^{0.4} = 2.51$, $10^{0.5} = 3.16$ 으로 계산한다.) ▶ 4점

11 $\left[\left\{ \left(\frac{1}{256} \right)^{\frac{9}{4}} \right\}^{\frac{8}{3}} \right]^{\frac{1}{m}}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 정수 m 의 개수를 구하시오. ▶ 4점

12 $2^{2x} + 2^{-2x} = 3$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.
▶ 4점

- (1) $2^x + 2^{-x}$ 의 값을 구하시오.
- (2) $2^{3x} + 2^{-3x}$ 의 값을 구하시오.

13 등식 $\log_x 125 = -3$ 을 만족하는 x 의 값은? ▶ 3점

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3
④ 5 ⑤ 25

14 $\log_3 9 + 4\log_3 \sqrt{3} - \log_3 81$ 을 간단히 하면?

▶ 4점

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

서술형

15 $1 < x < 10$ 인 x 에 대하여 $\log x$ 와 $\log \frac{1}{x}$ 의
소수부분이 같을 때, 실수 x 의 값을 구하시오.

▶ 8점

16 $\log_{10} 2 + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \dots$
 $+ \log_{10} \left(1 + \frac{1}{99}\right)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

17 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 두 근이
 $\log_{10} a$, $\log_{10} b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

▶ 4점

- ① -16 ② -14 ③ -12
④ -10 ⑤ -8

18 $\log x = 1.3412$ 일 때, $\log x^3 + \log \sqrt{x}$ 의 값은?

▶ 4점

- ① 1.6942 ② 2.6942 ③ 3.6942
④ 4.6942 ⑤ 5.6942

- 19 3^{40} 을 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 은 정수) 꼴로 나타낼 때, $\log a$ 의 소수 부분은? ▶ 3점
(단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

- ① 0.084 ② 0.126 ③ 0.204
④ 0.7908 ⑤ 0.9084

- 20 $2 \leq \log x < 3$ 이고, $\log x - [\log x] = \log 2$ 일 때, x 의 값은? ▶ 4점
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 150 ② 200 ③ 250
④ 400 ⑤ 500

서술형

- 21 $a^2b^3 = 1$ 일 때, $a^8b^{12} + \log_b \sqrt[4]{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$ 이다.) ▶ 8점

- 22 어떤 물체의 처음 온도를 T_0 , t 분이 지난 후의 온도를 T , 주위의 온도를 T_s 라고 할 때, 다음과 같은 관계가 성립한다고 한다.

$$\log \frac{T - T_s}{T_0 - T_s} = kt \quad (k \text{는 상수})$$

96°C 인 삶은 달걀을 6°C 의 물에 넣고 식혔더니 3분 후에 36°C 가 되었다. 이 달걀을 16°C 까지 식히려면 물에 담근 채 앞으로 몇 분이 더 지나야 하는지 구하시오. (단, 물의 온도는 6°C 를 유지한다.) ▶ 4점

서술형

- 23 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{2-p}(x^2 - 2px + 3p)$ 의 값이 정의되기 위한 실수 p 의 값의 범위를 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 24 $\log A$ 에 대하여 $n = [\log A]$, $\alpha = \log A - [\log A]$ 라고 정의하자. 이차방정식 $5x^2 - 12x + k = 0$ 의 두 근을 n , α 할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. ▶ 8점

수준 별
문제

01 지수함수와 로그함수

()반 ()번
이름 ()

- 01** 지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 에 대하여
다음을 구하시오.
- (1) $f(0)$ (2) $f(1)$
(3) $f(2)$ (4) $f(-3)$

- 02** 로그함수 $f(x) = \log_2 x$ 에 대하여
다음을 구하시오.
- (1) $f(1)$ (2) $f(2)$
(3) $f(\sqrt{2})$ (4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

- 03** 다음 지수함수와 로그함수의 그래프를 그리고,
점근선의 식을 구하시오.
- (1) $y = -5^x$ (2) $y = \log_2(-x)$

- 04** 지수함수, 로그함수를 이용하여 다음 수들의
대소를 비교하시오.
- (1) $(\sqrt{2})^3$, $\sqrt[5]{16}$, $\sqrt[3]{4}$
(2) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 0 , $\log_{\frac{1}{2}} 3$

수준 별
문제

01 지수함수와 로그함수

()반 ()번
이름 ()

01 다음 물음에 답하시오.

(1) 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 이용하여 함수 $y = 2^{x-1} + 2$ 의 그래프를 그리고, 그 그래프의 점근선의 식을 구하시오.

(2) 로그함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 이용하여 함수 $y = \log_2(x-1) + 1$ 의 그래프를 그리고, 그 그래프의 점근선의 식을 구하시오.

03 다음 보기의 함수의 그래프 중 로그함수

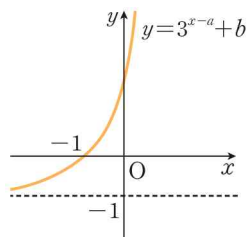
$y = \log_3 x$ 의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 완전히 겹쳐지게 할 수 있는 것을 모두 고르시오.

보기

㉠. $y = \log_3 \frac{x-1}{9}$ ㉡. $y = \log_9 x$

㉢. $y = \log_3 \frac{1}{x}$

02 함수 $y = 3^{x-a} + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.



04 다음 함수의 정해진 범위에서의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $y = 2^{-x} \cdot 3^x$ ($-2 \leq x \leq 1$)

(2) $3 \leq x \leq 81$ 에서 함수

$y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^4 - 2$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

수준 별
문제

01 지수함수와 로그함수

()반 ()번
이름 ()

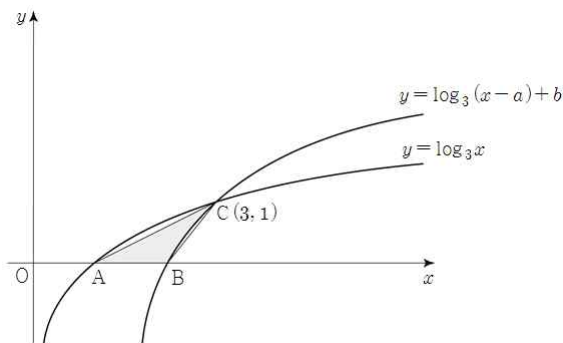
- 01 좌표평면에서 지수함수 $f(x) = a^x$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 후, x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 지수함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 된다. 이때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 1$ 에 대하여 대칭이다.
(나) $f(3) = 16g(3)$

두 양수 a , m 에 대하여 $a + m$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

- 02 그림과 같이 두 로그함수 $y = \log_3 x$, $y = \log_3(x - a) + b$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고 두 로그함수의 그래프가 만나는 점을 C 라 하자. 점 C 의 좌표가 $(3, 1)$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)



- ① $\frac{7}{3}$ ② 3 ③ $\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ 5

수준별
문제

02 지수함수와 로그함수의 활용

()반 ()번
이름 ()**01** 다음 방정식을 푸시오.

(1) $3^x = 81$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$

(3) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$

03 다음 부등식을 푸시오.

(1) $10^x - 1000 > 0$

(2) $2^{x+1} \leq 2\sqrt{2}$

(3) $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x < 54$

02 다음 부등식을 푸시오.

(1) $2^x > \sqrt{32}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}$

(3) $\log_3 x \leq 2$

(4) $\log_{0.1} x < 2$

04 다음 부등식을 푸시오.

(1) $\log_{\frac{1}{2}} x > 3$

(2) $\log_3(x-4) \leq 4$

수준별
문제

02 지수함수와 로그함수의 활용

()반 ()번
이름 ()

01 지수부등식 $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

02 부등식 $1 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 > \log_{\frac{1}{2}} (5x - 8)$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오.

03 지수방정식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 의 모든 근의 합은?

- ① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -2

04 어느 건물의 물탱크에 물이 가득 차 있다.

물탱크에 남은 물의 양의 $\frac{1}{10}$ 씩을 매일 사용한다고 할 때, 이 물탱크의 남아있는 물의 양이 처음의 절반 이하가 되는 것은 며칠 후부터인지 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

수준별
문제

02 지수함수와 로그함수의 활용

()반 ()번
이름 ()01 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.(가) $0 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = \begin{cases} 3^x & (0 \leq x < 2) \\ 3^{-(x-4)} & (2 \leq x < 4) \end{cases}$ 이다.(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.단한구간 $[0, 40]$ 에서 방정식 $f(x) - 5 = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오.02 당분을 소화시켜 알코올을 생산하는 이스트는 생산된 알코올에 의해 죽게 된다. 300 g의 어떤 이스트가 발효를 시작한 지 t 시간 후의 양 $P(t)$ g은

$$P(t) = 100 \left(1 + a^{-\frac{t}{40}} \right) \quad (0 < a < 100)$$

으로 나타내어진다고 한다. 발효를 시작한 지 8시간 후의 이스트의 양이 4시간 후의 이스트의 양의 $\frac{13}{15}$ 배가 될 때, a 의 값을 구하시오.

01 지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ 에 대하여

$f(-2)$ 의 값은? ▶ 2점

- ① $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

02 로그함수 $f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ 에 대하여

$f\left(\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{f(3)}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① -1 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

03 다음 중 옳지 않은 것은? ▶ 3점

- ① $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 의 그래프는 감소함수이다.
② $y = \log_4 x$ 의 그래프는 y 축 오른쪽에 있다.
③ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프는 점 (1, 0)을 지난다.
④ $y = 2^x$ 과 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다.
⑤ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 과 $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ 의 그래프는 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

04 다음 방정식을 만족시키는 x 의 값은? ▶ 2점

$$(\sqrt{8})^x = 4\sqrt{2}$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

05 다음 방정식을 만족시키는 x 의 값은? ▶ 3점

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$$

- ① $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
④ $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

06 지수함수 $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)에 대한

다음 설명 중 옳은 것은? ▶ 3점

- ① 그래프 항상 원점을 지난다.
② x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
③ 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
④ 그래프의 점근선의 방정식은 $x = 0$ 이다.
⑤ $y = a^x$ 역함수는 $y = a^{-x}$ 이다.

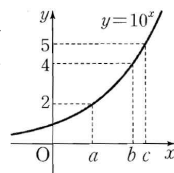
- 07 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + \sqrt{8}) + k$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않도록 하는 상수 k 의 최솟값은?
▶ 3점

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

- 08 함수 $y = 3 - \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$ 의 그래프의 점근선의 식은 $x = a$ 이고, 이 함수의 그래프가 두 점 $(0, b)$, $(c, 0)$ 을 지날 때, $(a + b) \times c$ 의 값은?
▶ 4점

- ① $-\frac{15}{4} \log_2 3$ ② $-\frac{23}{8} \log_2 3$ ③ $-\frac{15}{4} \log_3 2$
④ $\frac{23}{8} \log_3 2$ ⑤ $\frac{15}{4} \log_2 3$

- 09 오른쪽 그림은 $y = 10^x$ 의 그래프이다. 이때 $2a + b + 4c$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점



- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4 ⑤ 5

- 10 부등식 $8^{2-\sqrt{6-x}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 을 만족시키는

정수 x 의 개수는? ▶ 4점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 11 방정식 $\log_{4-x} \sqrt[3]{9} = \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 x 의 값은?

▶ 3점

- ① $3 - 4\sqrt[3]{3}$ ② $4 - 3\sqrt[3]{3}$ ③ $3 - \sqrt{3}$
④ $4 - 2\sqrt{3}$ ⑤ $4 - \sqrt{3}$

- 12 방정식 $(\log_3 x) \left(\log_3 \frac{a}{x} \right) = b$ 의 두 근이 9, $\frac{1}{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13 부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(10-x) > -2$ 을 만족시키는

자연수 x 의 개수는? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14 함수 $f(x) = \log_{\sqrt{2}}(16-4x)$ 에 대하여 집합
 $\{(m, n) \mid 0 < n \leq f(m), m, n \text{은 자연수}\}$ 의
원소의 개수는? ▶ 4점

- ① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

15 방정식 $x^{x^2-2x} = x^{3x-6}$ 을 푸시오. ▶ 4점

16 $-2 \leq x \leq 4$ 일 때, 함수 $y = 2^x - \sqrt{2^{x+4}} + 3$
의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오. ▶ 4점

17 상수 a, b 에 대하여 $a + \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}(a+1)^2$
일 때, 함수 $y = \log_a(x-a) + b$ 의 최댓값이 12,
최솟값이 10이다. 이때 a^2 의 값을 구하시오.
(단, $0 < a < 1$) ▶ 4점

18 부등식 $4^x - 6 \cdot 2^x - 16 < 0$ 을 만족하는
모든 자연수의 합은? ▶ 4점

- ① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 10

서술형

- 19 반감기가 24년인 어떤 방사성 물질의 질량이 초기 질량의 60 %로 줄어드는 데 걸리는 시간을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$ 로 계산한다.)
▶ 8점

- 20 다음 부등식을 푸시오. ▶ 4점

$$\log \sqrt{2}(x+5) + \log \frac{1}{2}(1-x) > 0$$

- 21 $-2 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $y = 2^{x+2} \cdot 3^{-x}$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? ▶ 4점

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{35}{3}$ ③ 2
④ 4 ⑤ 5

서술형

- 22 지진의 세기를 나타내는 규모 y 는 지진의 최대 진폭 $x \mu\text{m}$ (마이크로미터)에 대하여 $y = \log x$ 로 정의된다. 다음 물음에 답하시오. ▶ 8점

(1) 규모 4의 지진의 최대 진폭을 $x_0 \mu\text{m}$, 규모 4.8의 지진의 최대 진폭을 $x_1 \mu\text{m}$ 라고 할 때, 이를 식으로 나타내시오.

