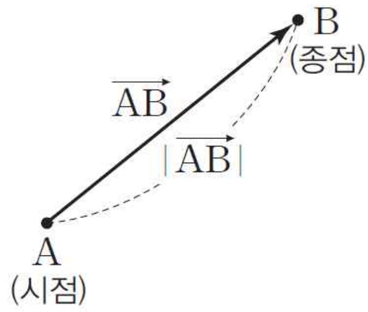
II_1. 벡터의 연산

[12기하02-01] 벡터의 뜻을 안다.
[12기하02-02] 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 할 수 있다.
[12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고,
평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다.

1 벡터(vector)의 뜻

물체의 속도, 물체에 작용하는 힘과 같이 크기와 방향을 모두 가지는 양을 ‘벡터’라 하고, 특히 평면 위에서의 벡터를 ‘평면벡터’라 한다.

방향이 점 A에서 점 B로 향하고 크기가 선분 AB의 길이인 벡터를 ‘벡터 AB’라 하고, 기호로



$$\overrightarrow{AB}$$

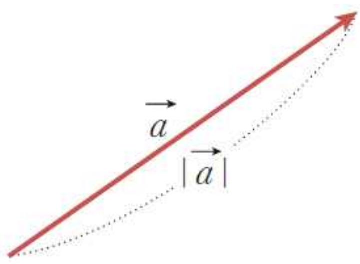
와 같이 나타낸다. 이때 점 A와 점 B를 각각 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 ‘시점’과 ‘종점’이라 한다.

☑ 스칼라(scalar) : 크기만을 가지는 양 ⇨ $\overline{AB}$

또 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$의 크기를 기호로

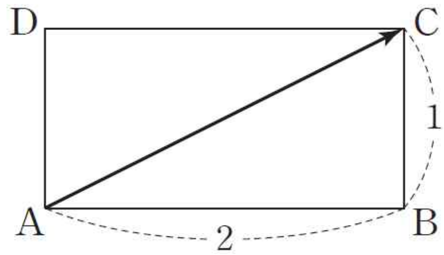
$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$$

와 같이 나타낸다. 즉, $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \overline{\mathrm{AB}}$이다.



한편, 벡터를 한 문자로 나타낼 때에는 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\cdots$ 와 같이 나타내고 벡터의 크기는 $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $|\vec{c}|$, $\cdots$ 와 같이 나타낸다. 특히 크기가 1인 벡터를 '단위벡터'라 한다.

예 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = 2$, $\overline{\mathrm{BC}} = 1$인 직사각형 ABCD에서 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$는 시점이 A, 종점이 C인 벡터이고 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$의 크기는 $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}| = \overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{5}$이다. 또한 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$는 모두 단위벡터이다.



2 서로 같은 벡터

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기와 방향이 모두 같을 때 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 '서로 같다'고 하고, 기호로

$$\vec{a} = \vec{b}$$

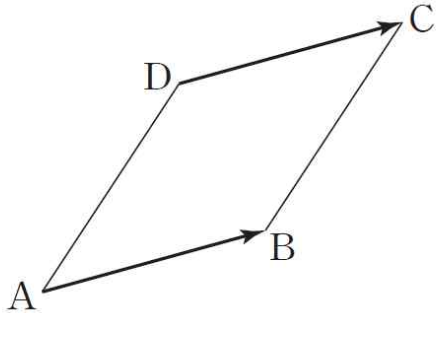
와 같이 나타낸다.

예 평행사변형 ABCD에서 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$의 크기와 방향이 모두 같으므로 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$는 서로 같다. 즉,

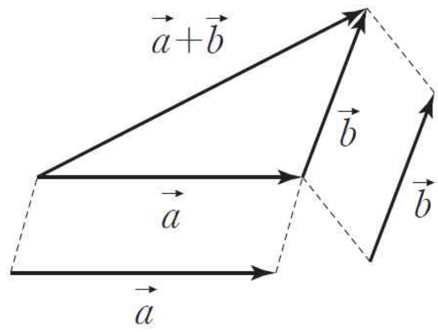
$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$$

이다. 마찬가지로

$$\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}},\ \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}},\ \overrightarrow{\mathrm{DA}} = \overrightarrow{\mathrm{CB}}$$



3 벡터의 덧셈 ❶



(1) 벡터의 덧셈

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$를 평행이동하여 벡터 $\vec{a}$의 종점과 벡터 $\vec{b}$의 시점을 일치시켰을 때, 벡터 $\vec{a}$의 시점을 시점으로 하고 벡터 $\vec{b}$의 종점을 종점으로 하는 벡터를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합이라 하고, 기호로

