

수준별  
문제

## 01 이항정리

(      )반 (      )번  
이름 (      )**01** 이항정리를 이용하여 다음을 전개하시오.

(1)  $(x+1)^5$

(2)  $(2a-b)^5$

**02** 다음을 구하시오.

(1)  $(3x+y)^{10}$ 의 전개식에서  $x^2y^8$ 의 계수

(2)  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^5$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수

(3)  $\left(2x - \frac{1}{y}\right)^6$ 의 전개식에서  $\frac{x^2}{y^4}$ 의 계수

**03** 파스칼의 삼각형을 이용하여  
다음을  ${}_nC_r$ 의 꼴로 나타내시오.

(1)  ${}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4$

(2)  ${}_3C_3 + {}_4C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3 + {}_7C_3$

**04** 다음 등식이 성립함을 증명하시오.

${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \dots = 2^{n-1}$

수준별  
문제

## 01 이항정리

(        )반 (        )번  
이름 (        )

- 01** 다항식  $\left(ax^2 - \frac{1}{x^3}\right)^5$ 의 전개식에서 상수항이  
270일 때,  $x^5$ 의 계수는? (단,  $a$ 는 상수이다.)  
 ① -405      ② -80      ③ 40  
 ④ 80      ⑤ 405

- 02** 다음 물음에 답하시오.  
 (1)  $1024 \leq {}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_n < 2048$   
 을 만족시키는  $n$ 의 값을 구하시오.  
 (2)  ${}_{11}C_6 + {}_{11}C_7 + \cdots + {}_{11}C_{11}$ 의 값을 구  
 하시오.  
 (3)  ${}_{99}C_1 + {}_{99}C_3 + {}_{99}C_5 + \cdots + {}_{99}C_{99}$ 의  
 값을 구하시오.

- 03**  $(a-b)^7$ 의 전개식에서  $a^l b^3$ 의 계수를  $m$ 이라  
 할 때,  $l+m$ 의 값을 구하시오. (단,  $m \neq 0$ )

- 04** 다음 값을 구하시오.  
 (1)  ${}_6 C_0 + 2{}_6 C_1 + 2^2{}_6 C_2 + \cdots + 2^5{}_6 C_5 + 2^6{}_6 C_6$   
 (2)  ${}_{20}C_0 - 6{}_{20}C_1 + 6^2{}_{20}C_2 - 6^3{}_{20}C_3 + \cdots + 6^{20}{}_{20}C_{20}$

수준별  
문제

## 01 이항정리

(      )반 (      )번  
이름 (      )

- 01  $x$ 에 관한 항등식  $(1+x)^{14} = (1+x)^7(1+x)^7$ 을 이용하여  $({}^7C_0)^2 + ({}^7C_1)^2 + ({}^7C_2)^2 + \dots + ({}^7C_7)^2$ 의 값을 간단히 한 것은?
- ①  $2^7$       ②  ${}_{14}C_7$       ③  $({}_{14}C_7)^2$       ④  $2{}_{14}C_7$       ⑤  ${}_{15}C_8$

- 02 어느 빙수 가게에서는 빙수를 주문할 때, 8가지의 추가 재료 중에서 중복하여 4가지 이하를 택하여 빙수에 추가할 수 있다고 한다. 이 가게에서 빙수를 주문하는 경우의 수를 구하시오.  
(단, 8가지 재료 중에서 추가를 하지 않을 수도 있다.)

01 이항정리를 이용하여  $(2a - b)^5$ 을 전개하시오. ▶ 2점

02  $(3x - 2y)^5$ 의 전개식에서  $x^2y^3$ 의 계수는? ▶ 2점

① - 760                      ② - 720                      ③ - 680  
④ - 640                      ⑤ - 600

03  $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $\frac{1}{x^3}$ 의 계수는? ▶ 3점

① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

04 다항식  $(ax + y)^5$ 의 전개식에서  $x^2y^3$ 의 계수가 90일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $a > 0$ ) ▶ 3점

① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

05  $(2x + 1)(x + 3)^5$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는? ▶ 3점

① 430                      ② 480                      ③ 530  
④ 580                      ⑤ 630

06  $n$ 이 2 이상의 자연수일 때, 다항식  $(x^2 + 2)^n$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수와  $x^2$ 의 계수가 같다. 이때  $x^2$ 의 계수는? ▶ 3점

① 60                      ② 80                      ③ 100  
④ 120                      ⑤ 140

07  $(x-1)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가  $-55$ 이고  $x^3$ 의 계수를  $a$ 라 할 때,  $n+a$ 의 값은?

