

### Ⅲ\_1. 함수(function)

[10공수2-03-01] 함수의 개념을 설명하고,  
그 그래프를 이해한다.

- A : 함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해하며  
두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾고  
그 이유를 설명할 수 있다.
- B : 함수의 개념과 그래프를 이해하며  
두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.
- C : 함수의 개념을 이해하고,  
두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.
- D : 함수의 개념을 알고, 간단한 두 집합 사이의 대응 관계에서  
함수인 것을 찾을 수 있다.
- E : 안내된 절차에 따라 간단한 두 집합 사이의 대응 관계에서  
함수인 것을 찾을 수 있다.

### Ⅲ\_2. 합성함수

[10공수2-03-02] 함수의 합성을 설명하고,  
합성함수를 구할 수 있다.

- A : 함수의 합성을 설명하고, 두 함수의 합성이 가능한지  
판단하며 합성함수를 구할 수 있다.
- B : 함수의 합성을 이해하고, 두 함수의 합성이 가능한지  
판단하며 합성함수를 구할 수 있다.
- C : 함수의 합성을 알고, 합성함수를 구할 수 있다.
- D : 함수의 합성을 알고, 간단한 합성함수를 구할 수 있다.
- E : 안내된 절차에 따라 간단한 합성함수를 구할 수 있다.

### III\_3. 역함수

[10공수2-03-03] 역함수의 개념을 설명하고,  
역함수를 구할 수 있다.

A : 역함수의 개념과 존재 조건을 설명하고,  
역함수를 구할 수 있다.

B : 역함수의 개념과 존재 조건을 이해하고,  
역함수를 구할 수 있다.

C : 역함수의 개념을 알고, 역함수를 구할 수 있다.

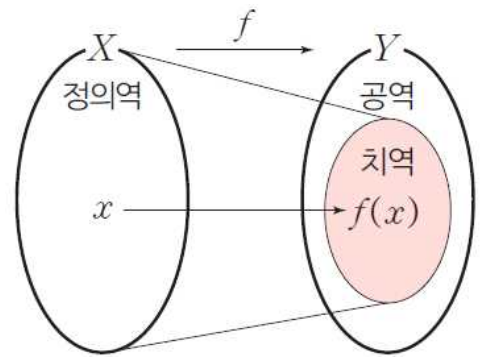
D : 역함수의 개념을 알고,  
간단한 함수의 역함수를 구할 수 있다.

E : 안내된 절차에 따라 간단한 함수의 역함수를 구할 수 있다.

#### 1 함수 1

##### (1) 함수의 뜻

두 집합  $X$ ,  $Y$ 에서  $X$ 의 각 원소에  
 $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때,  
이 대응을  $X$ 에서  $Y$ 로의 ‘함수’라 하고,  
기호로 다음과 같이 나타낸다.



$$f : X \rightarrow Y \text{ 또는 } X \xrightarrow{f} Y$$

이때, 집합  $X$ 를 함수  $f$ 의 ‘정의역’, 집합  $Y$ 를 함수의 ‘공역’이라 한다.

또, 함수  $f$ 에 의한 함숫값  $f(x)$ 의 전체의 집합을 함수  $f$ 의 ‘치역’이라 한다.

## 1 함수 ②

(2) 서로 같은 함수 : 두 함수  $f, g$ 에 대하여

① 정의역과 공역이 각각 서로 같다.

② 정의역의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $f(x) = g(x)$ 를 모두 만족시킬 때, 두 함수  $f, g$ 는 '서로 같다'고 하고 기호로  $f = g$ 와 같이 나타낸다.