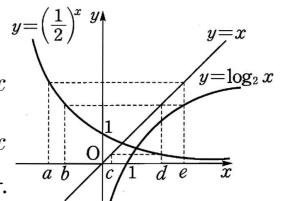
(2) 최대 진폭이 $50 \frac{\sqrt{x_0}}{\sqrt[3]{x_1}} \mu\text{m}$ 인 지진의 규모를 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

서술형

- 23 x 가 양수일 때, 부등식 $x^{\log x} \geq ax^4$ ($a > 0$)이 항상 성립하기 위한 실수 a 값의 범위를 구하시오.
▶ 8점

서술형

- 24 오른쪽 그림은 두 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 를 나타낸 것이다. $a + d + c \times e$ 의 값을 구하시오. (단, 점선은 모두 x 축 또는 y 축에 평행하다.) ▶ 8점



01 다음 보기 중 옳은 것은?

(단, 실수 범위에서 생각한다.) ▶ 2점

- ① n 이 짝수이고 $a > 0$ 일 때, $x^n = a$ 를 만족시키는 x 의 값은 n 개이다.
 ② $a < 0$ 일 때, $(\sqrt[n]{-a})^5 = a$ 이다.
 ③ n 이 짝수일 때, -4 의 n 제곱근은 $\pm \sqrt[n]{4}$ 이다.
 ④ n 이 홀수일 때, -3 의 n 제곱근은 $-\sqrt[n]{3}$ 이다.
 ⑤ 4의 제곱근은 2이다.

02 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라

할 때, $\frac{(6^\alpha)^\beta}{\sqrt[3]{6^\alpha} \times \sqrt[3]{6^\beta}}$ 의 값은? ▶ 2점

- ① 6^{-2} ② 6^{-1} ③ 1
 ④ 6 ⑤ 6^2

03 $\frac{2}{2^{-5}+1} + \frac{2}{2^{-4}+1} + \dots + \frac{2}{2^0+1} + \dots$
 $+ \frac{2}{2^4+1} + \frac{2}{2^5+1}$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

04 $\sqrt[3]{4^m} \times \sqrt[6]{3^n} = 36$ 을 만족시키는 자연수 m, n 대하여 $m+n$ 의 값을 구하시오. ▶ 2점

05 $2^x + 2^{-x} = 2$ 일 때, $\frac{2^{3x} + 2^{-3x}}{2^{2x} + 2^{-2x}}$ 의 값은? ▶ 2점

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

06 세 수 $5^{30}, 4^{40}, 3^{50}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? ▶ 3점

- ① $3^{50} < 4^{40} < 5^{30}$ ② $3^{50} < 5^{30} < 4^{40}$
 ③ $5^{30} < 4^{40} < 3^{50}$ ④ $5^{30} < 3^{50} < 4^{40}$
 ⑤ $4^{40} < 5^{30} < 3^{50}$

- 07 지수함수 $f(x) = a^x$ ($0 < a < 1$)에 대하여
 $f(p) = 4$, $f(q) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f\left(\frac{p}{2} - q\right)$ 의 값은?

▶ 3점

- ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

- 08 x 에 대한 방정식 $4^x - a \cdot 2^{x+2} + a^2 + 4a - 5 = 0$
 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 상수 a 의 값의
 범위는? ▶ 3점

- ① $a > -5$ ② $-5 < a < -1$
 ③ $a > 0$ ④ $-4 < a < 1$ ⑤ $a > 1$

- 09 방정식 $x^{\log x - 1} = 100$ 의 두 근을 α , β ($\alpha < \beta$)
 라 할 때, $\log \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

- 10 동물의 에너지 사용량의 한 지표인 표준대사량
 E 와 그 동물의 몸무게 W 사이에는 $E = kW^{\frac{3}{4}}$
 (k 는 상수)인 관계가 성립한다고 한다. 동물 A의
 몸무게가 동물 B의 몸무게의 100배이고, 동물 A
 의 표준대사량은 동물 B의 표준대사량의 a 배일 때,
 $a^{\frac{4}{3}}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 80 ② 90 ③ 100
 ④ 110 ⑤ 120

- 11 $\log_{(x+1)}(42 - x - x^2)$ 이 정의되도록 하는
 정수 x 의 개수는? ▶ 3점

- ① 5 ② 7 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 12

- 12 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 이
 만나는 두 점을 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 라 할 때,
 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
 (단, $r > 1$ 이고 $x_1 < x_2$ 이다.) ▶ 4점

보기

- ㄱ. $x_1 + x_2 < 0$
 ㄴ. $x_1x_2 + y_1y_2 > r^2$
 ㄷ. $x_1 - y_1 < x_2 - y_2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 13 $a > b > c$ 를 만족하는 세 양수 a, b, c 에 대하여 $\log_2 a + \log_2 c = 2\log_2 b$ 일 때,
 $\log_2(a-b) + \log_2(b+c) - \log_2(a+b) - \log_2(b)$
 의 값은? ▶ 4점
- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

- 14 $\frac{1}{\log_{10} 3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a-3^b}{a+3^b}$ 의 값은? ▶ 3점
- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{2}{9}$
 ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

- 15 두 함수 $f(x) = \log_3 x$, $g(x) = x^2 - 2x + 10$ 에
 대하여 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x = a$ 에서 최솟값
 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

- 16 로그함수 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)에 대하
 여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $x > 0$, $y > 0$)
 ▶ 4점
- ① $f(1) = 0$ ② $f(x+y) = f(x) + f(y)$
 ③ $f(x^2) = 2f(x)$ ④ $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$
 ⑤ $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

- 17 함수 $f(x) = \log_2(x+5) + 1$ 의 역함수를 $g(x)$
 라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

- 18 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 $-a$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 곡선이
 두 점 $A(0, 4)$, $B(1, 2)$ 를 이은 선분 AB 와 만나게
 되는 a 의 값의 범위는 $m \leq a \leq M$ 이다.
 이때 $m+M$ 의 값은? ▶ 4점
- ① 23 ② 27 ③ 29
 ④ 31 ⑤ 33

- 19 정의역이 $\{x | -1 < x < 1\}$ 인 함수
 $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{2-x}$ 의 치역은? ▶ 4점
- ① $\{y | y > -1\}$ ② $\{y | y < -1\}$
 ③ $\{y | y > 0\}$ ④ $\{y | y < 0\}$
 ⑤ $\{y | y > 1\}$

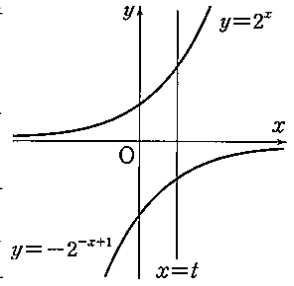
- 20 부등식 $\log_x (\log_x y) < 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표평면에 나타낸 영역의 넓이를 구하시오. (단, $x < 2$) ▶ 8점

- 21 함수 $y = 4(a^x + a^{-x}) - a^{2x} - a^{-2x} + k$ 의 최댓값이 18일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, a \neq 1$) ▶ 6점

- 22 자연수 n 이 다음 두 조건을 만족시킬 때, $[\log n]$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) ▶ 8점

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \frac{1}{2} < \log n - [\log n] < \frac{2}{3} \\ \text{(나)} \quad & [3 \log n] + [2 \log n] = 122 \end{aligned}$$

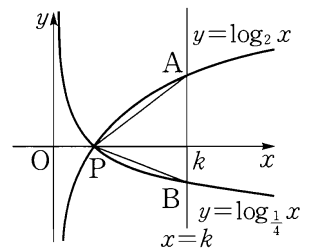
- 23 오른쪽 그림은 두 함수 $y = 2^x, y = -2^{-x+1}$ 의 그래프이다. 직선 $x = t$ 가 두 곡선에 의해 잘린 선분의 길이를 l_t 라 하면 l_t 는 $t = \alpha$ 일 때, 최솟값 β 를 갖는다



고 한다. 이때 $\frac{\beta^2}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점

- 24 방사성 원소는 일정한 시간이 지나면 일정한 비율로 다른 원소로 변하는데, 이때 방사성 원소의 양이 절반으로 줄어드는 데 걸리는 시간을 반감기라 한다. 어느 방사성 원소 X 의 반감기는 57년이라고 한다. 어느 고대 유적지에서 발견된 타다만 곡식 한 알에 포함되어 있는 방사성 원소 X 의 양이 처음 방사성 원소의 양의 6.25%라 하면 타다만 곡식 한 알은 N 년 전에 수확한 것으로 추정할 수 있다고 한다. 이때 N 의 값을 구하시오. ▶ 6점

- 25 오른쪽 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_2 x$ 와 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 가 만나는 점을 P , 직선 $x = k$ ($k > 1$)가 두 곡선과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자.



$\overline{AB} = 6$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하시오. ▶ 6점

수준 별
문제



01 일반각과 호도법

()반 ()번
이름 ()

01 반직선 OX를 시초선으로 하여 크기가 다음과 같은 각을 나타내는 동경을 그리고, 그 동경이 나타내는 일반각을 $360^\circ \times n + \alpha^\circ$ 꼴로 나타내시오.

(단, n 은 정수, $0^\circ \leq \alpha^\circ < 360^\circ$)

- (1) 50° (2) -585°
(3) 930° (4) -770°

02 다음 각은 제몇 사분면의 각인지 구하시오.

- (1) 40° (2) 145°
(3) -150° (4) -750°

03 다음 각의 동경이 나타내는 일반각을 $2n\pi + \theta$ 꼴로 나타내시오. (단, n 은 정수, $0 \leq \theta < 2\pi$)

- (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) 3π
(3) $\frac{17}{6}\pi$ (4) $-\frac{5}{4}\pi$

04 중심각의 크기가 3라디안인 부채꼴의 둘레의 길이가 20일 때, 이 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 차례로 적으면?

- ① 6, 9 ② 6, 12 ③ 12, 12
④ 12, 18 ⑤ 12, 24

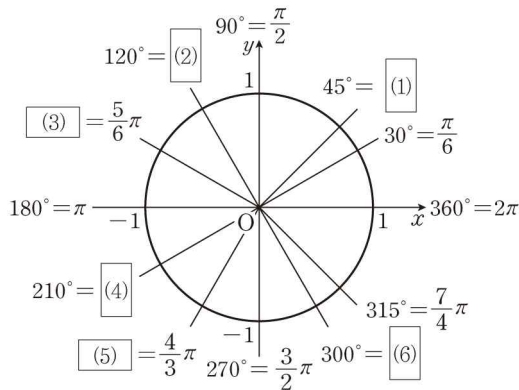
수준 별
문제



01 일반각과 호도법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 그림에서 □ 안에 알맞은 각을 호도법 또는 육십분법으로 나타내시오.

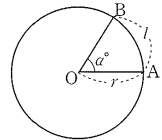


02 각 θ 가 제4사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{3}$ 가 속하는 사분면은?

- ① 제1, 3사분면 ② 제2, 3사분면
③ 제2, 4사분면 ④ 제1, 2, 3사분면
⑤ 제2, 3, 4사분면

03 다음은 호도법에 대한 설명이다.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r , 중심이 O인 원에서 길이가 l 인 호 AB에 대한 중심각 AOB의 크기를 α° 라 하면, 호 AB의 길이는 중심각의 크기 α° 에 비례한다.



따라서, $\frac{l}{\text{(가)}} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$

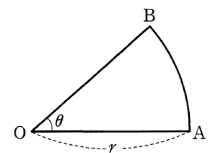
여기서 $l=r$ 이면 $\alpha^\circ = \text{(나)}$ 인 경우 중심각의 크기 α° 는 원의 반지름의 길이에 관계없이 항상 일정하다.

이 일정한 각의 크기를 1라디안이라 하고, 이것을 단위로 하여 각의 크기를 나타내는 방법을 호도법이라 한다.

위에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① $2\pi r, \frac{180^\circ}{\pi}$ ② $2\pi r, \frac{\pi}{180^\circ}$
③ $2\pi r, \frac{360^\circ}{\pi}$ ④ $\pi r, \frac{\pi}{180^\circ}$
⑤ $\pi r, \frac{360^\circ}{\pi}$

04 오른쪽 그림과 같은 넓이가 20 cm^2 인 부채꼴 AOB에서 중심각의 크기 θ 는 60% 늘이고, 반지름의 길이 r 는 25% 줄일 때, 변화된 부채꼴의 넓이를 구하시오.



수준 별
문제



01 일반각과 호도법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 중 옳은 것만 고른 것은 ?