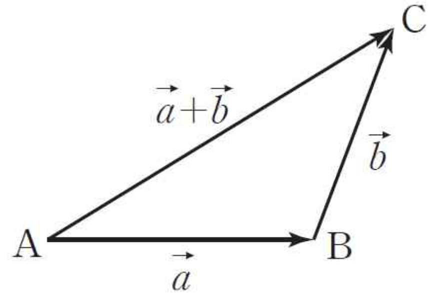
$$\vec{a}+\vec{b}$$

와 같이 나타낸다. 즉, 세 점 A, B, C를

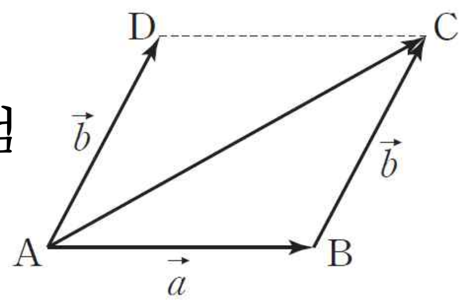
$$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}},\ \vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$$

가 되도록 잡을 때,

$$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$



3 벡터의 덧셈 ❷



한편, $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$가 되도록 세 점 A, B, D를 잡고, 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 점 C를 잡으면 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$이므로

$$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

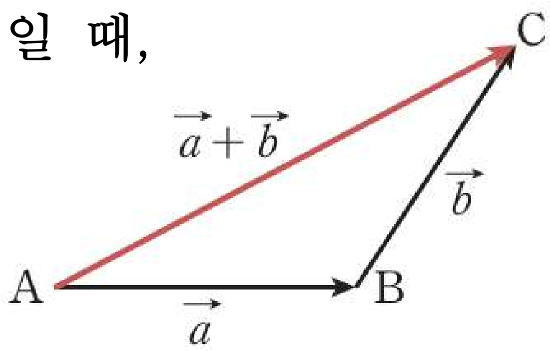
이다. 이와 같이 두 벡터의 합은 평행사변형을 이용하여 구할 수도 있다.

3 벡터의 덧셈 ❸

① 삼각형의 법칙 : $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$일 때,

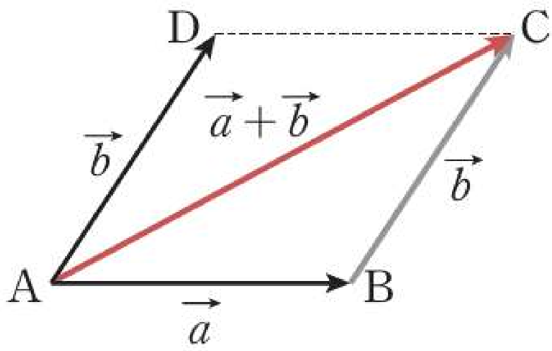
$\vec{a}$와 $\vec{b}$의 합 : $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{a}+\vec{b}$

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$



② 평행사변형의 법칙 : $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$일 때,

$$\begin{aligned}\vec{a}+\vec{b}&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}\end{aligned}$$

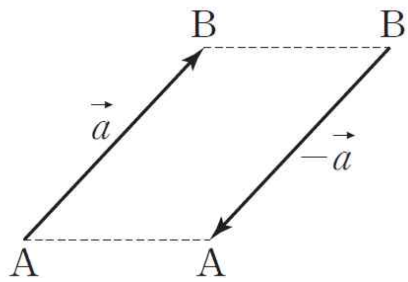


☑ ① 한 종점과 다른 시점이 일치
⇒ 삼각형의 법칙

② 두 벡터의 시점이 일치 ⇒ 평행사변형의 법칙

3 벡터의 덧셈 ❹

(2) 영벡터와 벡터 $-\vec{a}$의 뜻

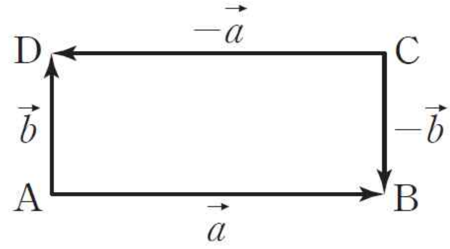


① $\overrightarrow{\mathrm{AA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BB}}$와 같이 시점과 종점이 일치하는 벡터를 '영벡터'라 하고, 기호로 $\vec{0}$와 같이 나타낸다. 영벡터는 크기가 0이고 그 방향은 생각하지 않는다.

② 벡터 $\vec{a}$와 크기가 같고 방향이 반대인 벡터를 기호로 $-\vec{a}$와 같이 나타낸다. 즉, $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$에 대하여 $-\vec{a}=-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$이다.

