

수준별
문제

01 이항정리

()반 ()번
이름 ()**01** 이항정리를 이용하여 다음을 전개하시오.

(1) $(x+1)^5$

(2) $(2a-b)^5$

02 다음을 구하시오.

(1) $(3x+y)^{10}$ 의 전개식에서 x^2y^8 의 계수

(2) $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수

(3) $\left(2x - \frac{1}{y}\right)^6$ 의 전개식에서 $\frac{x^2}{y^4}$ 의 계수

03 파스칼의 삼각형을 이용하여
다음을 ${}_nC_r$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) ${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4$

(2) ${}_3C_3 + {}_4C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3 + {}_7C_3$

04 다음 등식이 성립함을 증명하시오.
 ${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \dots = 2^{n-1}$

수준별
문제

01 이항정리

 ()반 ()번
이름 ()

- 01 다항식 $\left(ax^2 - \frac{1}{x^3}\right)^5$ 의 전개식에서 상수항이
270일 때, x^5 의 계수는? (단, a 는 상수이다.)
- ① -405 ② -80 ③ 40
④ 80 ⑤ 405

- 03 $(a-b)^7$ 의 전개식에서 $a^l b^3$ 의 계수를 m 이라
할 때, $l+m$ 의 값을 구하시오. (단, $m \neq 0$)

- 02 다음 물음에 답하시오.
- (1) $1024 \leq {}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_n < 2048$
을 만족시키는 n 의 값을 구하시오.
- (2) ${}_{11}C_6 + {}_{11}C_7 + \cdots + {}_{11}C_{11}$ 의 값을 구
하시오.
- (3) ${}_{99}C_1 + {}_{99}C_3 + {}_{99}C_5 + \cdots + {}_{99}C_{99}$ 의
값을 구하시오.

- 04 다음 값을 구하시오.
- (1) ${}_6C_0 + 2{}_6C_1 + 2^2{}_6C_2 + \cdots + 2^5{}_6C_5 + 2^6{}_6C_6$
- (2) ${}_{20}C_0 - 6{}_{20}C_1 + 6^2{}_{20}C_2 - 6^3{}_{20}C_3 + \cdots + 6^{20}{}_{20}C_{20}$

수준별
문제

01 이항정리

 ()반 ()번
 이름 ()

- 01 x 에 관한 항등식 $(1+x)^{14} = (1+x)^7(1+x)^7$ 을 이용하여
 $({}_7C_0)^2 + ({}_7C_1)^2 + ({}_7C_2)^2 + \cdots + ({}_7C_7)^2$ 의 값을 간단히 한 것은?
- ① 2^7 ② ${}_{14}C_7$ ③ $({}_{14}C_7)^2$ ④ $2 {}_{14}C_7$ ⑤ ${}_{15}C_8$

- 02 어느 빙수 가게에서는 빙수를 주문할 때, 8가지의 추가 재료 중에서 중복하여 4가지 이하를 택하여 빙수에 추가할 수 있다고 한다. 이 가게에서 빙수를 주문하는 경우의 수를 구하시오.
 (단, 8가지 재료 중에서 추가를 하지 않을 수도 있다.)

01 이항정리를 이용하여 $(2a-b)^5$ 을 전개하시오.
▶ 2점

02 $(3x-2y)^5$ 의 전개식에서 x^2y^3 의 계수는?
▶ 2점

① -760 ② -720 ③ -680
④ -640 ⑤ -600

03 $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^3}$ 의 계수는? ▶ 3점

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

04 다항식 $(ax+y)^5$ 의 전개식에서 x^2y^3 의 계수가 90일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 0$) ▶ 3점

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05 $(2x+1)(x+3)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?
▶ 3점

① 430 ② 480 ③ 530
④ 580 ⑤ 630

06 n 이 2 이상의 자연수일 때, 다항식 $(x^2+2)^n$ 의 전개식에서 x^4 의 계수와 x^2 의 계수가 같다. 이때 x^2 의 계수는? ▶ 3점

① 60 ② 80 ③ 100
④ 120 ⑤ 140

07 $(x-1)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 -55 이고 x^3 의 계수를 a 라 할 때, $n+a$ 의 값은?

