

2020학년도 11월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

1	4	2	4	3	3	4	5	5	1
6	3	7	5	8	4	9	2	10	2
11	2	12	3	13	1	14	5	15	3
16	2	17	5	18	1	19	2	20	4
21	3	22	3	23	7	24	5	25	160
26	14	27	17	28	6	29	63	30	64

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$$A+B=(x^2+y^2-1)+(2x^2-y^2+3)=3x^2+2$$

2. [출제의도] 복소수 계산하기

$$z=3+2i \text{에서 } \bar{z}=3-2i$$

$$z-\bar{z}=(3+2i)-(3-2i)=4i$$

3. [출제의도] 집합 이해하기

$$A^C=\{3, 4, 5\} \text{이므로 } n(A^C)=3$$

4. [출제의도] 이차함수 이해하기

$$\text{이차함수 } y=x^2-2x+9=(x-1)^2+8 \text{이므로}$$

$$x=1 \text{에서 최솟값은 } 8$$

5. [출제의도] 근과 계수의 관계 이해하기

$$\text{이차방정식 } x^2+2x+a=0 \text{의 두 근이 } -3, b \text{이므로}$$

$$\text{이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여}$$

$$-3+b=-2, (-3) \times b=a$$

$$a=-3, b=1$$

$$\text{따라서 } a+b=-2$$

6. [출제의도] 항등식 이해하기

$$\text{모든 실수 } x \text{에 대하여 등식이 성립하므로}$$

$$\text{등식 } (x+2)^3=ax^3+bx^2+cx+d \text{의 양변에}$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } a+b+c+d=27$$

7. [출제의도] 외분점 계산하기

$$\text{선분 OA를 2:1로 외분하는 점의 좌표는}$$

$$\left(\frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2-1}, \frac{2 \times 1 - 1 \times 0}{2-1}\right) \text{이므로 } a=6, b=2$$

$$\text{따라서 } a \times b=12$$

8. [출제의도] 원의 방정식 이해하기

$$x^2+y^2-4x-2ay-19=0 \text{에서}$$

$$(x-2)^2+(y-a)^2=a^2+23$$

$$\text{직선 } y=2x+3 \text{이 원의 중심 } (2, a) \text{를 지나므로}$$

$$a=7$$

9. [출제의도] 연립이차방정식 이해하기

$$\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots \cdots \text{㉠} \\ x^2-ky=-6 & \cdots \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠, ㉡에서}$$

$$x^2-k(1-2x)=-6, x^2+2kx+6-k=0$$

$$\text{연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지므로}$$

$$\text{이차방정식 } x^2+2kx+6-k=0 \text{의 판별식을 } D \text{라 하면}$$

$$D=(2k)^2-4(6-k)=0, k^2+k-6=0$$

$$k=2 \text{ 또는 } k=-3$$

$$k \text{가 양수이므로 } k=2$$

10. [출제의도] 인수분해 이해하기

$$\text{나누 블록의 부피는}$$

$$x^2(x+3)-1^3 \times 2=x^3+3x^2-2$$

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ & & -1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^3+3x^2-2=(x+1)(x^2+2x-2)$$

$$a=1, b=2, c=-2$$

$$\text{따라서 } a \times b \times c=-4$$

11. [출제의도] 명제 이해하기

$$\text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } x^2-2ax+4a-4 \geq 0 \text{이므로}$$

$$\text{이차방정식 } x^2-2ax+4a-4=0 \text{의 판별식을 } D \text{라 하면}$$

$$D=(-2a)^2-4(4a-4) \leq 0, (a-2)^2 \leq 0$$

$$\text{따라서 } a=2$$

12. [출제의도] 절댓값을 포함한 부등식 이해하기

$$\text{부등식 } |x-7| \leq a+1 \text{에서}$$

$$-(a+1) \leq x-7 \leq a+1$$

$$-a+6 \leq x \leq a+8$$

$$-a+6, a+8 \text{이 정수이므로 모든 정수 } x \text{의 개수는}$$

$$(a+8)-(-a+6)+1=2a+3$$

$$\text{모든 정수 } x \text{의 개수가 9이므로 } a=3$$

13. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$$\text{다항식 } f(x+3) \text{을 } (x+2)(x-1) \text{로 나눈 몫을}$$

$$Q(x) \text{라 하면}$$

$$f(x+3)=(x+2)(x-1)Q(x)+3x+8 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\text{나머지정리에 의하여 } f(x^2) \text{을 } x+2 \text{로 나눈}$$