두 각 α, β 에 대하여 (단, n 은 정수)

ㄱ. α, β 의 동경이 일치하면 $\alpha + \beta = 360^\circ \times n$

ㄴ. α, β 의 동경이 x 축에 대칭이면 $\alpha + \beta = 360^\circ \times n$

ㄷ. α, β 의 동경이 y 축에 대칭이면 $\alpha - \beta = 360^\circ \times n + 180^\circ$

ㄹ. α, β 의 동경이 원점에 대칭이면 $\alpha - \beta = 360^\circ \times n + 180^\circ$

① ㄴ, ㄹ

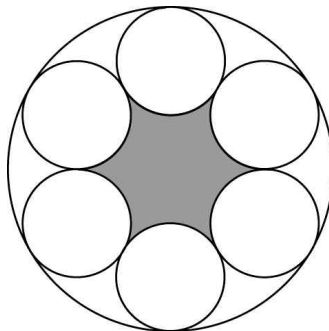
② ㄷ, ㄹ

③ ㄷ

④ ㄱ

⑤ ㄱ, ㄴ

02 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 크기가 같은 6개의 원이 서로 외접하고 있다. 어두운 부분의 넓이가 $S = p\sqrt{3} + q\pi$ (p, q 는 정수)일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.



수준 별
문제



02 삼각함수

()반 ()번
이름 ()

01 θ 의 크기가 다음과 같을 때, $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ 의 값을 각각 구하시오.

(1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{5}{6}\pi$

(3) $-\frac{5}{6}\pi$ (4) $-\frac{1}{6}\pi$

02 원점 O와 점 P(4, -3)을 지나는 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라고 할 때, $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ 의 값을 구하시오.

03 부등식 $\sin\theta > 0$, $\tan\theta < 0$ 을 만족시키는 각 θ 는 제몇 사분면의 각인지 말하시오.

04 θ 가 제3사분면의 각이고 $\cos\theta = -\frac{8}{17}$ 일 때, $\sin\theta$, $\tan\theta$ 의 값을 각각 구하시오.

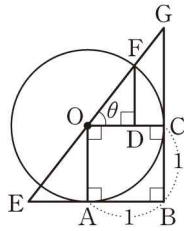
수준 별
문제



02 삼각함수

()반 ()번
이름 ()

- 01** 다음 그림에서 $\square OABC$ 는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고, 점 O 는 원의 중심이다. $\angle FOD = \theta$ 라고 할 때, 다음과 같은 길이를 나타내는 선분을 말하시오.



- (1) $\sin \theta$ (2) $\cos \theta$ (3) $\tan \theta$

- 02** $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.
- (1) $\sin \theta \cos \theta$
- (2) $\sin \theta - \cos \theta$
- (3) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

- 03** 다음 식을 간단히 하시오.

$$\cos^2 0^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$$

- 04** $180^\circ < \theta < 270^\circ$ 일 때,
 $\cos \theta + \sin \theta + \tan \theta + |\cos \theta|$
 $+ |\sin \theta| - \sqrt{\tan^2 \theta}$ 를 간단히 하시오.

수준별
문제



02 삼각함수

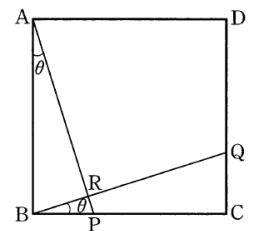
()반 ()번
이름 ()

01 $x = \sin \theta + 2\cos \theta$, $y = 2\sin \theta - \cos \theta$ 를 만족시키는 점 (x, y) 가 나타내는 도형의 길이는?

- ① 10 ② 5 ③ 2π ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ $2\sqrt{10}\pi$

02 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 변 BC, CD 위에 $\angle BAP = \angle CBQ = \theta$ 가 되게 두 점 P, Q를 잡고, 선분 AP와 선분 BQ의 교점을 R라 하자. 삼각형 BPR와 사각형 PCQR의 넓이의 비가 1 : 8일 때, $\cos \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$



수준 별
문제



03 삼각함수의 그래프

()반 ()번
이름 ()

01 다음 함수의 주기를 구하고, 그 그래프를 그리시오.

(1) $y = \sin \frac{x}{2}$

(2) $y = 3 \cos 2x$

03 다음 부등식을 푸시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

(1) $\sin x < \frac{1}{2}$

(2) $2 \cos x + \sqrt{2} \leq 0$

(3) $\sqrt{3} \tan x - 1 \geq 0$

02 다음 방정식을 푸시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

(1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $2 \cos x = \sqrt{2}$

(3) $2 \sin x + 1 = 0$

(4) $\tan x = 1$

04 $y = \tan 2x + 1$ 의 그래프를 그리고, 치역, 주기, 점근선의 방정식을 각각 구하시오.

수준별
문제



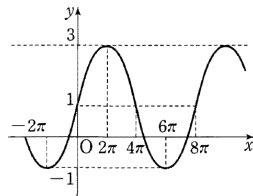
03 삼각함수의 그래프

()반 ()번
이름 ()

- 01 함수 $y = a \sin bx + c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은?

(단, $a > 0, b > 0$)

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{21}{4}$
③ 6 ④ 7
⑤ 8



- 03 다음 중 옳은 것은?

- ① $\cos 1 < \cos 2 < \cos 3$
② $\cos 1 < \cos 3 < \cos 2$
③ $\cos 3 < \cos 2 < \cos 1$
④ $\cos 3 < \cos 1 < \cos 2$
⑤ $\cos 2 < \cos 1 < \cos 3$

- 02 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식 $2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ 을 만족하는 모든 x 의 값의 합을 구하시오.

- 04 다음 보기에서 함수

$f(x) = \frac{1}{2} \tan \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) - 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 주기함수이다.
ㄴ. $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 음수이다.
ㄷ. $f(x) = \frac{1}{2} \tan 2x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

수준 별
문제

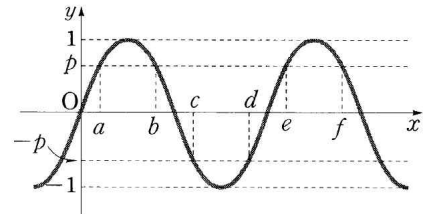


03 삼각함수의 그래프

()반 ()번
이름 ()

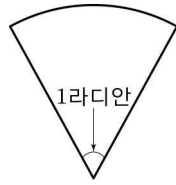
01 $y = 3 \cos \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{3}{5}x$ 의 교점의 개수를 구하시오.

02 오른쪽 그림은 $y = \sin \frac{1}{2}x$ 의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 $\tan(a+b+c+d+e+f)$ 의 값을 구하시오.



- 01 길이가 12 cm인 철사를 이용하여 중심각이 1라디안인 부채꼴을 만들 때, 이 부채꼴의 넓이는? ▶ 2점

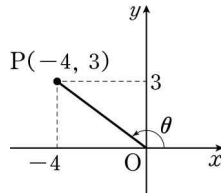
- ① 6 ② 8
③ 10 ④ 4π
⑤ 6π



- 02 원점 O와 점 P(-4, 3)을 이은 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라고 할 때, $\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은?

▶ 2점

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{4}{5}$
③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$



- 03 θ 가 제2사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{3}$ 가 나타내는 동경이

지나지 않는 사분면은? ▶ 3점

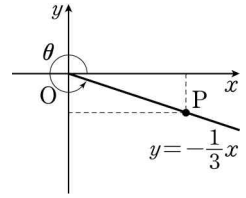
- ① 제1사분면 ② 제3사분면 ③ 제4사분면
④ 제1, 2사분면 ⑤ 제2, 4사분면

- 04 직선 $y = -\frac{1}{3}x (x \geq 0)$

위의 한 점 P와 원점 O를 이은 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라고 할 때, $\sin \theta \cos \theta$ 의 값은?

▶ 3점

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{3}{10}$
④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{10}$



- 05 $\sin^2 20^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 70^\circ$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ $2 \sin 20^\circ$
④ $2 \sin 40^\circ$ ⑤ 0

- 06 다음 중 함수 $f(x) = 4 \tan 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 1$ 에 대한

설명으로 옳은 것은? ▶ 3점

- ① 주기는 π 이다.
② $y = f(x)$ 의 그래프는 $y = 4 \tan 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{8}$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 정의되는 함수이다.
④ 점근선의 방정식은 $x = n\pi + \frac{3}{8}\pi$ 이다.
⑤ 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{8}, 1\right)$ 에 대하여 대칭이다.

07 점 P는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $(1, 0)$ 을 출발하여 2초에 한 바퀴씩 양의 방향으로 돌 때, t 초 후의 점 P의 좌표는? ▶ 3점

- ① $(\sin \pi t, \cos \pi t)$ ② $(\sin \pi t, -\cos \pi t)$
 ③ $(\cos \pi t, \sin \pi t)$ ④ $(\cos \pi t, -\sin \pi t)$
 ⑤ $(-\cos \pi t, \sin \pi t)$

08 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\cos(\pi + \theta)$
 $+ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\sin(\pi - \theta)$ 를 간단히 하면? ▶ 3점

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ $2\sin\theta\cos\theta$ ⑤ $-2\sin\theta\cos\theta$

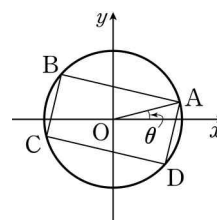
09 보기의 $y = f(x)$ 함수 중 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수만을 있는 대로 고른 것은? ▶ 3점

보기

ㄱ. $y = \sin(\sin x)$ ㄴ. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
 ㄷ. $y = 2\tan(\pi + x)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD가 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x 축과 선분 OA가 이루는 각을 θ 라고 할 때, $\cos(\pi - \theta)$ 와 같



은 것은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) ▶ 4점

- ① 점 A의 x 좌표 ② 점 B의 y 좌표
 ③ 점 C의 x 좌표 ④ 점 C의 y 좌표
 ⑤ 점 D의 x 좌표

11 보기의 함수의 그래프 중 서로 일치하는 것끼리 짝지어진 것을 있는 대로 고른 것은? ▶ 3점

보기

ㄱ. $y = \cos|x|$, $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
 ㄴ. $y = \sin|x|$, $y = |\sin x|$
 ㄷ. $y = \cos x$, $y = |\cos x|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

서술형

12 x 에 대한 방정식 $x^2 - 2x + 9\tan^2\theta - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 θ 의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$ 이다. $\beta - \alpha$ 의 값을 구하시오.

(단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$) ▶ 8점

- 13 함수 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 의 주기를 p 라고 할 때, $f(p)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

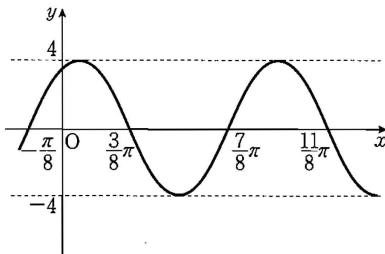
- 14 함수 $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$ 에 대하여 보기의 함수 중 그 그래프가 y 축에 대하여 대칭인 것을 있는 대로 고른 것은? ▶ 4점

보기

- ㉠. $y = f(f(x))$ ㉡. $y = f(g(x))$
 ㉢. $y = g(g(x))$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

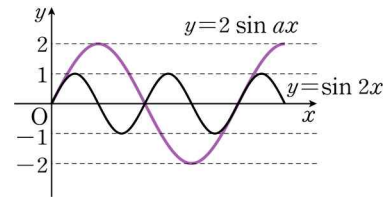
- 15 함수 $y = a\cos b\left(x - \frac{c}{b}\right)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a , b , c 의 곱 abc 의 값은?
 (단, $a > 0$, $b > 0$, $-\pi < c < \pi$) ▶ 4점



- ① π ② 2π ③ 3π
 ④ 4π ⑤ 5π

- 16 $\pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$ 이고 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \theta + \cot \theta$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

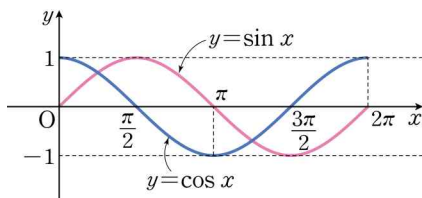
- 17 두 함수 $y = \sin 2x$ 와 $y = 2\sin ax$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 양수 a 의 값을 구하시오. ▶ 4점



- 18 함수 $f(x) = a\tan bx + 2$ 의 주기가 2π , $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 일 때, 실수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.
 (단, $b > 0$) ▶ 4점

- 19 방정식 $\sin x + |\sin x| = 1$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)의 두 근을 각각 α, β 라고 할 때, $\cos \alpha + \cos \beta$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

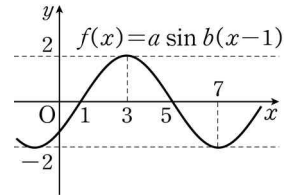
- 20 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 두 함수 $y = \sin x$ 와 $y = \cos x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $\sin x \geq \cos x$ 를 푸시오. ▶ 4점



- 21 넓이가 일정한 부채꼴의 둘레의 길이가 최소일 때, 중심각의 크기 θ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 22 다음 그림은 함수 $f(x) = a \sin b(x-1)$ 의 그래프의 일부분이다. 이때 $f(0)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) ▶ 4점



- 23 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 방정식 $|3 \sin 4x| - 2 = -1$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 24 함수 $y = \sin^2\left(\frac{1}{2}\pi + x\right) + \cos(4\pi - x) + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

수준 별
문제



01 사인법칙

()반 ()번
이름 ()

01 $\triangle ABC$ 에 대하여 $c = 5$, $B = 30^\circ$, $C = 45^\circ$ 일 때, b 의 값을 구하시오.