(단,  $n$ 은 자연수) ▶ 3점

- ① 157            ② 165            ③ 176  
 ④ 189            ⑤ 199

08 다음 중  ${}_3C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + \dots + {}_{21}C_{18}$ 의 값은? ▶ 3점

- ①  ${}_{22}C_3$             ②  ${}_{22}C_4$             ③  ${}_{22}C_5$   
 ④  ${}_{21}C_5$             ⑤  ${}_{21}C_4$

09  ${}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \dots + {}_nC_{n-1} = 62$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 12            ② 10            ③ 8  
 ④ 6            ⑤ 4

10 자연수  $N$ 이 다음과 같이 주어질 때,  $N$ 은 몇 자리수인가? ▶ 4점

$$N = {}_{20}C_1 \times 9 + {}_{20}C_2 \times 9^2 + {}_{20}C_3 \times 9^3 + \dots + {}_{20}C_{20} \times 9^{20}$$

- ① 19자리 수    ② 20자리 수    ③ 21자리 수  
 ④ 22자리 수    ⑤ 25자리 수

11 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는?

- ① 256            ② 511            ③ 512  
 ④ 1023            ⑤ 1024

12  $11^{99}$ 을 100으로 나누었을 때의 나머지는? ▶ 4점

- ① 1            ② 10            ③ 11  
 ④ 91            ⑤ 99

13  ${}_{15}C_1 + {}_{15}C_3 + {}_{15}C_5 + \cdots + {}_{15}C_{15} = 2^n$  이라고 할 때, 자연수  $n$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 13                      ② 14                      ③ 15  
④ 16                      ⑤ 17

14 등식  ${}_{2n}C_0 + {}_{2n}C_2 + {}_{2n}C_4 + \cdots + {}_{2n}C_{2n} = 2048$  을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

15  $500 < {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n < 1000$  을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
④ 8                      ⑤ 9

16  $(x^2 + 2)\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 상수항의 값은?

- ① 192                      ② 194                      ③ 196  
④ 198                      ⑤ 200

17 원 위에 있는 20개의 점들 중에서  $n(n \geq 3)$ 개를 택하여 만들 수 있는  $n$ 각형의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + \cdots + a_{19}$ 의 값은? ▶ 4점

- ①  $2^{19} - 20$                       ②  $2^{19} - 10$                       ③  $2^{19}$   
④  $2^{20} - 10$                       ⑤  $2^{20} + 20$

18 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n) = {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_{n-1}$   
 $g(n) = {}_{2n}C_0 + {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_2 + \cdots + {}_{2n}C_{2n}$  이라 할 때,  $\frac{f(n)}{g(n)} = a\left(\frac{1}{2}\right)^n + b\left(\frac{1}{4}\right)^n$  이다.  
 $a - b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) ▶ 4점

- ① 5                      ② 4                      ③ 3  
④ -2                      ⑤ -3

- 19 다음은 이항정리를 이용하여 등식  ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$  이 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

$(1+x)^{n+1} = (1+x)(1+x)^n$ 에서  
 좌변의 **(가)**의 계수는  ${}_{n+1}C_k \dots \textcircled{㉠}$   
 우변의  $(1+x)^n$ 에서  $x^{k-1}$ 의 계수는 **(나)**  
 $x^k$ 의 계수는  ${}_nC_k$  즉, 우변은  
 $(1+x)(\dots + \textcircled{나}x^{k-1} + {}_nC_kx^k + \dots)$   
 의 꼴로 나타내어지므로 **(다)**의 계수는  
 ${}_nC_k + {}_nC_{k-1} \dots \textcircled{㉡}$   
 ㉠, ㉡은 같으므로  
 ${}_{n+1}C_k = {}_nC_k + {}_nC_{k-1}$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

▶ 3점

- |   | (가)       | (나)           | (다)       |
|---|-----------|---------------|-----------|
| ① | $x^k$     | ${}_nC_{k-1}$ | $x^{k+1}$ |
| ② | $x^k$     | ${}_nC_k$     | $x^k$     |
| ③ | $x^{k+1}$ | ${}_nC_{k-1}$ | $x^{k+1}$ |
| ④ | $x^k$     | ${}_nC_{k-1}$ | $x^k$     |
| ⑤ | $x^{k+1}$ | ${}_nC_k$     | $x^k$     |