$$\text{나머지는 } f(4) \text{이므로}$$

$$\text{㉠에 } x=1 \text{을 대입하면 } f(4)=11$$

14. [출제의도] 도형의 이동을 활용하여 문제해결하기

$$\text{점 B가 직선 } y=-x+2 \text{ 위의 점이므로}$$

$$\text{점 B의 좌표는 } (a, -a+2) \text{이다.}$$

$$\text{점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면}$$

$$\overline{AC}+\overline{BC}=\overline{A'C}+\overline{BC} \geq \overline{A'B} \text{이고}$$

$$\overline{A'B} \text{가 최소일 때 } \overline{A'B'} \text{도 최소이므로}$$

$$\overline{A'B'}=a^2+(-a+3)^2$$

$$=2a^2-6a+9$$

$$=2\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$$

$$0 < a < 2 \text{이므로}$$

$$a=\frac{3}{2} \text{에서 } \overline{AC}+\overline{BC} \text{의 값은 최소이다.}$$

$$b=-a+2=\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } a^2+b^2=\frac{9}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$$

15. [출제의도] 인수정리 이해하기

$$x^3+1-f(x)=(x+1)(x+a)^2 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\text{에서 다항식 } x^3+1-f(x) \text{가 일차식 } x+1 \text{로}$$

$$\text{나누어떨어지므로 인수정리에 의하여}$$

$$(-1)^3+1-f(-1)=0, f(-1)=0$$

$$f(x)=k(x+1) (k \text{는 } 0 \text{이 아닌 상수}) \text{이다.}$$

$$x^3+1-f(x)=x^3+1-k(x+1)$$

$$=(x+1)(x^2-x+1-k)$$

$$\text{㉠에서 } x^2-x+1-k=(x+a)^2$$

$$a=-\frac{1}{2}, k=\frac{3}{4}$$

$$f(x)=\frac{3}{4}(x+1)$$

$$\text{따라서 } f(7)=6$$

16. [출제의도] 절대부등식을 활용하여 문제해결하기

$$\text{직선 OP의 기울기는 } \frac{b}{a} \text{이므로}$$

$$\text{점 P를 지나고 직선 OP에 수직인 직선의 방정식은}$$

$$y=-\frac{a}{b}(x-a)+b, \text{ 점 Q의 좌표는 } \left(0, b+\frac{a^2}{b}\right)$$

$$a>0, b>0 \text{이므로 삼각형 OQR의 넓이는}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{a} \times \left(b+\frac{a^2}{b}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)$$

$$\geq \frac{1}{2} \times 2 \sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}} = 1$$

$$(\text{단, 등호는 } a=b \text{일 때 성립한다.})$$

$$\text{따라서 삼각형 OQR의 넓이의 최솟값은 } 1$$

17. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 추론하기

$$\text{점 O에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 하면}$$

$$\text{선분 OH의 길이는 점 O와 직선 l 사이의}$$

$$\text{거리이므로}$$

$$\overline{OH}=\frac{|2 \times 0 - 2 \times 0 + \sqrt{6}|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}r}{2}$$

$$\text{삼각형 OAB에서 } \overline{OA}=r \text{이고, } \overline{OH}=\frac{\sqrt{3}}{2}r \text{이므로}$$

$$\text{삼각형 OAB는 정삼각형이다.}$$

$$\text{따라서 삼각형 OAB의 넓이는 } \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}r^2}{4} \text{이다.}$$

$$S(r) \text{는 부채꼴 OAB의 넓이와 삼각형 OAB의}$$

$$\text{넓이의 차이므로}$$

$$S(r)=\pi r^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$$

$$=\pi r^2 \times \left(\frac{1}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$$

$$f(r)=\frac{\sqrt{3}}{2}r, g(r)=\frac{\sqrt{3}}{4}r^2, k=\frac{1}{6} \text{이므로}$$