(3) 함수  $f$ 의 그래프

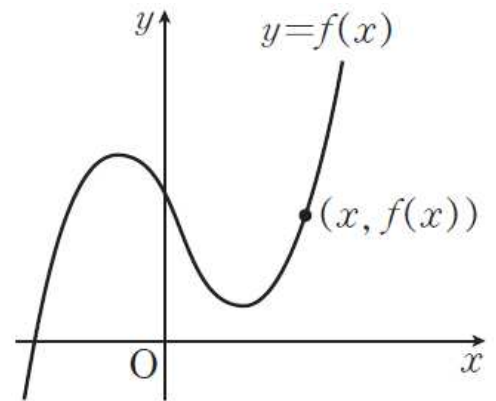
함수  $f : X \rightarrow Y$ 에서

정의역  $X$ 의 원소  $x$ 와 이에 대응하는

함숫값  $f(x)$ 의 순서쌍  $(x, f(x))$

전체의 집합

$$\Leftrightarrow \{(x, f(x)) \mid x \in X\}$$



## 2 일대일함수와 일대일대응

함수  $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여

(1) 일대일함수 : 정의역  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여

$$x_1 \neq x_2 \text{ 이면 } f(x_1) \neq f(x_2)$$

일 때, 함수  $f$ 를 '일대일함수'라 한다.

☑ 출발점이 다르면 도착점도 다르다.

$$\Leftrightarrow [\text{대우}] f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

☑ 도착점이 같으면 출발점도 같다.

(2) 일대일대응

① 일대일함수이고

② 공역과 치역이 같을 때

이 함수  $f$ 를 '일대일대응'이라 한다.

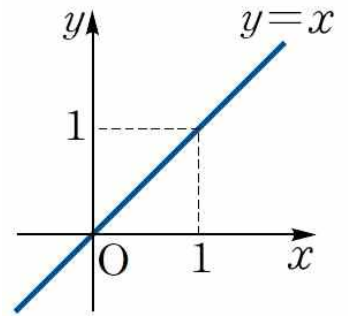
### ③ 항등함수와 상수함수

#### (1) 항등함수

정의역과 공역이 같고, 정의역의 각 원소에 자기 자신이 대응할 때, 즉

$$f : X \rightarrow Y, f(x) = x$$

일 때, 함수  $f$ 를  $X$ 에서의 ‘항등함수’라 한다.



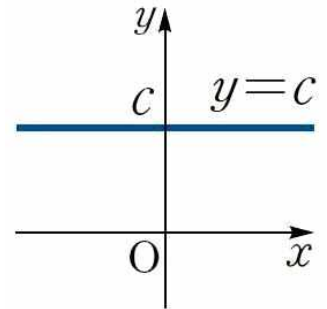
#### (2) 상수함수

정의역의 모든 원소에 공역의 원소가 단 하나만 대응할 때,

$$f : X \rightarrow Y, f(x) = c$$

( $c \in Y$ ,  $c$ 는 상수)

일 때, 함수  $f$ 를 ‘상수함수’라 한다.



### ☆ 함수의 개수

함수  $f : X \rightarrow Y$ 에서  $n(X) = r$ ,  $n(Y) = n$ 일 때,

(1) 함수의 개수는  ${}_n\Pi_r = \underbrace{n \times n \times n \times \cdots \times n}_{r\text{개}} = n^r$

(2) 일대일함수의 개수(단,  $n \geq r$ )는

$${}_nP_r = \underbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1)}_{r\text{개}}$$