(단, n 은 자연수) ▶ 3점

- ① 157 ② 165 ③ 176
④ 189 ⑤ 199

08 다음 중 ${}_3C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{21}C_{18}$ 의 값은? ▶ 3점

- ① ${}_{22}C_3$ ② ${}_{22}C_4$ ③ ${}_{22}C_5$
④ ${}_{21}C_5$ ⑤ ${}_{21}C_4$

09 ${}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_{n-1} = 62$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은? ▶ 4점

- ① 12 ② 10 ③ 8
④ 6 ⑤ 4

10 자연수 N 이 다음과 같이 주어질 때, N 은 몇 자리수인가? ▶ 4점

$$N = {}_{20}C_1 \times 9 + {}_{20}C_2 \times 9^2 + {}_{20}C_3 \times 9^3 + \cdots + {}_{20}C_{20} \times 9^{20}$$

- ① 19자리 수 ② 20자리 수 ③ 21자리 수
④ 22자리 수 ⑤ 25자리 수

11 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는?

- ① 256 ② 511 ③ 512
④ 1023 ⑤ 1024

12 11^{99} 을 100으로 나누었을 때의 나머지는? ▶ 4점

- ① 1 ② 10 ③ 11
④ 91 ⑤ 99

13 ${}_{15}C_1 + {}_{15}C_3 + {}_{15}C_5 + \cdots + {}_{15}C_{15} = 2^n$ 이라고 할 때, 자연수 n 의 값은? ▶ 3점

- ① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

14 등식 ${}_{2n}C_0 + {}_{2n}C_2 + {}_{2n}C_4 + \cdots + {}_{2n}C_{2n} = 2048$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? ▶ 4점

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

15 $500 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n < 1000$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? ▶ 4점

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

16 $(x^2 + 2)\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 상수항의 값은?

- ① 192 ② 194 ③ 196
④ 198 ⑤ 200

17 원 위에 있는 20개의 점들 중에서 $n(n \geq 3)$ 개를 택하여 만들 수 있는 n 각형의 개수를 a_n 이라 할 때, $a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + \cdots + a_{19}$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $2^{19} - 20$ ② $2^{19} - 10$ ③ 2^{19}
④ $2^{20} - 10$ ⑤ $2^{20} + 20$

18 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $f(n) = {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_{n-1}$
 $g(n) = {}_{2n}C_0 + {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_2 + \cdots + {}_{2n}C_{2n}$
이라 할 때, $\frac{f(n)}{g(n)} = a\left(\frac{1}{2}\right)^n + b\left(\frac{1}{4}\right)^n$ 이다.
 $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) ▶ 4점

- ① 5 ② 4 ③ 3
④ -2 ⑤ -3

- 19 다음은 이항정리를 이용하여 등식 ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

$(1+x)^{n+1} = (1+x)(1+x)^n$ 에서
좌변의 $\boxed{\text{가}}$ 의 계수는 ${}_{n+1}C_k \dots \text{㉠}$
우변의 $(1+x)^n$ 에서 x^{k-1} 의 계수는 $\boxed{\text{나}}$
 x^k 의 계수는 ${}_nC_k$ 즉, 우변은
 $(1+x)(\dots + \boxed{\text{나}}x^{k-1} + {}_nC_kx^k + \dots)$
의 꼴로 나타내어지므로 $\boxed{\text{다}}$ 의 계수는
 ${}_nC_k + {}_nC_{k-1} \dots \text{㉡}$
㉠, ㉡은 같으므로
 ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

▶ 3점

	(가)	(나)	(다)
①	x^k	${}_nC_{k-1}$	x^{k+1}
②	x^k	${}_nC_k$	x^k
③	x^{k+1}	${}_nC_{k-1}$	x^{k+1}
④	x^k	${}_nC_{k-1}$	x^k
⑤	x^{k+1}	${}_nC_k$	x^k