$$f\left(\frac{1}{k}\right) \times g\left(\frac{1}{k}\right)=81$$

18. [출제의도] 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

$$\text{조건 (가)에서}$$

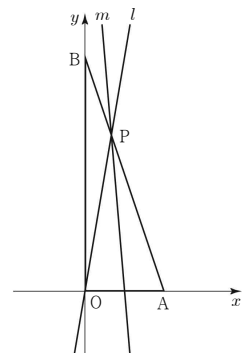
$$\text{직선 l이 삼각형 OAB의 점 O를 지나므로}$$

$$\text{조건 (나), (다)에서}$$

$$\text{점 P는 선분 AB를 2:1 또는 1:2로}$$

$$\text{내분하는 점이어야 한다.}$$

$$(i) \text{ 점 P가 선분 AB를 2:1로 내분하는 점일 때}$$



점 P의 좌표는 $\left(\frac{2}{3}, 4\right)$ 이므로

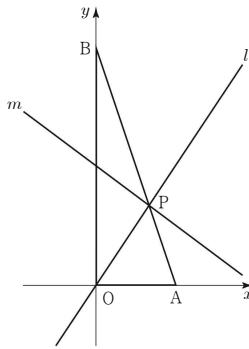
직선 l의 기울기는 $\frac{4-0}{\frac{2}{3}-0}=6$

조건 (다)에서
직선 m은 삼각형 OAP의 넓이를 이등분하여야
하므로 선분 OA의 중점 (1, 0)을 지난다.

직선 m의 기울기는 $\frac{4-0}{\frac{2}{3}-1}=-12$

두 직선 l, m의 기울기의 합은 -6

(ii) 점 P가 선분 AB를 1:2로 내분하는 점일 때



점 P의 좌표는 $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$ 이므로

직선 l의 기울기는 $\frac{2-0}{\frac{4}{3}-0}=\frac{3}{2}$

조건 (다)에서
직선 m은 삼각형 OPB의 넓이를 이등분하여야
하므로 선분 OB의 중점 (0, 3)을 지난다.

직선 m의 기울기는 $\frac{2-3}{\frac{4}{3}-0}=-\frac{3}{4}$

두 직선 l, m의 기울기의 합은 $\frac{3}{4}$

(i), (ii)에 의하여 두 직선 l, m의 기울기의 합의

최댓값은 $\frac{3}{4}$

19. [출제의도] 곱셈공식을 활용하여 문제해결하기

$\angle HPI = 90^\circ$ 이므로 $\overline{HI} = \overline{OP}$ 에서 $\overline{HI} = 4$ 이다.

$\overline{PH} = x$, $\overline{PI} = y$ 라 하면 삼각형 PIH에서

$$x^2 + y^2 = 16 \dots\dots \textcircled{1}$$

삼각형 PIH의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\pi r^2 = \frac{\pi}{4} \text{에서 } r = \frac{1}{2}$$

삼각형 PIH의 넓이는 $\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (x+y+4)$

$$xy = \frac{1}{2}(x+y+4) \text{에서}$$

$$x+y = 2(xy-2) \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서

$$4(xy-2)^2 - 2xy = 16, \quad xy(2xy-9) = 0$$

$$xy \neq 0 \text{이므로 } xy = \frac{9}{2} \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에서 $x+y = 5$

$$\overline{PH}^3 + \overline{PI}^3 = x^3 + y^3$$

$$= (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 5^3 - 3 \times \frac{9}{2} \times 5$$

$$= \frac{115}{2}$$

20. [출제의도] 원의 접선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

점 P의 좌표를 (x_1, y_1) 이라 하면

원 C 위의 점 P에서의 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = 4 \text{이므로 점 B의 좌표는 } \left(\frac{4}{x_1}, 0\right)$$

점 H의 x좌표는 x_1 이고 $2\overline{AH} = \overline{HB}$ 에서

$$2(x_1+2) = \frac{4}{x_1} - x_1$$

$$3x_1^2 + 4x_1 - 4 = 0$$

$$(x_1+2)(3x_1-2) = 0$$

$x_1 > 0$ 이므로 $x_1 = \frac{2}{3}$ 에서 B(6, 0)

점 P는 원 C 위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 4 \text{에서 } P\left(\frac{2}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$$

따라서 삼각형 PAB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

21. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

$$\neg. A_1 \cap A_2 \cap A_3$$

$$= \{x | 0 \leq x \leq 2\} \cap \{x | 1 \leq x \leq 3\} \cap \{x | 2 \leq x \leq 4\}$$

$$= \{2\} \text{ (참)}$$

$$\neg. |l-m| \leq 2 \text{를 만족시키는}$$

9 이하의 두 자연수 l, m에 대하여 $l \leq m$ 이라

하여도 일반성을 잃지 않는다.