03 $\triangle ABC$ 에 대하여 $a = \sqrt{3}$, $A = 60^\circ$ 일 때, 외접원의 반지름의 길이 R 의 값을 구하시오.

02 $\triangle ABC$ 에 대하여 $b = 2$, $c = \sqrt{6}$, $B = 45^\circ$ 일 때, C 의 값을 구하시오.

04 다음 조건을 만족하는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.
 $a = 8$, $b = 12$, $C = 30^\circ$

수준별
문제



01 사인법칙

()반 ()번
이름 ()

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $A = 45^\circ$, $B = 105^\circ$,
 $\overline{BC} = 6\sqrt{2}$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하시오.

- 02 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이 a , b , c 사이에
 $a - 2b + c = 0$, $3a + b - 2c = 0$ 인 관계가 성립할
때, $\sin A : \sin B : \sin C$ 를 구하시오.

- 03 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 12,$$

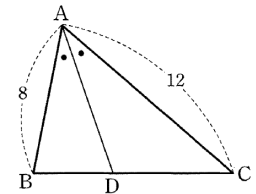
$$\angle A = 60^\circ \text{ 이다.}$$

$\angle A$ 의 이등분선이 변

BC 와 만나는 점을 D

라고 할 때, 선분 AD

의 길이는?



- ① $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{24\sqrt{2}}{5}$
④ $\frac{24\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{36\sqrt{2}}{5}$

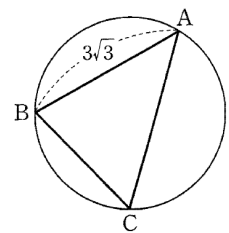
- 04 오른쪽 그림과 같이 원에
내접하는 삼각형 ABC 가
있다.

$$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$$

$$= 4 : 3 : 5 \text{ 이고}$$

$$\overline{AB} = 3\sqrt{3} \text{ 일 때, 선분}$$

BC 의 길이는?



- ① $2\sqrt{2}$ ② 3
③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$
⑤ 4

수준별
문제



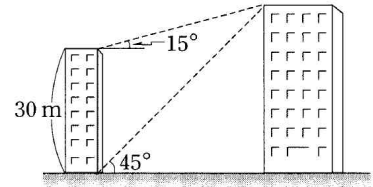
01 사인법칙

()반 ()번
이름 ()

- 01 오른쪽 그림과 같이 높이가 30 m인 건물의 밑에서 옆 건물의 끝을 올려다 본 각의 크기가 45° 이고 이 건물의 옥상에서 옆 건물의 끝을 올려다 본 각의 크기가 15° 이다. 이때 옆 건물의 높이는?

(단, 건물의 크기는 무시하고, $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 로 계산한다.)

- ① $15\sqrt{5}$ m ② $15(\sqrt{2} + 1)$ m
③ $15\sqrt{6}$ m ④ $15(\sqrt{3} + 1)$ m
⑤ $15(\sqrt{2} + 2)$ m



- 02 $c \sin(A + B) = b \sin(A + C)$ 를 만족하는 $\triangle ABC$ 의 꼴은? (단, $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$)

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형 ② $b = c$ 인 이등변삼각형 ③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

수준 별
문제



02 코사인법칙

()반 ()번
이름 ()

01 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB} = \sqrt{5}$, $\overline{CA} = \sqrt{2}$, $\angle C = 45^\circ$ 일 때,
 \overline{BC} 의 길이를 구하시오.

03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CA} = \sqrt{7}$
일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{CA} = 5$ 일 때,
 $\sin A$ 의 값을 구하시오.

04 $\triangle ABC$ 에서 $\sin A = 2\sin B \cos C$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하시오.

수준 별
문제



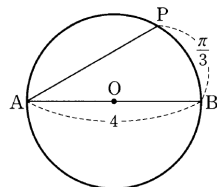
02 코사인법칙

()반 ()번
이름 ()

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $a=2$, $b=4$, $c=3$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 에 외접하는 외접원의 반지름의 길이 R 의
값은? (단, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$)

- ① $\frac{8\sqrt{15}}{15}$ ② $\frac{8\sqrt{6}}{15}$
③ $\frac{8\sqrt{3}}{15}$ ④ $\frac{5\sqrt{6}}{16}$
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{16}$

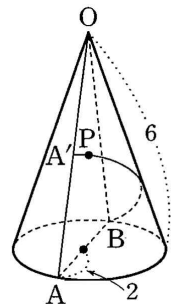
- 02 오른쪽 그림에서 원 O 의
지름인 \overline{AB} 의 길이가 4이
고, 호 BP 의 길이가 $\frac{\pi}{3}$ 일
때, \overline{AP}^2 의 값은?



- ① $\sqrt{6}+5\sqrt{2}$ ② $3+4\sqrt{2}$
③ $8+4\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{6}+2\sqrt{2}$
⑤ $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$

- 03 $\triangle ABC$ 에서 $a=7$, $b+c=8$, $\angle A=120^\circ$
일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

- 04 오른쪽 그림과 같이 밑면의
반지름의 길이가 2, 모선의
길이가 6, 꼭짓점이 O 인 직원
뿔에서 밑면의 지름의 양끝을
 A , B 라 하고 \overline{OA} 의 중점을
 A' 이라 하자. 이때 점 P 가 점
 B 에서 직원뿔의 옆면을 따라
점 A' 까지 움직인
최단 거리를 구하시오.



수준별
문제



02 코사인법칙

()반 ()번
이름 ()

01 $\triangle ABC$ 에서 다음 등식이 성립할 때, $\triangle ABC$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

(단, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$)

$$2c \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = a \cos\left(\frac{C - A - B}{2}\right)$$

① $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

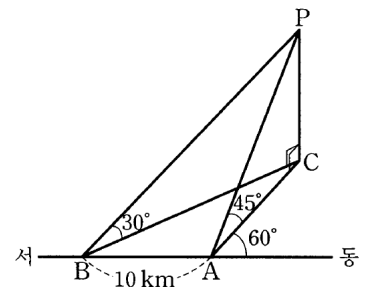
② $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

③ $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

④ $a = b$ 인 이등변삼각형

⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

02 오른쪽 그림과 같이 A 지점으로부터 북동쪽으로 60° 방향인 C 지점에서 P 지점에 있는 물체를 맞추기 위하여 위를 향하여 수직으로 시속 600km의 속력으로 로켓을 쏘아 올렸다. A 지점에서 로켓을 올려다본 각도가 45° 이었고, A 지점과 서쪽 10km에 있는 B 지점에서 동시에 올려다본 각도는 30° 이었다. 이때, P 지점에 있는 물체를 맞출 때까지 걸린 시간을 구하시오.



- 01 삼각형 ABC에서
 $b = 10$, $\angle A = 105^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ 일 때,
외접원의 반지름의 길이 R 의 값은? ▶ 2점

① 5 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 15

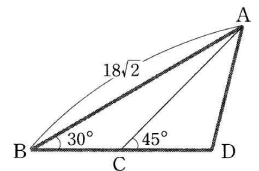
- 02 삼각형 ABC에서 $\angle B = 30^\circ$, $\angle A = 105^\circ$,
 $c = 6$ 일 때 b 의 값을 구하시오. ▶ 2점

- 03 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 3$, $A = 60^\circ$ 인 예각삼각형
ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.
▶ 3점

- 04 $a = 7$, $b = 5$, $c = 3$ 인 삼각형 ABC에 대하여
 $\cos A$ 의 값은? ▶ 3점

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 05 오른쪽 그림과 같이
 $\angle ABD = 30^\circ$,
 $\angle ACD = 45^\circ$,
 $\overline{AB} = 18\sqrt{2}$ 일 때,
 \overline{AC} 의 길이는? ▶ 3점



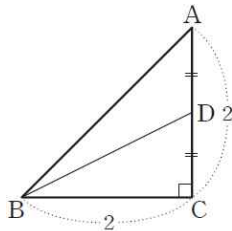
① 15 ② $12\sqrt{2}$ ③ 18
④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $15\sqrt{2}$

- 06 $\triangle ABC$ 에서 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : \sqrt{5} : 1$
일 때, $\frac{a^2 + b^2 + 3c^2}{2ac}$ 의 값은? ▶ 3점

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 07 선분 AB를 지름으로 하는 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 10$, $\sqrt{3} \sin A = \sin B$ 가 성립할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오. ▶ 3점

- 08 오른쪽 그림의 삼각형 ABC는 각 C가 직각이고, $\overline{BC} = \overline{AC} = 2$ 인 직각이등변 삼각형이다. 점 D가 변 AC의 중점일 때, $\triangle ABD$ 의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오. ▶ 3점



- 09 $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = \sqrt{2}$, $B = 120^\circ$ 인 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오. ▶ 4점

- 10 삼각형 ABC에서 $\frac{\sin A}{b} = \frac{\sin B}{a}$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가? ▶ 3점

- ① 정삼각형
② $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $a = b$ 인 이등변삼각형
⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

- 11 삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 = b^2 - bc + c^2$ 이 성립할 때, $\sin A$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

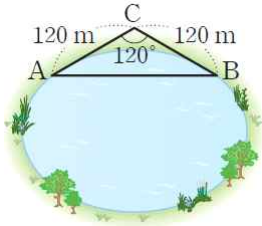
- 12 $\triangle ABC$ 에서 $(a+b):(b+c):(c+a) = 5:7:6$ 일 때, $\cos A$ 의 값은? ▶ 3점

- ① $-\frac{19}{20}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

- 13 다음 그림과 같이 호수의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위해 C 지점에서 두 지점 A, B 까지의 거리와 A, B를 바라본 각의 크기를 측정하였더니

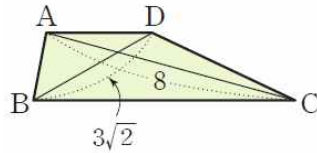
$\overline{AC} = \overline{BC} = 120\text{m}$, $\angle ACB = 120^\circ$ 이었다.
이때 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하시오.

▶ 4점



- 14 사각형 ABCD의 두 대각선의 길이가 각각

$3\sqrt{2}$, 8이고 넓이가 12일 때, 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 구하시오. ▶ 4점



- 15 세 변의 길이가 각각 3, 5, 7인 삼각형에서 최대각의 크기를 구하시오 ▶ 4점

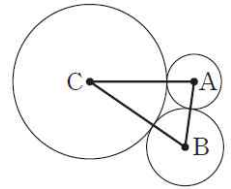
- 16 삼각형 ABC에서 $\frac{a+b}{3} = \frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{6}$ 일 때, $\sin A : \sin B : \sin C$ 를 구하시오. ▶ 4점

- 17 오른쪽 그림과 같이 세 원 A, B, C가 서로 외접하고 있다. 세 원 A, B, C의 반지름의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC에서

$\cos A = \frac{a+b\sqrt{2}}{7}$ 일 때 $b-a$ 의 값을 구하시오.

(단 a, b 는 정수) ▶ 8점

서술형

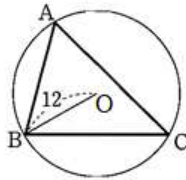


- 18 삼각형 ABC에 대하여 $a=2, b=3, c=\sqrt{7}$ 일 때, \cos 법칙을 이용하여 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. ▶ 4점

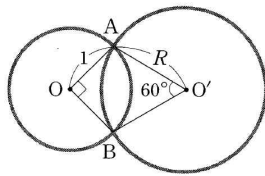
- 19 삼각형 ABC의 두 변의 길이 a, b 사이에 $a+b=20$ 인 관계가 성립할 때, 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? ▶ 4점

① 36 ② 50 ③ 64
④ 81 ⑤ 90

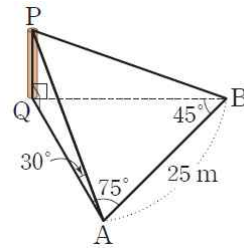
- 20 오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 외접원의 중심 O에 대해 부채꼴 OAB, OBC, OCA의 중심각의 크기의 비가 3 : 4 : 5를 만족한다고 한다. 외접원의 반지름의 길이가 12일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. ▶ 4점



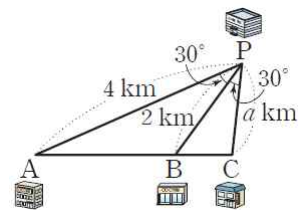
- 21 반지름의 길이가 1인 원 O와 반지름의 길이가 R 인 원 O' 이 오른쪽 그림과 같이 만난다. $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle AO'B = 60^\circ$ 일 때, 사각형 AOB O' 의 넓이를 구하시오. ▶ 8점



- 22 다음 그림과 같이 25m 떨어진 두 지점 A, B에서 지면에 수직으로 서 있는 기둥 PQ를 보고 측정한 결과 $\angle PAQ = 30^\circ$, $\angle BAQ = 75^\circ$, $\angle ABQ = 45^\circ$ 를 얻었다. 이때, 기둥의 높이 \overline{PQ} 를 구하시오. (단, 측정기계의 높이는 생각하지 않는다.) ▶ 8점



- 23 오른쪽 그림과 같이 음식점 A, B, C가 일직선 위에 놓여 있고 세 음식점 A, B, C에 각각 4km, 2km, a km 떨어진 곳에 식자재 창고 P가 있다. $\angle APB = \angle BPC = 30^\circ$ 일 때, 상수 a 의 값은 $p\sqrt{3}+q$ 이다. 이때 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점