- 20 다항식  $(1+x)^{20}$ 의 전개식에서 구한  $x^{10}$ 의 계수와 같은 것을 보기에서 모두 고른 것은? ▶ 4점

보기

- ㄱ.  ${}_{10}C_0 \times {}_{10}C_{10} + {}_{10}C_1 \times {}_{10}C_9 + \dots + {}_{10}C_{10} \times {}_{10}C_0$
- ㄴ.  ${}_{10}C_0 \times {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times {}_{10}C_1 + \dots + {}_{10}C_{10} \times {}_{10}C_{10}$
- ㄷ.  $({}_{10}C_5)^2$
- ㄹ.  ${}_{20}C_{10}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄹ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

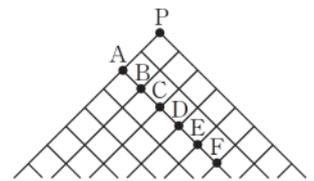
서술형

- 21  $S = {}_{50}C_0 + 2^2 \times {}_{50}C_2 + 2^4 \times {}_{50}C_4 + \dots + 2^{50} \times {}_{50}C_{50}$

이라 할 때,  $2S-1$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 22 오른쪽 그림과 같은 도로망이 있다.



P 지점에서 A, B, C, D, E, F까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 각각  $a, b, c, d, e, f$ 라 할 때,  $a+b+c+d+e+f$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 23  $(x^2 + \frac{1}{x})^1 + (x^2 + \frac{1}{x})^2 + (x^2 + \frac{1}{x})^3 + \dots + (x^2 + \frac{1}{x})^9 + (x^2 + \frac{1}{x})^{10}$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 24 집합  $A = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 집합  $X$ 의 개수를  $k$ 라 할 때,  $k$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

- (가)  $19 \in X, X \subset A$   
 (나) 집합  $X$ 의 원소의 개수는 홀수이다.

01 수진이와 민호를 포함한 7명이 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 수진이와 민호가 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? ▶ 2점

- ① 120                      ② 240                      ③ 360  
④ 480                      ⑤ 600

02 네 쌍의 부부가 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 네 쌍의 부부 모두 부부끼리 이웃하여 앉는 경우의 수는? ▶ 2점

- ① 12                      ② 24                      ③ 48  
④ 96                      ⑤ 192

03 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 세 개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는? ▶ 2점

- ① 24                      ② 48                      ③ 96  
④ 192                      ⑤ 384

04 어느 회사에 4개의 부서가 있다. 5명의 신입사원을 4개의 부서에 배치하는 경우의 수는? (단, 신입사원이 배치되지 않는 부서가 있을 수도 있다.) ▶ 2점

- ①  $4^4$                       ②  $4^5$                       ③  $5^4$   
④  $5^5$                       ⑤  $6^4$

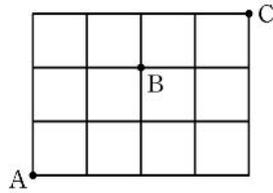
05 노란색 깃발 4개, 빨간색 깃발 5개를 모두 사용하여 일렬로 배열할 때, 양 끝에 노란색 깃발이 오는 경우의 수는? (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.) ▶ 2점

- ① 21                      ② 22                      ③ 23  
④ 24                      ⑤ 25

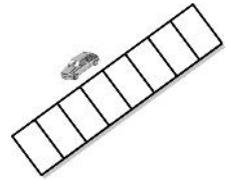
06 여섯 개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 3을 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수의 개수는? ▶ 3점

- ① 120                      ② 130                      ③ 140  
④ 150                      ⑤ 160

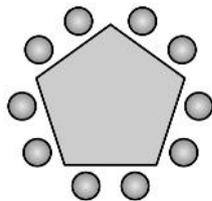
07 오른쪽 그림은 어느 도시의 도로망이다. A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경로 중에서 B 지점을 지나지 않는 경우의 수를 구하시오. ▶ 3점



10 오른쪽 그림과 같이 8대의 승용차를 주차할 수 있는 주차장이 있다. 트럭 1대를 주차하려면 2대의 승용차를 주차할 수 있는 공간이 필요하다고 할 때, 빈 공간이 없이 트럭과 승용차를 주차시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 트럭과 승용차를 각각 1대 이상씩 주차해야 하고, 트럭의 수는 승용차의 수보다 많다.) ▶ 4점