- 20 다항식 $(1+x)^{20}$ 의 전개식에서 구한 x^{10} 의 계수와 같은 것을 보기에서 모두 고른 것은? ▶ 4점

보기

- ㄱ. ${}_{10}C_0 \times {}_{10}C_{10} + {}_{10}C_1 \times {}_{10}C_9 + \dots + {}_{10}C_{10} \times {}_{10}C_0$
 ㄴ. ${}_{10}C_0 \times {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times {}_{10}C_1 + \dots + {}_{10}C_{10} \times {}_{10}C_{10}$
 ㄷ. $({}_{10}C_5)^2$
 ㄹ. ${}_{20}C_{10}$

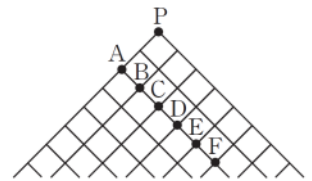
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

서술형

- 21 $S = {}_{50}C_0 + 2^2 \times {}_{50}C_2 + 2^4 \times {}_{50}C_4 + \dots + 2^{50} \times {}_{50}C_{50}$
 이라 할 때, $2S-1$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 22 오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다.
 P 지점에서 A, B, C, D, E, F까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 각각 a, b, c, d, e, f라 할 때, $a+b+c+d+e+f$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점



서술형

- 23 $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^1 + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^3 + \dots + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9 + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 24 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 집합 X의 개수를 k라 할 때, k의 값을 구하시오. ▶ 8점

- (가) $19 \in X, X \subset A$
 (나) 집합 X의 원소의 개수는 홀수이다.

01 수진이와 민호를 포함한 7명이 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 수진이와 민호가 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? ▶ 2점

- ① 120 ② 240 ③ 360
④ 480 ⑤ 600

02 네 쌍의 부부가 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 네 쌍의 부부 모두 부부끼리 이웃하여 앉는 경우의 수는? ▶ 2점

- ① 12 ② 24 ③ 48
④ 96 ⑤ 192

03 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 세 개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는? ▶ 2점

- ① 24 ② 48 ③ 96
④ 192 ⑤ 384

04 어느 회사에 4개의 부서가 있다. 5명의 신입사원을 4개의 부서에 배치하는 경우의 수는? (단, 신입사원이 배치되지 않는 부서가 있을 수도 있다.) ▶ 2점

- ① 4^4 ② 4^5 ③ 5^4
④ 5^5 ⑤ 6^4

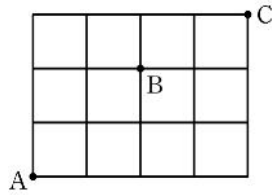
05 노란색 깃발 4개, 빨간색 깃발 5개를 모두 사용하여 일렬로 배열할 때, 양 끝에 노란색 깃발이 오는 경우의 수는? (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.) ▶ 2점

- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

06 여섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 3을 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수의 개수는? ▶ 3점

- ① 120 ② 130 ③ 140
④ 150 ⑤ 160

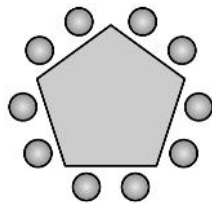
- 07 오른쪽 그림은 어느 도시의 도로망이다. A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경로 중에서 B 지점을 지나지 않는 경우의 수를 구하시오. ▶ 3점



- 10 오른쪽 그림과 같이 8대의 승용차를 주차할 수 있는 주차장이 있다. 트럭 1대를 주차하려면 2대의 승용차를 주차할 수 있는 공간이 필요하다고 할 때, 빈 공간이 없이 트럭과 승용차를 주차시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 트럭과 승용차를 각각 1대 이상씩 주차해야 하고, 트럭의 수는 승용차의 수보다 많다.) ▶ 4점



- 08 10명의 학생이 오른쪽 그림과 같은 정오각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 $p \times 8!$ 이다. 이때 p 의 값을 구하시오. ▶ 3점