- 24 반지름의 길이가 4인 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 24일 때, $\sin A + \sin B + \sin C$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

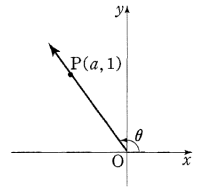
- 01 반지름의 길이가 3인 부채꼴의 둘레의 길이의 값과 넓이의 값이 같을 때, 중심각의 크기를 구하시오.
▶ 2점

- 02 각 θ 를 나타내는 동경과 각 7θ 를 나타내는 동경이 x 축에 대하여 대칭일 때, θ 의 값은? ▶ 3점
(단, $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$)

- ① $\frac{5}{6}\pi$ ② $\frac{13}{12}\pi$ ③ $\frac{7}{6}\pi$
④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

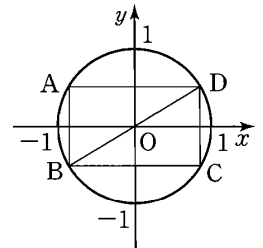
- 03 각 θ 가 제4사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{3}$ 가 존재할 수 있는 사분면을 모두 구하시오. ▶ 2점

- 04 점 $P(a, 1)$ 에 대하여 동경 OP가 나타내는 각을 θ 라 할 때, $\tan \theta = -\frac{3}{2}$ 이다. 이때, 선분 OP의 길이는?
(단, O는 원점이다.) ▶ 3점



- ① $\frac{\sqrt{11}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{14}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{3}$

- 05 원 $x^2 + y^2 = 1$ 안에 오른쪽 그림과 같이 직사각형이 내접하고 있다. 동경 OD가 나타내는 일반각의 크기를 θ 라 할 때, 점 B의 y 좌표는? ▶ 3점



- ① $\sin \theta$ ② $\cos \theta$ ③ $-\sin \theta$
④ $-\cos \theta$ ⑤ $-\tan \theta$

- 06 x 가 $\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}} = -\sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}$ 를 만족하는 각일 때, $\sqrt{\sin^2 x} + |\cos x| + \sin x - \cos x$ 를 간단히 한 것은? ▶ 3점

- ① $-2\cos x$ ② $-2\sin x$ ③ 0
④ $2\cos x$ ⑤ $2\sin x$

07 $\sin 20^\circ = a$ 라 할 때, $\sin 70^\circ$ 를 a 로 나타낸 것은? ▶ 3점

- ① $\sqrt{1+a^2}$ ② $\sqrt{1-a^2}$ ③ $\sqrt{a^2-1}$
 ④ $a+1$ ⑤ $1-a$

08 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 크기를 A, B, C 라 할 때, 다음 중 $\sin \frac{A+B}{2}$ 와 같은 것은? ▶ 4점

- ① $-\cos \frac{C}{2}$ ② $\cos \frac{C}{2}$ ③ $\cos C$
 ④ $\frac{1}{\cos \frac{C}{2}}$ ⑤ $\frac{1}{-\sin \frac{C}{2}}$

09 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ 의 값을 구하시오. ▶ 2점

10 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ 을 만족하는 x 의 값을 α, β 라 할 때, $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

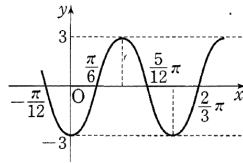
11 다음 함수 중 함수 $y = \cos 2x$ 와 주기가 다른 것은? ▶ 4점

- ① $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$ ② $y = \sin 2(x - \pi)$
 ③ $y = -2|\cos x|$ ④ $y = \tan x$
 ⑤ $y = |\tan x|$

12 다음 중 함수 $f(x) = 3\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? ▶ 3점

- ① 주기는 π 이다.
 ② $y = f(x)$ 의 그래프는 $y = 3\tan 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것이다.
 ③ 모든 실수 x 에 대하여 정의되는 함수이다.
 ④ 점근선의 방정식은 $x = n\pi + \frac{3}{8}\pi$ (n 은 정수)이다.
 ⑤ 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{8}, 1\right)$ 에 대하여 대칭이다.

- 13 함수 $y = a \sin (bx - c)$ 의 그래프가 오른쪽과 같을 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?



(단, $a > 0, b > 0, 0 < c < \pi$) ▶ 4점

- ① 2π ② 4π ③ 6π
④ 8π ⑤ 10π

- 14 다음 중 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2(2\cos\theta - 1)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하는 θ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $0 \leq \theta \leq 2\pi$) ▶ 3점

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{5}{6}\pi$
④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{7}{4}\pi$

- 15 $\triangle ABC$ 에서 $A = 30^\circ, C = 90^\circ, b = 4\sqrt{6}$ 일 때, 이 삼각형의 외접원의 넓이는? ▶ 3점

- ① 20π ② 24π ③ 28π
④ 32π ⑤ 36π

- 16 삼각형 ABC 에서 $2\sin B \cdot \cos C + \sin C = \sin A + \sin B$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가? ▶ 4점

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형
② $b = c$ 인 이등변삼각형
③ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
④ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
⑤ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

- 17 다음 함수 중 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+p) = f(x)$ 를 만족하는 최소의 양수 p 가 가장 큰 것은? ▶ 4점

- ① $y = |\cos 2x|$ ② $y = |3\sin x|$
③ $y = -2\cos \frac{\pi}{2}x$ ④ $y = \cos \left| \frac{x}{2} \right| + 1$
⑤ $y = \tan \frac{x}{2}$

- 18 함수 $y = a|\cos 2x - 1| + b$ 의 최댓값이 6, 최솟값이 -2 일 때, ab 의 값은? (단, $a > 0$) ▶ 4점

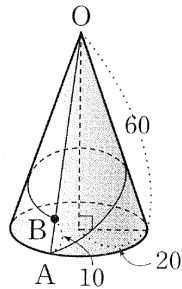
- ① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

- 19 방정식 $\cos x = \frac{1}{8}x$ 를 만족시키는 모든 실근의 개수를 구하시오. (단, $0 < x < 4\pi$) ▶ 4점

- 20 $\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right)^2 - \left(\frac{1}{\tan\theta} - \tan\theta\right)^2$
 $+ \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)^2$ 을 간단히 하시오. ▶ 6점

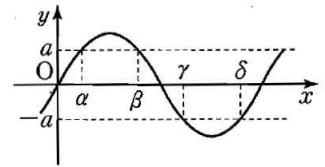
- 21 함수 $f(x) = 2\sin(x + \pi) - \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점

- 22 오른쪽 그림과 같은 직원뿔 모양의 산이 있다. A 지점을 출발하여 산을 한 바퀴 돌아 B 지점으로 가는 관광 열차의 궤도를 최단 거리로 놓으면 이 궤도는 처음에는 오르막길이지만 나중에는 내리막길이 된다. 이때, 이 내리막길의 길이를 구하시오. ▶ 8점

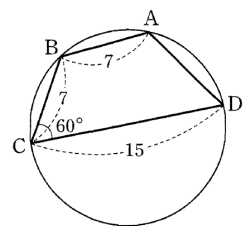


- 23 함수 $y = \frac{\cos x}{-\cos x + 2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $9Mm$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점

- 24 오른쪽 그림은 함수 $f(x) = \sin 2kx$ 의 그래프이다. 이때 $f(\alpha + \beta + \gamma + \delta)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 양수) ▶ 6점



- 25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{CD} = 15$, $\angle BCD = 60^\circ$ 인 사각형 ABCD가 원에 내접할 때, 이 사각형의 넓이를 구하시오. ▶ 6점



수준 별
문제



01 수 열

() 반 () 번
이름 ()

01 다음 수열의 제 7항을 구하시오.

(1) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(2) 1, -1, 1, -1, 1, ...

02 다음 수열의 일반항 a_n 에 대하여 제5항을 구하시오.

(1) $a_n = 3^{n-1}$

(2) $a_n = 3n - 1$

03 다음 수열의 일반항 a_n 을 구하시오.

(1) 1·2, 2·3, 3·4, 4·5, 5·6, ...

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

(3) -1, 1, -1, 1, -1, ...

04 다음 수열의 $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_4 = \frac{3}{10}$
일 때, 제5항을 구하시오.

수준별
문제



01 수열

()반 ()번
이름 ()

01 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로
정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 31$ 을 만족시키는
자연수 n 의 값을 구하시오.

03 자연수 중에서 2의 배수와 3의 배수를 크기순으로
나열하여 수열을 만들 때, 제11 항을 구하시오.

02 다음 수열의 일반항 a_n 을 구하시오.
 $1 \cdot 2, 2 \cdot 5, 3 \cdot 10, 4 \cdot 17, \dots$

04 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$(가) \ a_n =$$

$$\frac{1}{24}(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) + 2n$$

$$(n = 1, 2, 3, 4)$$

$$(나) \ a_{n+4} = a_n \ (n = 1, 2, 3, \dots)$$

a_{13} 의 값을 구하시오.

수준별
문제

01 수열

 ()반 ()번
 이름 ()

- 01 다음 수열의 일반항 a_n 을 구하시오.
 11, 111, 1111, 11111, ...

- 02 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위에 다음 조건을 모두 만족시키도록 점 P_1, P_2, P_3, \dots 를 차례로 정한다.
 이때, 점 P_8 의 좌표를 구하시오.

- (가) 점 P_n 의 x 좌표는 a_n 이고 $a_1 = 1$ 이다.
 (나) 점 P_n 은 곡선 $y = x^2$ 위를 움직인다.
 (다) 직선 $P_n P_{n+1}$ 의 기울기는 $4n$ 이다.

수준 별
문제



02 등차수열

()반 ()번
이름 ()

01 다음 수열이 등차수열을 이룰 때, 그 공차를 구하고 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 6, 12, , 24, ...

(2) 20, , 12, 8, ...

03 다섯 개의 수 1, a , b , c , 13이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

02 다음 등차수열의 일반항 a_n 을 구하시오.

(1) 첫째항이 3, 공차가 5

(2) 첫째항이 2, 공차가 -3

(3) 1, 7, 13, 19, ...

(4) -1 , -3 , -5 , -7 , ...

04 다음 물음에 답하시오.

(1) 첫째항이 2, 제20항이 35인 등차수열의 첫째항부터 제20항까지의 합 S_{20} 을 구하시오.

(2) 첫째항이 3, 공차가 -3 인 등차수열의 첫째항부터 제11항까지의 합 S_{11} 을 구하시오.

수준별
문제



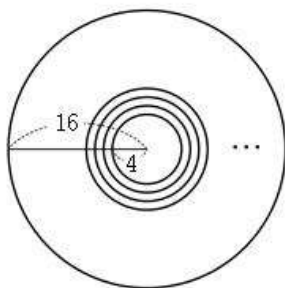
02 등차수열

()반 ()번
이름 ()

- 01 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 10$,
 $a_2 + a_5 = 24$ 일 때, a_6 의 값을 구하시오.

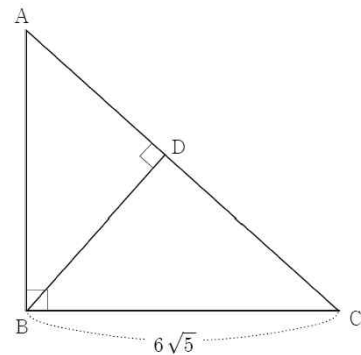
- 03 첫째항부터 제4항까지의 합이 16, 첫째항부터
제9항까지의 합이 81인 등차수열의 첫째항과
공차를 구하시오.

- 02 그림과 같이 반지름의 길이가 4와 16인 동심원
사이에 11개의 동심원을 그려 13개 동심원의
반지름의 길이가 등차수열을 이룰 때,
모든 동심원의 둘레의 길이의 합은?



- ① 247π ② 260π ③ 273π
④ 286π ⑤ 299π

- 04 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고 선분 BC의 길이가
 $6\sqrt{5}$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 빗변
AC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 세 선분 AD,
CD, AB의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰
때, 선분 AC의 길이를 구하시오.



수준별
문제



02 등차수열

()반 ()번
이름 ()

- 01 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합을 S_n , 등차수열 $\{b_n\}$ 의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라 하자. $a_1 = 6$ 이고 $S_n = \frac{2n+1}{n+3} T_n$ 을 만족시킬 때, b_{11} 의 값을 구하시오.

- 02 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 (나) n 이 짝수이면, 점 P_n 은 점 P_{n-1} 을 x 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 점이다.
 (다) n 이 3 이상의 홀수이면, 점 P_n 은 점 P_{n-1} 을 y 축의 방향으로 $-n$ 만큼 평행이동한 점이다.

점 P_{20} 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

수준 별
문제



03 등비수열

()반 ()번
이름 ()

01 다음은 등비수열을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{2}$, 2, □, 4, □, ...

(2) 1, □, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{8}$, ...

(3) 0.1, 0.01, □, 0.0001, ...

(4) 81, □, 9, -3, □, ...

02 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 이 다음과 같을 때, 첫째항 a_1 과 공비 r 를 구하시오.

(1) $a_n = 2 \cdot 3^{2n+1}$ (2) $a_n = 4 \cdot 2^{1-2n}$

03 다음 조건을 만족하는 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하시오.

(1) 2, 6, 18, 54, 162, ...

(2) 제 5항이 -48, 제 8항이 384

04 다음을 만족시키는 등비수열의 a_n 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하시오.