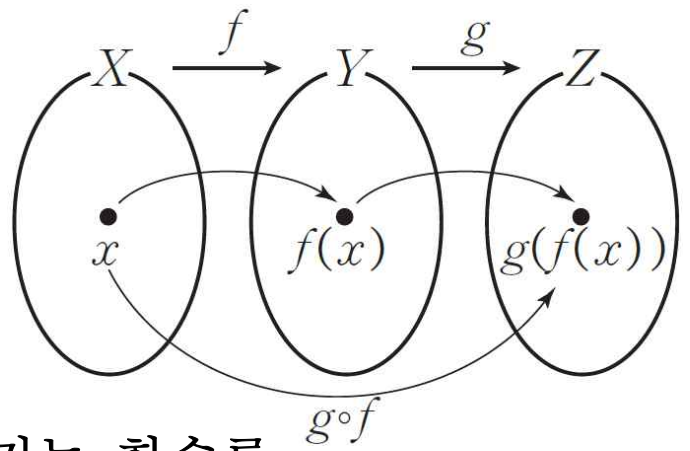
(3) 일대일대응의 개수(단,  $n = r$ )는

$${}_nP_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1 = n!$$

## 4 합성함수

### (1) 합성함수의 뜻

두 함수  $f: X \rightarrow Y$ ,  
 $g: Y \rightarrow Z$ 가 주어졌을 때,  
 집합  $X$ 의 각 원소  $x$ 에 집합  
 $Z$ 의 원소  $g(f(x))$ 를 대응시키는 함수를  
 $f$ 와  $g$ 의 ‘합성함수’라 하고, 기호로  $g \circ f$ 와 같이 나타낸다.



$$g \circ f: X \rightarrow Z, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

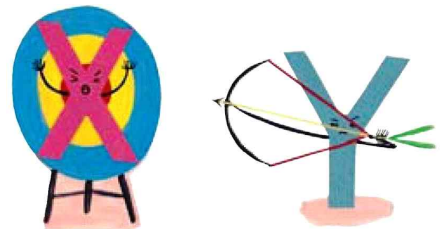
### (2) 합성함수의 성질 : 세 함수 $f, g, h$ 와 항등함수 $I$ 에 대하여

- ①  $g \circ f \neq f \circ g \Rightarrow$  교환법칙은 성립하지 않는다.
- ②  $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f) \Rightarrow$  결합법칙은 성립한다.
- ③  $f \circ I = I \circ f = f$

## 5 역함수

### (1) 역함수의 뜻

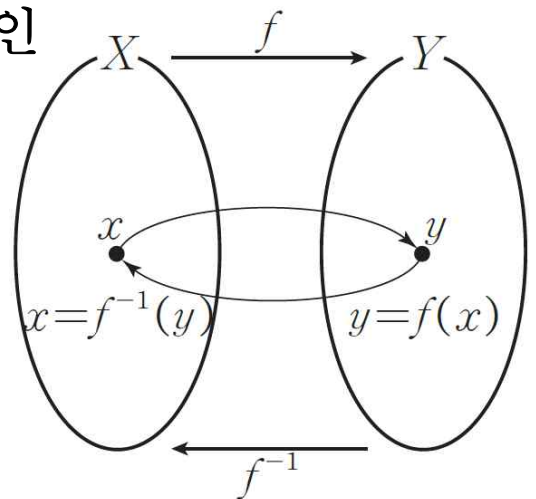
함수  $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때,  
 $Y$ 의 각 원소  $y$ 에 대하여  $f(x) = y$ 인  
 $X$ 의 원소  $x$ 를 대응시키는 함수를  
 $f$ 의 ‘역함수’라 하고, 기호로  $f^{-1}$ 로  
 나타낸다.



$$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

### (2) 역함수의 그래프

함수  $y = f(x)$ 와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는  
 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이다.



## ☆ 역함수의 성질 ①

일대일대응인 함수  $f, g, h$ 와 항등함수  $I$ 에 대하여

(1) 역함수  $f^{-1}, g^{-1}, h^{-1}$ 이 존재한다.

$$(2) (f^{-1})^{-1} = f$$

$$(3) f(x) = y \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$(4) (f^{-1} \circ f)(x) = x \quad (x \in X) \Leftrightarrow f^{-1} \circ f = I_X$$

$$(f \circ f^{-1})(y) = y \quad (y \in Y) \Leftrightarrow f \circ f^{-1} = I_Y$$

(단,  $I_X, I_Y$ 는 각각 집합  $X, Y$ 에서의 항등함수)

$$(5) g \circ f = I_X \text{ 또는 } f \circ g = I_Y \Leftrightarrow g = f^{-1}, f = g^{-1}$$

$$(6) f \circ g = h \Leftrightarrow f = h \circ g^{-1} \text{ 또는 } g = f^{-1} \circ h$$