- 11 주머니 속에 빨간색 사탕, 파란색 사탕, 노란색 사탕이 각각 8개씩 들어 있다. 이 주머니에서 8개의 사탕을 동시에 꺼낼 때, 빨간색 사탕과 노란색 사탕이 각각 적어도 한 개씩 포함되는 경우의 수는? (단, 같은 색깔의 사탕은 서로 구별이 되지 않는다.) ▶ 3점

- ① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

- 09 흰 공 3 개, 검은 공 2 개, 회색 공 1 개를 일렬로 나열하려고 한다. 오른쪽 그림과 같이 흰 공끼리 서로 이웃하지 않도록 하여 나열하는 경우의 수는? ▶ 3점



- ① 6 ② 12 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

- 12 $(a+b+c)^6(x+y)^4$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? ▶ 3점

- ① 140 ② 150 ③ 160
④ 170 ⑤ 180

- 13 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는?

▶ 4점

- ① 256 ② 511 ③ 512
④ 1023 ⑤ 1024

- 14 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

▶ 4점

보기

$$\neg. {}_{12}C_1 + {}_{12}C_2 + {}_{12}C_3 + \cdots + {}_{12}C_{12} = 2^{12}$$

$$\neg. {}_6C_0 - {}_6C_1 + {}_6C_2 - {}_6C_3 + {}_6C_4$$

$$- {}_6C_5 + {}_6C_6 = 0$$

$$\neg. {}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4$$

$$= {}_{11}C_1 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_5 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{11}$$

- ① \neg ② \neg ③ \neg, \neg
④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

- 15 $(x^2 - 1)\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. ▶ 4점

- 16 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 5만 중복하여 사용 가능하지만 5 끼리는 이웃하지 않도록 할 때, 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는? ▶ 4점

- ① 272 ② 276 ③ 280
④ 284 ⑤ 288

- 17 $n \geq 4$ 인 자연수 n 에 대하여 정 n 각형의 대각선의 개수를 $f(n)$ 이라고 할 때,

$$f(4) + f(5) + f(6) + \cdots + f(10)$$

의 값을 구하시오. ▶ 4점

- 18 $1 + (1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x^7 의 계수는? ▶ 4점

- ① 155 ② 160 ③ 165
④ 170 ⑤ 175

- 19 서로 다른 소수 a, b, c 를 중복을 허용하여 8 개를 택한 후 모두 곱하여 정수를 만들 때, 서로 다른 정수의 개수를 구하시오. ▶ 4점

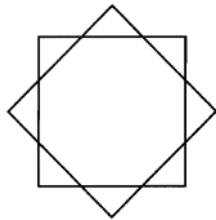
20

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 다음을 구하시오. ▶ 6점

- (1) 함수 f 의 개수
- (2) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수
- (3) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

21 오른쪽 그림과 같이 합동인

두 정사각형이 겹쳐서
가운데가 정팔각형이고,
정팔각형의 각 변에 작은
직각이등변삼각형이
만들어진 도형이 있다.



서로 다른 5 가지의 색을 모두 사용하여 정팔각형에
1가지의 색을 칠하고 마주 보는 직각이등변삼각형
끼리는 같은 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.

▶ 6점

22 9 이하의 자연수 n 에 대하여

$(1-x)^n(1+x)^{9-n}$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가
양수가 되는 n 의 값을 구하시오. ▶ 8점

23 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여
다음 두 조건을 만족시키는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의
개수를 구하시오. ▶ 6점

- (가) $f(1) = 5$
- (나) $f(x)$ 의 최솟값은 3이다.

24 3개의 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 4개를
택하여 만들 수 있는 2000 이하의 네 자리 자연수
중에서 3의 배수의 개수를 구하시오. ▶ 8점

25 ${}_{20}C_5 \times {}_{10}C_{10} + {}_{20}C_6 \times {}_{10}C_9 + {}_{20}C_7 \times {}_{10}C_8 +$
 $\cdots + {}_{20}C_{14} \times {}_{10}C_1 + {}_{20}C_{15} \times {}_{10}C_0 = {}_aC_b$
일 때, 두 상수 a, b 에 대하여
 $a+b$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점