(1) $a_1 = 2$, $r = 4$, $n = 5$

(2) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

수준별
문제



03 등비수열

()반 ()번
이름 ()

01 각 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 + a_2 + a_3 = 3$, $a_4 + a_5 + a_6 = 18$ 이
 성립할 때, $\frac{a_8}{a_5}$ 의 값을 구하시오.

02 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건
 을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 2$, $b_1 = 2$

(나) $a_2 = b_2$, $a_4 = b_4$

$a_5 + b_5$ 의 값을 구하시오. (단, 수열 $\{b_n\}$ 의
 공비는 1이 아니다.)

03 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a+3, 3, b$ 는
 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $\frac{2}{b}, 1,$
 $\frac{2}{a+3}$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
 이때 $b-a$ 의 값은?
 ① $-5-2\sqrt{5}$ ② $-3-2\sqrt{5}$
 ③ $-1-2\sqrt{5}$ ④ $1-2\sqrt{5}$
 ⑤ $3-2\sqrt{5}$

04 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터
 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_{10} = 2$,
 $S_{20} - S_{10} = 64$ 일 때, 공비를 구하시오.

수준 별
문제



03 등비수열

()반 ()번
이름 ()

01 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 a_2 = a_{10}$, $a_1 + a_9 = 20$ 일 때, $(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)(a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9)$ 의 값은?

- ① 494 ② 496 ③ 498 ④ 500 ⑤ 502

02 어느 공기청정기는 공기가 한 번 통과될 때마다 공기 속에 들어 있는 미세먼지를 30% 씩 걸러낸다고 한다. 미세먼지 10g이 포함된 공기를 이 공기청정기에 6번 통과시킬 때, 걸러지는 미세먼지의 양은 모두 몇 g 인지 구하시오. (단, $0.7^6 = 0.118$ 로 계산한다.)

01 다음 중 수열의 일반항 a_n 이 옳지 않은 것은?

▶ 2점

- ① 수열: 1, 2, 3, 4, ..., $a_n = n$
 ② 수열: 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, ..., $a_n = \sqrt{n}$
 ③ 수열: 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, ..., $a_n = \frac{1}{2n}$
 ④ 수열: 1, -1, 1, -1, ..., $a_n = (-1)^{n+1}$
 ⑤ 수열: 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ..., $a_n = \frac{1}{n}$

02 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 각각 공차가 3, 4인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 은 공차가 □인 등차수열이다. □안에 알맞은 값은? ▶ 2점

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

03 50 이하의 자연수 중에서 5 또는 7의 배수를 모두 더한 값은? ▶ 3점

- ① 400 ② 418 ③ 436
 ④ 454 ⑤ 472

04 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_5 - a_3 = 6$, $a_2 + a_3 = 11$ 일 때, 제 10항은?

▶ 3점

- ① 22 ② 24 ③ 26
 ④ 28 ⑤ 30

05 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$ 이고, $a_2 : a_5 = 1 : 8$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오.

▶ 3점

06 $a_1 = 2$, $a_{100} - a_{98} = -6$ 을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{11} + a_{12} + \dots + a_{30}$ 의 값은?

▶ 3점

- ① -1128 ② -1130 ③ -1132
 ④ -1134 ⑤ -1136

07 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - 52n$ 일 때, $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은? ▶ 3점

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

08 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 r 이고 $a_n > 0$ 인 등비수열이다. $a_1 + a_2 = 12$, $a_1 + a_2 + a_3 = 62$ 일 때, a_4 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) ▶ 3점

- ① 200 ② 250 ③ 300
④ 350 ⑤ 400

09 첫째항이 a 이고 공비가 -3 인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합이 244일 때, a 의 값은? ▶ 3점

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

10 등비수열 $1, i, i^2, i^3, \dots$ 에 대하여 $1 + i + i^2 + \dots + i^{2014} = a + bi$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) ▶ 3점

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

11 수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이고 $a_5 = 25$, $a_{15} = 95$ 일 때, $10 \leq a_n < 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수를 구하시오. ▶ 4점

12 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$ 를 $x+1$, $x-1$, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 이 순서로 등비수열을 이룬다. 상수 a 의 값을 구하시오.

▶ 4점

- 13 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 - 6x + k = 0$ 의 세 근이 작은 수부터 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? ▶ 4점

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

- 14 여섯 개의 수 $-6, a, b, c, d, 14$ 가 차례로 등차수열을 이루고 있을 때, 네 수 $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

- 15 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 모두 만족시킬 때, a_6 의 값은? ▶ 4점

(가) $|a_3| = |a_8|$ (나) $a_4 a_7 < 0$
(다) $a_5 = 1$

① -1 ② -3 ③ -5
④ -7 ⑤ 0

- 16 두 수 3과 27 사이에 m 개의 수를 넣어서 만든 수열

$$3, a_1, a_2, a_3, \dots, a_m, 27$$

은 이 순서로 등차수열을 이루고 그 합은 900이다.

이 수열의 공차를 기약분수로 나타내면 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

- 17 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하자. 어떤 자연수 m 에 대하여 $S_m = 21$, $S_{2m} = 189$ 를 만족시킬 때, S_{10} 을 구하시오. ▶ 4점

- 18 첫째항이 $a_1 = 2$, 공비 $r = \sqrt{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{21}$$

의 값을 구하시오. ▶ 4점

서술형

- 19 첫째항이 -23 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{24}|$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

- 20 영미는 K은행의 적금 상품에 가입하여 2018년 1월 초부터 2021년 4월 초까지 매월 초에 일정한 금액을 적립한 후 2021년 4월 말에 2211만 원을 지급받기로 하였다. 월이율 0.5% 의 복리로 계산할 때, 영미가 매월 적립해야 하는 금액은 얼마인가?
(단, $1.005^{40} = 1.22$ 로 계산한다.) ▶ 4점

- ① 35만원 ② 40만원 ③ 45만원
④ 50만원 ⑤ 55만원

- 21 함수 $f(x) = x^{20} + x^{19} + x^{18} + \dots + x + 2$ 에 대하여 합성함수 $f(f(x))$ 의 상수항은? ▶ 4점

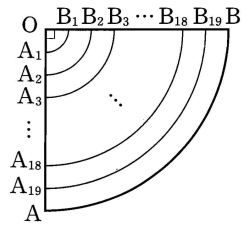
- ① 2^{20} ② 2^{21} ③ 2^{22}
④ 2^{23} ⑤ 2^{24}

서술형

- 22 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 + n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)일 때, $a_1 + a_{10}$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

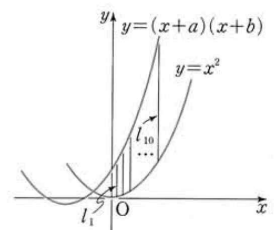
서술형

- 23 오른쪽 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 에서 두 선분 OA, OB 를 각각 20등분 하여 19개의 호를 새로 만들었다. 부채꼴 OAB 의 넓이가 4π 일 때, 20개의 호의 길이의 총합을 구하시오. ▶ 8점



서술형

- 24 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 두 곡선 $y = x^2$, $y = (x+a)(x+b)$ (단, $a > 0, b > 0$)가 있다. x 축의 양의 부분에서 일정한 간격으로 y 축에 평행하도록 10개의 직선을 그을 때, 두 곡선과 만나서 생기는 선분의 길이를 차례로 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{10}$ 이라 한다. $l_1 = 2, l_{10} = 10$ 일 때, $l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_{10}$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점



수준 별
문제



01 합의 기호 Σ

()반 ()번
이름 ()

01 다음을 기호 Σ 를 사용하지 않고 수열의 각 항의 합의 꼴로 나타내시오.

(1) $\sum_{k=1}^5 2k$

(2) $\sum_{i=1}^5 2^i$

(3) $\sum_{k=1}^5 (4k+2)$

02 다음을 기호 Σ 를 사용하여 나타내시오.

(1) $4+4+4+4+4$

(2) $2+4+8+16+32$

(3) $2+5+8+\cdots+59$

(4) $1+3+5+\cdots+99$

03 다음 보기 중 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\sum_{k=1}^n k^2 = \sum_{l=0}^n l^2$

㉡ $\sum_{k=1}^n 3^k = \sum_{k=0}^n 3^k$

㉢ $\sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=m+1}^n a_j = \sum_{k=1}^n a_k$

㉣ $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = \sum_{k=1}^{2n} a_k$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

04 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$, $\sum_{k=1}^5 a_{2k} = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오.

수준별
문제



01 합의 기호 Σ

()반 ()번
이름 ()

01 $\sum_{k=1}^5 a_k^2 = 20$, $\sum_{k=1}^5 a_k = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k - 2)^2$ 의 값을 구하시오.

03 $\sum_{k=1}^{50} (k^3 + 1) - \sum_{l=3}^{50} (l^3 + 1)$ 을 계산하시오.

02 $\sum_{i=1}^4 \left(\sum_{k=1}^3 i^2 k \right)$ 의 값을 구하시오.

04 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2^n + 3$ 일 때, $\frac{a_8}{a_9}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

수준별
문제



01 합의 기호 Σ

()반 ()번
이름 ()

01 자연수 n 을 5로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기

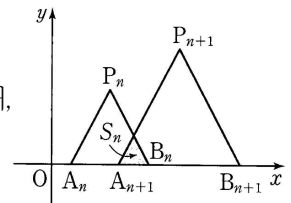
$$\neg. \sum_{k=1}^{10} a_k = 20$$

$$\neg. \sum_{k=1}^{10} k a_k = 110$$

$$\neg. \sum_{k=1}^{10} \left(k \sum_{k=1}^{10} a_k \right) = 1000$$

- ① \neg ② \neg ③ \neg, \neg ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

02 2 이상의 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 세 점 $P_n, A_n(n, 0), B_n(2n, 0)$ 은 한 변의 길이가 n 인 정삼각형을 이룬다. 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 $P_n A_n B_n$ 과 $P_{n+1} A_{n+1} B_{n+1}$ 이 겹쳐지는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^3 S_k$ 의 값은? (단 점 P_n 은 제1사분면 위의 점이다.)



- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

수준별
문제



02 여러 가지 수열의 합

()반 ()번
이름 ()

01 다음 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하시오.

(1) $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots$

(2) $1^2, 3^2, 5^2, \dots$

03 다음 식을 계산하시오.

(1) $\sum_{k=1}^n \log \left(1 + \frac{1}{k} \right)$

(2) $\sum_{k=2}^n \log \left(1 - \frac{1}{k^2} \right)$

02 다음 식을 계산하시오.

(1) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)}$

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$

04 $\sum_{k=1}^{10} (2^{k-1} + 2k - 1)$ 의 값은?

- ① 1103 ② 1113 ③ 1123
④ 1133 ⑤ 1143

수준별
문제



02 여러 가지 수열의 합

()반 ()번
이름 ()

01 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수라고 할 때,
 $\sum_{k=1}^{100} [\log_{10} k]$ 의 값을 구하시오.

03 n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식
 $x^2 - 3nx + n^2 = 0$ 의 두 근을 a_n, b_n 이라
 하자. $\sum_{k=1}^{10} (4 - a_k)(4 - b_k)$ 의 값을 구하시오.

02 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값을 구
 하시오.

04 다음 식의 값을 구하시오.
 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$

수준별
문제



02 여러 가지 수열의 합

()반 ()번
이름 ()

01 다음 식을 계산하시오.

$$1 \cdot (n-1) + 2 \cdot (n-2) + 3 \cdot (n-3) + \cdots + (n-2) \cdot 2 + (n-1) \cdot 1$$

02 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 1, a_2 = 1 + 2, a_3 = 1 + 2 + 3, \dots, a_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오.