(i) $|l-m| = 0$ 일 때

$$m = l \text{이고 } A_l \cap A_m = A_l \neq \emptyset$$

(ii) $|l-m| = 1$ 일 때

$$m = l+1 \text{이고}$$

$$A_l \cap A_m = A_l \cap A_{l+1}$$

$$= \{x | l \leq x \leq l+1\} \neq \emptyset$$

(iii) $|l-m| = 2$ 일 때

$$m = l+2 \text{이고}$$

$$A_l \cap A_m = A_l \cap A_{l+2}$$

$$= \{l+1\} \neq \emptyset$$

(i), (ii), (iii)에 의하여

9 이하의 두 자연수 l, m에 대하여

$|l-m| \leq 2$ 이면 두 집합 A_l 과 A_m 은 서로소가

아니다. (참)

$\neg.$ 9 이하인 자연수 n에 대하여

집합 $\{p | (n-1 \leq p \leq n+1) \text{이 } \{p\} \cap A_n \neq \emptyset \text{을}$

만족시키므로 집합 $\{p\}$ 는 A_n 과 서로소가 아니고

원소의 개수가 최소인 집합이다.

8 이하인 자연수 n에 대하여

$$A_n \cap A_{n+1} = \{x | n \leq x \leq n+1\} \text{이고}$$

집합 $\{p\} (n \leq p \leq n+1)$ 이

$$\{p\} \cap (A_n \cap A_{n+1}) \neq \emptyset \text{을 만족시키므로}$$

집합 $\{p\}$ 는 A_n , A_{n+1} 과 서로소가 아니고

원소의 개수가 최소인 집합이다.

7 이하인 자연수 n에 대하여

$$A_n \cap A_{n+1} \cap A_{n+2} = \{n+1\} \text{이고}$$

$$\{n+1\} \cap (A_n \cap A_{n+1} \cap A_{n+2}) \neq \emptyset \text{이므로}$$

집합 $\{n+1\}$ 은

A_n , A_{n+1} , A_{n+2} 와 서로소가 아니고

원소의 개수가 최소인 집합이다.

6 이하인 자연수 n에 대하여

$$A_n \cap A_{n+1} \cap A_{n+2} \cap A_{n+3} = \emptyset \text{이므로}$$

A_n , A_{n+1} , A_{n+2} , A_{n+3} 과 서로소가 아닌 집합 중

원소의 개수가 1인 집합은 존재하지 않는다.

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \{2\},$$

$$A_2 \cap A_3 \cap A_4 = \{3\},$$

$$A_3 \cap A_4 \cap A_5 = \{4\},$$

$$\vdots$$

$$A_7 \cap A_8 \cap A_9 = \{8\}$$

$X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이라 하면 집합 X는

모든 A_k 와 서로소가 아니다.

모든 A_k 와 서로소가 아니고 원소가 유한개인

집합 중 원소의 개수가 최소인 집합을 B라 하면

$$B \subset X$$

$2 \notin B$ 이면 $A_1 \cap B = \emptyset$ 이므로 $2 \in B$ 이어야 한다.

$8 \notin B$ 이면 $A_9 \cap B = \emptyset$ 이므로 $8 \in B$ 이어야 한다.

$$\{2, 8\} \cap A_1 = \emptyset, \quad \{2, 8\} \cap A_5 = \emptyset,$$

$$\{2, 8\} \cap A_6 = \emptyset \text{이고}$$

$A_4 \cap A_5 \cap A_6 = \{5\}$ 이므로 $5 \in B$ 이어야 한다.

$B = \{2, 5, 8\}$ 에 대하여 집합 B의 원소의 개수는

3이고 집합 B는 모든 A_k 와 서로소가 아니다.

(거짓)

따라서 옳은 것은 \neg , \neg

22. [출제의도] 직선의 방정식 이해하기

직선 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 에 수직인 직선의 기울기를

m이라 하면

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times m = -1 \text{이므로 } m = 3$$

23. [출제의도] 도형의 평행이동 이해하기

점 $(-4, 3)$ 을 x축의 방향으로 a만큼,

y축의 방향으로 b만큼 평행이동한

점의 좌표가 $(-4+a, 3+b)$ 이므로

$$a = 5, \quad b = 2$$

$$\text{따라서 } a+b = 7$$

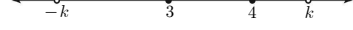
24. [출제의도] 명제의 조건을 이용하여 추론하기

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$$P = \{x | 3 \leq x \leq 4\},$$

$$Q = \{x | -k < x < k\}$$

p가 q이기 위한 충분조건이 되려면 $P \subset Q$



$$-k < 3, \quad k > 4 \text{이므로 } k > 4$$

자연수 k의 최솟값은 5

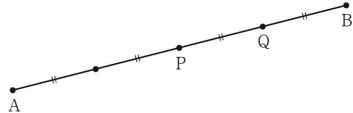
25. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기