## ☆ 역함수의 성질 ②

$$(7) (g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

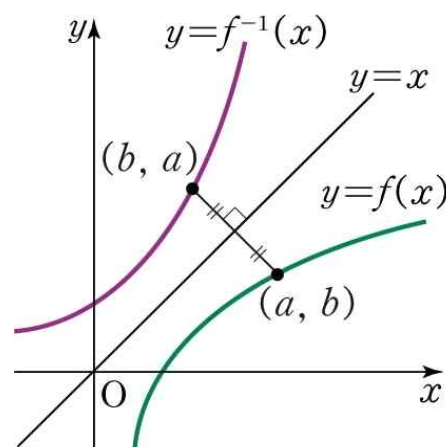
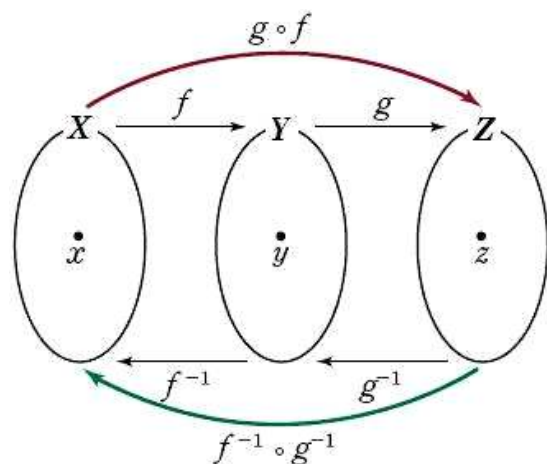
$$(8) f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow b = f(a)$$

$$(9) f \text{의 치역} \Leftrightarrow f^{-1} \text{의 정의역}$$

$$f \text{의 정의역} \Leftrightarrow f^{-1} \text{의 치역}$$

$$(10) \text{함수 } y = f(x) \text{와}$$

그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는  
직선  $y = x$ 에 대하여 서로 대칭이다.



### ☆ 역함수의 성질 ③

(11)  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 의 교점의  $x$ 좌표

$$\Leftrightarrow f(x) = f^{-1}(x) \text{의 실근}$$

$$\Leftrightarrow y = f(x) \text{와 } y = x \text{의 교점의 } x \text{좌표}$$

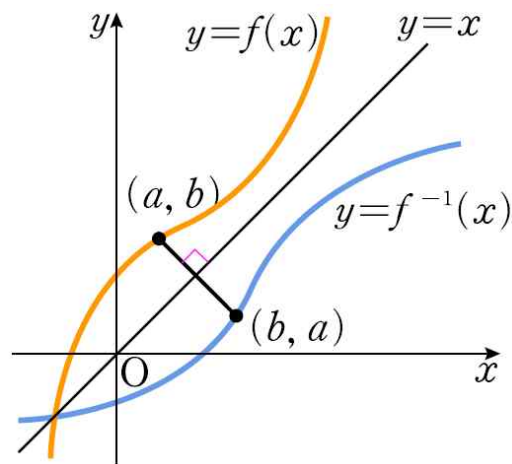
$$\Leftrightarrow f(x) = x \text{의 실근}$$

$$\Leftrightarrow y = f^{-1}(x) \text{와 } y = x \text{의 실근의 } x \text{좌표}$$

$$\Leftrightarrow f^{-1}(x) = x \text{의 실근}$$

(12)  $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = f(x) \\ y = f^{-1}(x) \end{cases} \text{의 교점}$$



### ☆ 역함수의 성질 ④

(13)  $f$ 와  $f^{-1}$ 가 일치 :  $f = f^{-1} \Leftrightarrow f \circ f = I$

$$\Leftrightarrow y = x \text{에 대한 대칭도형}$$

① 직선 :  $y = x$  또는  $y = -x + c$  (단,  $c$ 는 상수)

② 곡선 : 점근선의 교점이  $y = x$  위에 있는 분수함수

$$y = \frac{k}{x-p} + p \quad (\text{단, } k \neq 0)$$