01 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 10$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - 3b_k + 5)$ 의 값은? ▶ 2점

- ① 5 ② 10 ③ 20
④ 40 ⑤ 50

02 $\sum_{k=1}^5 (2k-1)^2 - \sum_{k=1}^5 (2k)^2$ 의 값을 구하시오.
▶ 2점

03 다음 중 옳은 것은? ▶ 3점

① $\sum_{k=1}^n a_k b_k = \sum_{k=1}^n a_k \sum_{k=1}^n b_k$ ② $\sum_{k=1}^n \frac{b_k}{a_k} = \frac{\sum_{k=1}^n b_k}{\sum_{k=1}^n a_k}$
③ $\sum_{k=1}^n k a_k = k \sum_{k=1}^n a_k$ ④ $\sum_{k=0}^n 10 = 10(n+1)$
⑤ $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{13} a_k + \sum_{k=13}^n a_k$

04 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 2n$ 이

성립할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

05 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열일

때, $\sum_{k=1}^{40} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

06 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1}$

의 값은? ▶ 3점

- ① 180 ② 186 ③ 194
④ 200 ⑤ 210

07 수열 1, 2, 3, 4, 5, 8, 7, 16, 9, 32, 11, 64, ...
의 첫째항부터 제12항까지의 합을 \sum 를 사용하여
나타낸 것으로 옳은 것은? ▶ 4점

- ① $\sum_{k=1}^{12} \{(2k-1) + 2^k\}$ ② $\sum_{k=1}^{12} \left\{ (2k+1) + \frac{2^k}{2} \right\}$
③ $\sum_{k=1}^6 \left\{ (2k-1) + \frac{2^k}{2} \right\}$ ④ $\sum_{k=1}^6 \{(2k+1) + 2^k\}$
⑤ $\sum_{k=1}^6 \{(2k-1) + 2^k\}$

08 함수 $f(x) = -1 - \sum_{k=1}^9 (-x)^k$ 에 대하여
 $f(2) - (f \circ f)(0)$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

09 $\sum_{k=1}^n ka_k = n^2(n+1)$ 과 같다고 한다. 이때

$a_{n+1} - a_n$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10 $\sum_{k=1}^n k(k+1) = 70$ 일 때, 자연수 n 의 값은? ▶ 4점

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

11 $\sum_{n=1}^{80} \log_3 \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

12 수열의 합 $9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{999 \cdots 9}_{10\text{개}}$ 의 값

을 S 라 할 때, $9S = 10^a - b$ 이다. $a+b$ 의 값은?
(단, $10 < a < 20$, $100 \leq b \leq 200$ 인 자연수)

▶ 4점

- ① $10^{10} - 100$ ② 101 ③ 111
④ 121 ⑤ 211

13 $1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 9 + \cdots + 20 \cdot 41$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 5800 ② 5850 ③ 5900
④ 5950 ⑤ 6000

14 $\sum_{k=1}^{20} a_k = 10, \sum_{k=1}^{20} a_k^2 = 20$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{20} (2a_k - c)^2 = 560$ 을 만족시키는 양수 c 의 값은? ▶ 3점

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

15 $\sum_{m=1}^5 \left\{ \sum_{l=1}^m \left(\sum_{k=1}^l 3 \right) \right\}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 90 ② 95 ③ 100
④ 105 ⑤ 10

16 자연수 n 에 대하여 n^2 을 4로 나눈 나머지를 a_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{2018} a_n$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 1000 ② 1002 ③ 1004
④ 1006 ⑤ 1009

17 실수 전체의 집합에서 정의된 함수
 $f(x) = \sum_{k=1}^5 (x - 2k)^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 x 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

18 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수라고 할 때,
 $\sum_{k=1}^{99} [\log_{10} k]$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

19 $\sum_{k=1}^{1999} \frac{1}{\sum_{l=1}^k l}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① $\frac{1999}{2000}$ ② $\frac{1998}{1999}$ ③ $\frac{1997}{1998}$
 ④ $\frac{1996}{1997}$ ⑤ $\frac{1999}{1000}$

20 $\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \sum_{k=3}^{10} k + \cdots + \sum_{k=10}^{10} k$ 의 값과 같은 것은? ▶ 4점

- ① $\sum_{k=1}^{10} k$ ② $\sum_{k=1}^{10} k^2$ ③ $\sum_{k=1}^{10} k^3$
 ④ $\sum_{k=1}^{20} k$ ⑤ $\sum_{k=1}^{30} k$

21 $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \cdots + \frac{1}{99}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $\frac{9}{55}$ ② $\frac{18}{55}$ ③ $\frac{36}{55}$
 ④ $\frac{41}{55}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

22 다음 식을 계산하시오. ▶ 4점

$$1 \cdot (n-1) + 2 \cdot (n-2) + 3 \cdot (n-3) + \cdots + (n-2) \cdot 2 + (n-1) \cdot 1$$

서술형

23 네 점 (n, n) , $(\frac{3n}{2}, n)$, $(\frac{3n}{2}, \frac{3n}{2} + 1)$, $(n, \frac{3n}{2} + 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형을 A_n 이라고 하자. 두 사각형 A_n , A_{n+1} 이 겹치는 부분의 넓이를 a_n 이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

▶ 8점

(1) 이 수열의 일반항 a_n 을 구하시오. ▶ 4점

(2) $45 \sum_{k=3}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

서술형

24 수열 1, 2+4, 3+6+9, 4+8+12+16, ... 의 첫째항부터 제10 항까지의 합을 구하시오. ▶ 8점

수준 별
문제



01 수열의 귀납적 정의

()반 ()번
이름 ()

01 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제5항을 구하시오. (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

(1) $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 4a_n \end{cases}$

02 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제6항을 구하시오. (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

(1) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3$

(2) $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$

03 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 19$,

$$a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때, a_{10} 의 값을 구하시오.

04 다음과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제100항을 구하시오.

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + (-1)^n \cdot 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

수준 별
문제



01 수열의 귀납적 정의

()반 ()번
이름 ()

01 어떤 세포를 1회 배양하면 그중 10%는 죽고, 나머지는 각각 10개의 세포로 분열된다고 한다. 이 세포 10개를 10회 배양하였을 때의 세포의 개수를 구하시오.

03 수열 $\{a_n\}$ 을

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = -1 \\ a_{n+2} - a_n = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$
 으로 정의할 때, $a_{15} + a_{16}$ 의 값을 구하시오.

02 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n - 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$
 일 때, $a_n = 1025$ 를 만족시키는 n 의 값은?
 ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

04 $a_1 = 1, a_{n+1} = (n+1)a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으
 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$ 을 60으로 나누었을 때의
 나머지를 구하시오.

수준 별
문제



01 수열의 귀납적 정의

()반 ()번
이름 ()

01 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2} = a_n - 4$ ($n = 1, 2, 3, 4$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오.

02 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 첫째항이 모두 1이고 $a_{n+1} = 3a_n$, $b_{n+1} = (n+1)b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

을 만족시킨다. 수열 $\{c_n\}$ 을 $c_n = \begin{cases} a_n & (a_n < b_n) \\ b_n & (a_n \geq b_n) \end{cases}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{50} 2c_n$ 의 값은?

① $3^{50} - 20$

② $3^{50} - 19$

③ $3^{50} - 15$

④ $3^{50} - 11$

⑤ $3^{50} - 7$

수준별
문제



02 수학적 귀납법

()반 ()번
이름 ()

- 01** 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식
 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1} = 2^n - 1$
 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는
 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $n = 1$ 일 때, 주어진 등식에서
 (좌변) = , (우변) = $2^1 - 1 =$
 따라서 $n = 1$ 일 때 주어진 등식 성립한다.
 (2) $n = k$ 일 때,
 주어진 등식이 성립한다고 가정하면
 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{k-1} =$ ㉠
 ㉠의 양변에 2^k 을 더하면
 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{k-1} + 2^k$
 $=$ $+ 2^k = 2 \cdot 2^k - 1 = 2^{k+1} - 1$
 따라서 $n =$ 일 때에도 주어진 등식은 성립
 한다.
 (1), (2)에서 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대
 하여 성립한다.

- 02** 모든 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립함을
 수학적 귀납법으로 증명하시오.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

- 03** 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고
 $a_{n+1} = \sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k$ ($n \geq 1$)을 만족시킨다.
 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터 $a_2 =$ (가) 이다.
 자연수 n 에 대하여
 $a_{n+2} = \sum_{k=1}^{n+1} 2^{n+1-k} a_k$
 $= \sum_{k=1}^n 2^{n+1-k} a_k + a_{n+1}$
 $=$ (나) $\sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k + a_{n+1}$
 $=$ (다) a_{n+1} 이다.
 따라서 $a_1 = 1$ 이고,
 $n \geq 2$ 일 때, $a_n =$ ((다)) $n-2$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r
 라 할 때, $p + q + r$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

- 04** 모든 자연수 n 에 대하여 $4^n - 1 = 3m$
 (m 은 자연수)임을 수학적 귀납법으로
 증명하시오.

수준 별
문제



02 수학적 귀납법

()반 ()번
이름 ()

01 자연수 n 에 대하여 부등식 $2^n > n^2$ 이 성립하는지 알아보려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

(1) 아래 표를 완성하시오.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n										
n^2										

(2) $n \geq m$ 인 자연수 n 에 대하여 부등식 $2^n > n^2$ 이 항상 성립하도록 하는 자연수 m 의 최솟값을 추측하시오.

(3) 위 (2)의 추측이 맞다는 것을 확인하려면 어떻게 해야 하는지 말하시오.

02 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, $a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1}$ ($n \geq 1$)을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$4a_{n+1} - 1 = 4 \times \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} - 1$$

$$= 2 - \frac{1}{4a_n - 1} \text{ 이다.}$$

수열 $\{b_n\}$ 을 $b_1 = 1, b_{n+1} = (4a_n - 1)b_n$ ($n \geq 1$).....(*)이라 하면,

⋮

$$b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n \text{ 이다.}$$

즉, $\{b_n\}$ 은 등차수열이므로 (*)에 의하여

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \text{ 이고, } a_n = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(14) \times g(5)$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

03 $n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $3^n > 3n + 7$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하시오.

04 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고,
$$a_{n+1} = a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \cdots + \frac{1}{n}a_n$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)
을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \left(a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \cdots + \frac{1}{n}a_n \right) \\ &\quad - \left(a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \cdots + \frac{1}{n-1}a_{n-1} \right) \end{aligned}$$

이므로 $a_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times a_n$ 이다.

$n = 2, 3, 4, \dots, n-1$ 을 차례로 대입하면

$$a_3 = \frac{3}{2}a_2, \quad a_4 = \frac{4}{3}a_3, \quad \dots,$$

$$a_n = \frac{n}{n-1}a_{n-1} \text{ 이므로}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

따라서 주어진 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_1 = 10 \text{ 이고, } a_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(10)$ 의 값은?

- ① 60 ② 75 ③ 90
④ 105 ⑤ 120

수준별
문제



02 수학적 귀납법

()반 ()번
이름 ()

01 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때,

(좌변)=(우변)= (가) 이므로 주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n=k(k \geq 1)$ 일 때, 성립한다고 가정하면

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \cdots + \frac{1}{2k} \text{이다.}$$

$n=k+1$ 일 때,

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(나)$$

$$= \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \cdots + \frac{1}{2k} + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(나)$$

$$= \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \cdots + \frac{1}{2k+1} + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">(다)$$

$$= \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \cdots + \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} \text{이다.}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

따라서 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

이 증명에서 (가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	1	$\frac{1}{2k+2}$	$\frac{1}{2k} - \frac{1}{2k+2}$
②	1	$\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2}$	$\frac{1}{k+1} - \frac{1}{2k+2}$
③	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2k+2}$	$\frac{1}{2k} - \frac{1}{2k+2}$
④	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2}$	$\frac{1}{k+1} - \frac{1}{2k+2}$
⑤	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2}$	$\frac{1}{2k} - \frac{1}{2k+2}$

수준 별
문제



02 수학적 귀납법

()반 ()번
이름 ()

02 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}} < 2\sqrt{n} \text{ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.}$$

<증명>

(i) $n=1$ 일 때

(좌변) = (가) $< 2 =$ (우변) 이므로 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 부등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2k}} < 2\sqrt{k}$$

$n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2k+2}} - \text{(나)} &< 2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{2k+2}} - \text{(나)} \\ &= \frac{2\sqrt{2}\sqrt{k^2+k+1} - 2\sqrt{2}(k+1)}{\sqrt{2k+2}} \end{aligned}$$

이때 $(2\sqrt{2}\sqrt{k^2+k+1})^2 - \{2\sqrt{2}(k+1)\}^2$ (다) 0 이므로

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2k+2}} < 2\sqrt{k+1}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 부등식은 성립한다.

따라서 주어진 부등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다. 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|----------------------|---------------|-----|
| ① | $\frac{1}{2}$ | $2\sqrt{k+1}$ | $>$ |
| ② | $\frac{1}{2}$ | $2\sqrt{k}$ | $>$ |
| ③ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $2\sqrt{k+1}$ | $>$ |
| ④ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $2\sqrt{k}$ | $<$ |
| ⑤ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $2\sqrt{k+1}$ | $<$ |

01 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 정의될 때, a_6 의 값은?

▶ 3점

(가) $a_1 = 1$

(나) $a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$
($n = 1, 2, 3, \dots$)

(다) $a_5 = 9$

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

02 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (n+1)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때, a_{10} 의 값은? ▶ 3점

- ① 28 ② 36 ③ 45
④ 55 ⑤ 66

03 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의할 때, a_{50} 의 값은? ▶ 2점

- ① 94 ② 96 ③ 98
④ 100 ⑤ 104

04 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, \frac{a_n}{n} + \frac{a_{n+1}}{n+1} = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때, a_{2014} 의 값은? ▶ 3점

- ① 2011 ② 2012 ③ 2013
④ 2014 ⑤ 2015

05 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 정의될 때,
 $a_5 + a_6$ 의 값은? ▶ 3점

(가) $a_1 = 1$

(나) $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (n: \text{홀수}) \\ 2a_n & (n: \text{짝수}) \end{cases}$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

- ① 34 ② 36 ③ 38
④ 40 ⑤ 42

06 $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로
정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하시오. ▶ 2점

- 07 다음은 어떤 제품 a_n 을 생산하는 방법과 생산하는 데 걸리는 시간을 설명한 것이다. a_5 하나를 만드는 데 걸리는 시간은? (단, 제품을 만들거나 붙이는 데 걸리는 시간 이외의 시간은 모두 무시한다.) ▶ 4점

(가) 제품 a_1 을 만드는 데 걸리는 시간은 1시간이다.
(나) 제품 a_n 을 차례로 두 개 만든 후, 이를 연결하여 붙이면 제품 a_{n+1} 이 만들어진다. 이때 제품 a_n 을 두 개 붙이는 데 걸리는 시간은 n 이다.