선분 AB의 중점을 P,

선분 AB를 3:1로 내분하는 점을 Q라 하면

점 Q는 선분 PB의 중점이므로

$$\overline{AB} = 2\overline{PB} = 4\overline{PQ}$$



$$\overline{PQ} = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{10} \text{이므로}$$

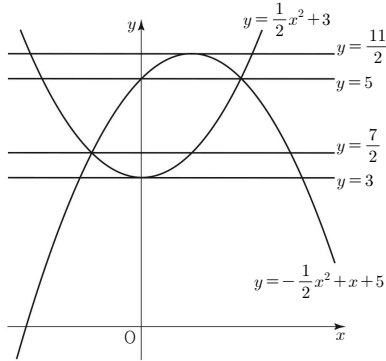
$$\overline{AB} = 4\sqrt{10}, \quad \overline{AB}^2 = 160$$

26. [출제의도] 근과 계수의 관계를 활용하여 문제해결하기

곡선 $y = x^2 - 8x + 1$ 과 직선 $y = 2x + 6$ 의 두 교점 A, B의 좌표를 각각 $(\alpha, 2\alpha + 6)$, $(\beta, 2\beta + 6)$ 이라 하면 α, β 는 $x^2 - 10x - 5 = 0$ 의 서로 다른 두 실근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 10$
점 (a, b) 가 삼각형 OAB의 무게중심이므로 $a = \frac{\alpha + \beta + 0}{3}$, $b = \frac{(2\alpha + 6) + (2\beta + 6) + 0}{3}$
따라서 $a + b = \alpha + \beta + 4 = 14$

27. [출제의도] 이차함수를 활용하여 문제해결하기

직선 $y = t$ 가 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 5$ 의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의 개수가 3인 경우는 그림과 같다.



따라서 모든 실수 t 의 값의 합은 $3 + \frac{7}{2} + 5 + \frac{11}{2} = 17$

28. [출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 추론하기

n	z^n	$(z + \sqrt{2})^n$	$z^n + (z + \sqrt{2})^n$
1	$\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$	$\frac{1+i}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}i$
2	$-i$	i	0
3	$\frac{1+i}{\sqrt{2}}$	$\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}i$
4	-1	-1	-2
5	$\frac{1-i}{\sqrt{2}}$	$\frac{-1-i}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}i$
6	i	$-i$	0
7	$\frac{-1-i}{\sqrt{2}}$	$\frac{1-i}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}i$
8	1	1	2

$n = 2, 6$ 일 때 $z^n + (z + \sqrt{2})^n = 0$
 $z^8 = 1$, $(z + \sqrt{2})^8 = 1$ 이므로
 $z^2 = z^{10} = z^{18}$, $z^6 = z^{14} = z^{22}$,
 $(z + \sqrt{2})^2 = (z + \sqrt{2})^{10} = (z + \sqrt{2})^{18}$,
 $(z + \sqrt{2})^6 = (z + \sqrt{2})^{14} = (z + \sqrt{2})^{22}$
 $z^n + (z + \sqrt{2})^n = 0$ 을 만족시키는 25 이하의 자연수 n 은 2, 6, 10, 14, 18, 22 이다.
따라서 자연수 n 의 개수는 6

29. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

조건 (가), (나), (다)를 만족시키는 두 집합 A, B 에 대하여 $S(A) - S(B)$ 의 값이 최대가 되려면 $S(A)$ 의 값이 최대이고 $S(B)$ 의 값이 최소이어야 한다.

9로 나눈 나머지가 같은 원소들로 이루어진 부분집합을 표로 나타내면 다음과 같다.

나머지	부분집합	나머지	부분집합
1	{1, 10, 19}	8	{8, 17}
2	{2, 11, 20}	7	{7, 16}
3	{3, 12}	6	{6, 15}
4	{4, 13}	5	{5, 14}
0	{9}	0	{18}

나머지의 합이 0 또는 9가 되는 두 부분집합 중 한 집합의 원소들만 집합 A 에 속할 수 있다.
따라서 $S(A)$ 가 최대가 되려면 집합 U 의 부분집합 {1, 10, 19}, {2, 11, 20}, {6, 15}, {5, 14}, {18} 의 원소 중 큰 수부터 차례대로 집합 A 의 원소가 되어야 한다.