08 10명의 학생이 오른쪽 그림과 같은 정오각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수는  $p \times 8!$ 이다. 이때  $p$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점



11 주머니 속에 빨간색 사탕, 파란색 사탕, 노란색 사탕이 각각 8개씩 들어 있다. 이 주머니에서 8개의 사탕을 동시에 꺼낼 때, 빨간색 사탕과 노란색 사탕이 각각 적어도 한 개씩 포함되는 경우의 수는? (단, 같은 색깔의 사탕은 서로 구별이 되지 않는다.) ▶ 3점

- ① 24                      ② 25                      ③ 26
- ④ 27                      ⑤ 28

09 흰 공 3개, 검은 공 2개, 회색 공 1개를 일렬로 나열하려고 한다. 오른쪽 그림과 같이 흰 공끼리 서로 이웃하지 않도록 하여 나열하는 경우의 수는? ▶ 3점



- ① 6                      ② 12                      ③ 24
- ④ 28                      ⑤ 32

12  $(a+b+c)^6(x+y)^4$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는? ▶ 3점

- ① 140                      ② 150                      ③ 160
- ④ 170                      ⑤ 180

13 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 홀수인 집합의 개수는?

▶ 4점

- ① 256                      ② 511                      ③ 512  
 ④ 1023                     ⑤ 1024

14 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

▶ 4점

보기

ㄱ.  ${}_{12}C_1 + {}_{12}C_2 + {}_{12}C_3 + \dots + {}_{12}C_{12} = 2^{12}$

ㄴ.  ${}_6C_0 - {}_6C_1 + {}_6C_2 - {}_6C_3 + {}_6C_4 - {}_6C_5 + {}_6C_6 = 0$

ㄷ.  ${}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5 + {}_{11}C_6 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_8 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{10} + {}_{11}C_{11} = 2^{11}$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15  $(x^2 - 1)\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. ▶ 4점

16 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 5만 중복하여 사용 가능하지만 5 끼리는 이웃하지 않도록 할 때, 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는? ▶ 4점

- ① 272                      ② 276                      ③ 280  
 ④ 284                      ⑤ 288

17  $n \geq 4$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 정 $n$ 각형의 대각선의 개수를  $f(n)$ 이라고 할 때,

$f(4) + f(5) + f(6) + \dots + f(10)$

의 값을 구하시오. ▶ 4점

18  $1 + (1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서  $x^7$ 의 계수는? ▶ 4점

- ① 155                      ② 160                      ③ 165  
 ④ 170                      ⑤ 175

19 서로 다른 소수  $a, b, c$ 를 중복을 허용하여 8 개를 택한 후 모두 곱하여 정수를 만들 때, 서로 다른 정수의 개수를 구하시오. ▶ 4점

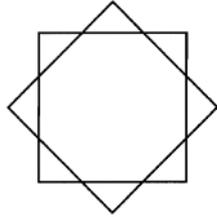
20

집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수  $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 다음을 구하시오. ▶ 6점

- (1) 함수  $f$ 의 개수
- (2)  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) < f(x_2)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수
- (3)  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수

21 오른쪽 그림과 같이 합동인

두 정사각형이 겹쳐서 가운데가 정팔각형이고, 정팔각형의 각 변에 작은 직각이등변삼각형이 만들어진 도형이 있다.



서로 다른 5 가지의 색을 모두 사용하여 정팔각형에 1가지의 색을 칠하고 마주 보는 직각이등변삼각형 끼리는 같은 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.

▶ 6점

22 9 이하의 자연수  $n$ 에 대하여

$(1-x)^n(1+x)^{9-n}$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 양수가 되는  $n$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점

23 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 함수  $f: A \rightarrow A$ 의 개수를 구하시오. ▶ 6점

- (가)  $f(1) = 5$   
 (나)  $f(x)$ 의 최솟값은 3이다.

24 3개의 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 만들 수 있는 2000 이하의 네 자리 자연수 중에서 3의 배수의 개수를 구하시오. ▶ 8점

25  ${}_{20}C_5 \times {}_{10}C_{10} + {}_{20}C_6 \times {}_{10}C_9 + {}_{20}C_7 \times {}_{10}C_8 + \dots + {}_{20}C_{14} \times {}_{10}C_1 + {}_{20}C_{15} \times {}_{10}C_0 = {}_a C_b$

일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점