- ① 34 ② 36 ③ 38
④ 40 ⑤ 42

- 08 모든 자연수 n 에 대하여 명제 $p(n)$ 이 참이면 명제 $p(n+3)$ 도 참일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, k 는 자연수이다.) ▶ 3점

- ① 명제 $p(1)$ 이 참이면 명제 $p(3)$ 도 참이다.
② 명제 $p(2)$ 가 참이면 명제 $p(6)$ 도 참이다.
③ 명제 $p(3)$ 이 참이면 명제 $p(3k)$ 는 항상 참이다.
④ 명제 $p(4)$ 가 참이면 명제 $p(4k)$ 는 항상 참이다.
⑤ 명제 $p(5)$ 가 참이면 명제 $p(5k)$ 는 항상 참이다.

- 09 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ 이고,
 $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_k = 2^{15}$ 을 만족시키는 자연수 k 의 값은? ▶ 3점

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

- 10 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $n^3 + 3n^2 + 2n$ 은 6의 배수임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다. □ 안에 알맞은 수들을 모두 더하면? ▶ 4점

① $n = 1$ 이면 $n^3 + 3n^2 + 2n = \square$ 이므로 6의 배수이다.
② $n = k$ 일 때, 성립한다고 가정하면
 $(k+1)^3 + 3(k+1)^2 + 2(k+1)$
 $= (k^3 + 3k^2 + 2k) + \square(k+1)(k + \square)$
이므로 $n = k+1$ 일 때도 6의 배수이다. ①, ②에 의해 모든 자연수 n 에 대해 성립한다.

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

- 11 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{2n}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은? ▶ 4점

① $n = 1$ 이면
 $1 < \square$ 이므로 부등식이 성립한다.
② $n = k$ 일 때,
부등식이 성립한다고 가정하면
 $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{2k}$
한편,
 $2\sqrt{2k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} - 2\sqrt{2(k+1)} \square 0$ 이므로
 $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{2(k+1)}$
따라서 $n = k+1$ 일 때도 부등식이 성립한다.
①, ②에 의해 모든 자연수 n 에 대하여 부등식이 성립한다.

- ① 1, < ② $\sqrt{2}$, < ③ $\sqrt{2}$, >
④ $2\sqrt{2}$, < ⑤ $2\sqrt{2}$, >

- 12 $a_1 = 2$, $a_{n+1} - a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$
 $(n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{100} 의 값은? ▶ 4점
- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

- 13 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 68$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2$
 $(n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의될 때, a_5 의 값을 구하시오.
 ▶ 4점

- 14 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 정의될 때, a_{2014} 의 값을 구하시오. ▶ 3점

- (가) $a_1 = -1$
 (나) $a_{n+1} = 2 - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

- 15 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} \cdot a_n = a_{n+1}$
 $(n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{160} + a_{163}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 4 ② 3 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

- 16 다음은 수열 $\{a_n\}$ 이
 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족시키면 일반항이 $a_n = 3n - 2$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다. 이때 $10p - q$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점

- ① $n = 1$ 일 때, $a_1 = 3 \times 1 - 2 = 1$ 이므로 주어진 명제가 성립한다.
 ② $n = k$ 일 때, 주어진 명제가 성립한다고 가정하면, 즉 $a_k = 3k - 2$ 이면
 $a_{k+1} = p(k+q) - 2$ (p, q 는 상수)
 따라서 $n = k+1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.
 ①, ②에 의해 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = 3n - 2$ 가 성립한다.

- 17 두 양수 a, b ($a < b$)와 임의의 자연수 n 에 대하여 다음 물음에 답하시오. ▶ 4점

- (1) 다음 표를 완성하고 부등식 $a^n \square b^n$ 의 \square 안에 알맞은 부등호를 추측하시오.

n	$\left(\frac{1}{3}\right)^n$	부등호	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	2^n	부등호	3^n
1	$\frac{1}{3}$	$<$	$\frac{1}{2}$	2	$<$	3
2						
3						

- (2) (1)에서 추측한 결과를 수학적 귀납법을 이용하여 증명하시오.

- 18 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n$
 $(n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서

$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{a_k}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 48 ② 55 ③ 65
 ④ 72 ⑤ 80

19 $a_{n+1} > a_n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$,
 $(a_n + a_{n+1})^2 = 4a_n a_{n+1} + 9n^2$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

일 때, a_{20} 의 값은? ▶ 4점

- ① 567 ② 571 ③ 575
 ④ 579 ⑤ 584

20 $a_n + a_{n+1} = n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족시키는
 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_{50}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 20 ② 25 ③ 30
 ④ 35 ⑤ 40

서술형

21 수지가 n 개의 계단을 1단 또는 2단씩 올라가려고
 할 때, n 개의 계단을 올라가는 방법을 a_n 이라 하자.
 예를 들어 3개의 계단을 올라가는 방법에는 한 계
 단씩 올라가는 방법, 먼저 두 계단을 올라간 후 나중
 에 한 계단을 올라가는 방법, 먼저 한 계단을 올라간
 후 나중에 두 계단을 올라가는 방법으로 총 3가지
 이므로 $a_3 = 3$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_7 을 구
 하시오. ▶ 8점

서술형

22 수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_1 = 1, a_2 = 1 + 2, a_3 = 1 + 2 + 2^2,$$

$$a_4 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 \dots$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. ▶ 8점

(1) 일반항 a_n 을 추론하시오. ▶ 4점

(2) 수학적 귀납법으로 (1)의 추론이 참임을 증명
 하시오.

▶ 4점

서술형

23 어느 인터넷 카페는 오픈 첫 번째 달 초에 회원이
 40명이었다. 회원이 매월 초 18명씩 탈퇴하고 나머
 지 회원의 2배만큼으로 회원 수가 늘어난다고 한다.
 이 카페는 회원이 2000명 이상 되면 탈퇴하는 회원
 수만큼만 신입회원을 받고 매달 2000명 이상의 회
 원을 유지한다고 할 때, 이 카페가 오픈한 지 3년
 동안 매월 초에 회원의 수가 2000명 이상이었던 달
 은 모두 몇 개월인지 구하시오. ▶ 8점

서술형

24 모든 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립함을
 수학적 귀납법으로 증명하시오. ▶ 8점

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- 01 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 = 3$, $a_6 - a_7 + a_8 = 20$ 일 때, a_7 의 값을 구하
 시오. ▶ 2점

- 02 어느 해부터 4년마다 정기적으로 열리는 국제바둑
 대회가 있다. 제 3회 대회와 제 5회 대회가 열린 연
 도의 합이 4002일 때, 이 대회가 처음으로 열린 연
 도는? ▶ 2점

- ① 1986 년 ② 1987 년 ③ 1988 년
 ④ 1989 년 ⑤ 1990 년

- 03 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까
 지의 합을 각각 S_n , T_n 이라 하자.

$$a_1 + b_1 = 40, S_{20} + T_{20} = 400$$

일 때, $a_{20} + b_{20}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① -20 ② -10 ③ 0
 ④ 10 ⑤ 20

- 04 세 양수 α , β , γ 가 이 순서로 등차수열을 이루고,
 두 등식 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 28$,
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 22$ 가 성립할 때, β 의 값은?

▶ 3점

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

- 05 다항식 $f(x) = x^{10} + x^9 + \dots + x + 1$ 을 $x - 1$
 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(2)$ 의 값은?

▶ 3점

- ① 2010 ② 2024 ③ 2028
 ④ 2036 ⑤ 2041

- 06 등차수열을 이루는 서로 다른 네 수의 합은 16이고,
 가운데 두 수의 곱은 처음 수와 마지막 수의 곱보다
 8이 크다고 할 때, 이들 네 수의 곱을 구하시오.

▶ 3점

07 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 3^n - 1$ 일 때, $\frac{a_{10}}{a_1}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 3^6 ② 3^7 ③ 3^8
④ 3^9 ⑤ 3^{10}

08 x 에 대한 이차방정식

$x^2 + 4x - (2n-1)(2n+1) = 0$ 의 두 근 α_n ,

β_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\alpha_k} + \frac{1}{\beta_k} \right)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{31}{21}$
④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

09 첫째항이 50이고, 공차가 -5 인 등차수열의 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음으로 음수가 되겠는가? ▶ 4점

- ① 제11항 ② 제22항 ③ 제33항
④ 제44항 ⑤ 제55항

10 연초에 일정액을 예금하면 매년 말에 연이율 5%의 복리로 이자가 계산되어 예금 통장에 이자가 입금되는 상품이 있다. 2009년 초에 이 상품에 가입하여 1억 원을 예금한 다음, 2010년부터는 매년 초에 통장에 남아 있는 금액의 $\frac{1}{2}$ 을 찾아서 썼다.

2020년 초에 통장에 남아 있는 금액의 $\frac{1}{2}$ 을 찾은

직후 통장에 남아 있는 금액은 약 얼마인가?

(단, $1.05^{10} = 1.6$ 으로 계산하고, 천의 자리에서 반올림한다.) ▶ 4점

- ① 4만 원 ② 8만 원
③ 16만 원 ④ 32만 원
⑤ 64만 원

11 수열 $\{a_n\}$ 이

$a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + n^2$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

을 만족할 때, a_{20} 의 값은? ▶ 3점

- ① 2470 ② 2570 ③ 2670
④ 2770 ⑤ 2870

12 1이 아닌 네 양수 a, b, c, x 에 대하여 b 가 a, c 의 등비중항일 때, 다음 중 $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x}$ 과 같은 것은? ▶ 4점

- ① $\frac{2}{\log_b x}$ ② $\log_b x$ ③ $2\log_b x$
④ $(\log_b x)^2$ ⑤ $\frac{1}{(\log_b x)^2}$

- 13 개체의 수가 매일 일정한 비율로 증가하는 어떤 미생물을 관찰한 결과 20일간의 증가율이 44%였다면 10일간의 증가율은 몇 % 인가? ▶ 4점

① 15 % ② 20 % ③ 23 %
④ 27 % ⑤ 34 %

- 14 월이율 r , 1개월마다의 복리로 2006년 12월 1일부터 a 원씩 매월 1일에 적립하여 5년 후 2011년 11월 30일까지의 적립총액이 1000만 원이 되게 하려고 할 때, 다음 중 적립금 a 원을 구하는 식으로 알맞은 것은? ▶ 4점

① $a = \frac{10^7 r(1+r)}{(1+r)^4 - 1}$ ② $a = \frac{10^7 r}{(1+r)\{(1+r)^4 - 1\}}$
③ $a = \frac{10^7 r}{(1+r)^{60} - 1}$ ④ $a = \frac{10^7 r(1+r)}{(1+r)^{60} - 1}$
⑤ $a = \frac{10^7 r}{(1+r)\{(1+r)^{60} - 1\}}$

- 15 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하면

$S_{10} = 10$, $S_{30} = 310$ 이다. 이때, S_{20} 의 값을 구하시오. ▶ 3점

- 16 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = -1$, $a_2 = 1$,

$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1}}{a_{n+2}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이 성립할 때,

$\sum_{k=1}^{2010} a_k$ 의 값은? ▶ 4점

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

- 17 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식 $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

— | 증 명 | —

(i) $\boxed{(가)}$ 일 때, (좌변)=1, (우변)=1이므로 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, 성립한다고 가정하면

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 의 양변에 $\boxed{(나)}$ 을 더해주면

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + \boxed{(나)}$$

$$= k^2 + \boxed{(나)} = \boxed{(다)}^2$$

그러므로 $n = k+1$ 일 때에도 주어진 등식은 성립한다.

따라서 (i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은? ▶ 3점

① $n = 1, 2k+1, k-1$ ② $n = 2, 2k+1, k+1$
③ $n = 1, k+1, 2k$ ④ $n = 2, k+1, 2k$
⑤ $n = 1, 2k+1, k+1$

- 18 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 5$,

$$a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

이라 할 때, $\log a_{10}^{10}$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) ▶ 4점

- 19 $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{50} 의 값은? ▶ 4점

① $49 \cdot 2^{48}$ ② $50 \cdot 2^{49}$
③ $50 \cdot 2^{50}$ ④ $51 \cdot 2^{50}$
⑤ $52 \cdot 2^{51}$

20 두 이차함수 $y = x^2$, $y = (x - n)^2 + n^2$ (n 은 자연수)의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 부분 (경계선 포함)에 있는 격자점의 개수를 a_n 이라 할 때, a_5 의 값을 구하시오. (단, 격자점은 x , y 좌표가 모두 정수인 점이다.) ▶ 6점

21 첫째항이 1000, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n \log_2 a_k$ 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. ▶ 6점

22 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n k a_k = n^2(n+1)^2$ 을 만족시킬 때, $\frac{1}{20} \sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점

23 곡선 $y = -x^3 + 6x^2 + 24x$ 와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나고 교점의 x 좌표가 등비수열을 이룰 때, 실수 k 의 값을 구하시오. ▶ 6점

24 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, 다음을 구하시오. ▶ 6점

(1) $S_n = 10 \cdot 9^n - 10$ 일 때, 이 수열의 일반항 a_n 을 구하시오.

(2) $S_n = 3 \cdot 2^n + k$ 의 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열을 이루기 위한 상수 k 의 값을 구하시오.

25 방정식 $x^{10} - 2x + 5 = 0$ 의 근을 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} x_k^{10}$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점