조건 (가)에서 $n(A) = 8$ 이므로 $S(A)$ 가 최대가 되기 위해 가능한 집합 A 는 {6, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20} ㉠
10으로 나눈 나머지가 같은 원소들로 이루어진 부분집합을 표로 나타내면 다음과 같다.

나머지	부분집합	나머지	부분집합
1	{1, 11}	9	{9, 19}
2	{2, 12}	8	{8, 18}
3	{3, 13}	7	{7, 17}
4	{4, 14}	6	{6, 16}
5	{5}	5	{15}
0	{10}	0	{20}

나머지의 합이 0 또는 10이 되는 두 부분집합 중 한 집합의 원소들만 집합 B 에 속할 수 있다.
따라서 $S(B)$ 가 최소가 되려면 집합 U 의 부분집합 {1, 11}, {2, 12}, {3, 13}, {4, 14}, {5}, {10} 의 원소 중 작은 수부터 차례대로 집합 B 의 원소가 되어야 한다.

조건 (가)에서 $n(B) = 8$ 이므로 $S(B)$ 가 최소가 되기 위해 가능한 집합 B 는 {1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12} ㉡

㉠과 ㉡에서 조건 (가)의 $n(A \cap B) = 1$ 을 만족시키려면 10, 11은 동시에 집합 $A \cap B$ 에 속할 수 없다.
 $10 \in B$, $11 \in B$ 이면 $10 \notin A$ 또는 $11 \notin A$ 이다.
이때 1, 2, 5 중 적어도 하나가 집합 A 에 속해야 하므로 $n(A \cap B) \neq 1$ 이 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.
 $S(B)$ 가 최소가 되려면 $10 \in B$, $11 \notin B$ 이어야 한다.
따라서 $A = \{6, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 13\}$ 일 때
 $S(A) - S(B)$ 의 최댓값은 63이다.

30. [출제의도] 이차함수를 이용하여 추론하기

이차함수 $f(x)$ 의 이차항의 계수를 k 라 하면
조건 (가), (나)에서
 $f(x) = k(x - m)^2$ ($k < 0$)
조건 (나)에서 $f(m + 4) = 16k = 32n$
 $k = 2n$ 이므로 $f(x) = 2n(x - m)^2$
조건 (나)에서 일차함수 $g(x)$ 가 두 점 $(m, 0)$, $(m + 4, 32n)$ 을 지나므로 $g(x) = 8n(x - m)$
조건 (다)에서
 $a = 0$ 일 때
 $g(m) = 0$, $f(m) = 0$ 이므로
 $0 \leq b \leq 0$ 을 만족시키는 정수 b 의 개수는 1
 $a = 1$ 일 때
 $g(m + 1) = 8n$, $f(m + 1) = 2n$ 이므로
 $8n \leq b \leq 2n$ 을 만족시키는 정수 b 의 개수는 $2n - 8n + 1 = -6n + 1$
 $a = 2$ 일 때
 $g(m + 2) = 16n$, $f(m + 2) = 8n$ 이므로
 $16n \leq b \leq 8n$ 을 만족시키는 정수 b 의 개수는 $8n - 16n + 1 = -8n + 1$
 $a = 3$ 일 때
 $g(m + 3) = 24n$, $f(m + 3) = 18n$ 이므로
 $24n \leq b \leq 18n$ 을 만족시키는 정수 b 의 개수는 $18n - 24n + 1 = -6n + 1$
 $a = 4$ 일 때
 $g(m + 4) = 32n$, $f(m + 4) = 32n$ 이므로
 $32n \leq b \leq 32n$ 을 만족시키는 정수 b 의 개수는 1
조건 (다)에서
모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 45 이므로
 $1 + (-6n + 1) + (-8n + 1) + (-6n + 1) + 1 = 45$
 $n = -2$
 $f(x) = -4(x - m)^2$, $g(x) = -16(x - m)$
방정식 $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0$ 에서
 $16(x - m)^2(x - m + 4)(x - m - 4) = 0$
 $x = m - 4$ 또는 $x = m$ 또는 $x = m + 4$
최댓값과 최솟값의 합이 8 이므로
 $(m + 4) + (m - 4) = 8$, $m = 4$
 $f(x) = -4(x - 4)^2$, $g(x) = -16(x - 4)$
따라서 $f(5) \times g(5) = 64$