[3] 벡터의 덧셈 ❺

[예] 그림과 같이 직사각형 ABCD에서



$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$라 하면

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}$$

$$-\vec{b}=-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$$

(3) 벡터의 덧셈에 대한 성질

임의의 세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$와 영벡터 $\vec{0}$에 대하여

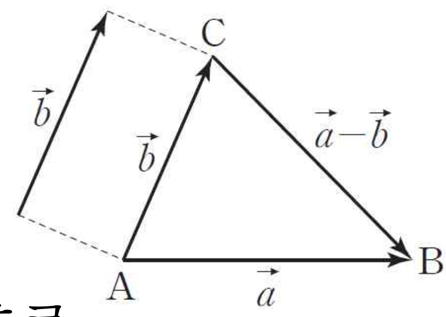
① $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (교환법칙)

② $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (결합법칙)

③ $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$

④ $\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$

[4] 벡터의 뺄셈 ❶



두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 벡터 $\vec{a}$와 벡터 $-\vec{b}$의 합 $\vec{a}+(-\vec{b})$를 '벡터 $\vec{a}$에서 벡터 $\vec{b}$를 뺀 차'라 하고, 기호로

$$\vec{a}-\vec{b}$$

와 같이 나타낸다. 즉, $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AC}$에 대하여

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})=\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AC})$$

$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$$

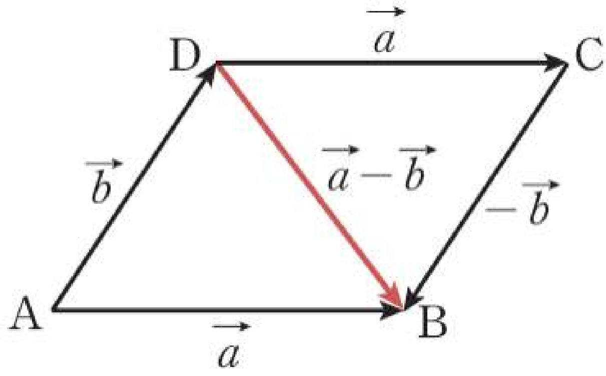
$\boxed{4}$ 벡터의 뺄셈 ❷

(1) $\vec{a}$에서 $\vec{b}$를 뺀 차 : 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$\vec{b}+\vec{x}=\vec{a}$를 만족하는 $\vec{x}$ $\Rightarrow$ $\vec{x}=\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

(2) $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$가 되도록 세 점 A, B, D를 잡고, 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 점 C를 잡으면

$$\begin{aligned}\vec{a}-\vec{b}&=\vec{a}+(-\vec{b})\\&=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(-\overrightarrow{\mathrm{AD}})\\&=\overrightarrow{\mathrm{DC}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\overrightarrow{\mathrm{DB}}\end{aligned}$$



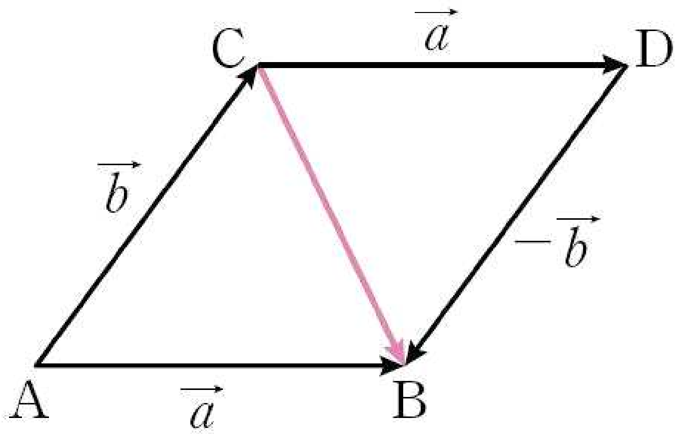
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

$\boxed{4}$ 벡터의 뺄셈 ❸

(3) 벡터의 뺄셈

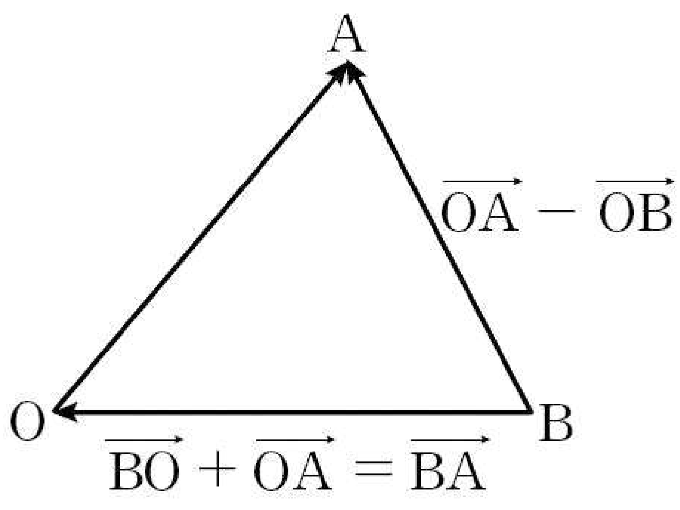
$\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(종점) − (시점)

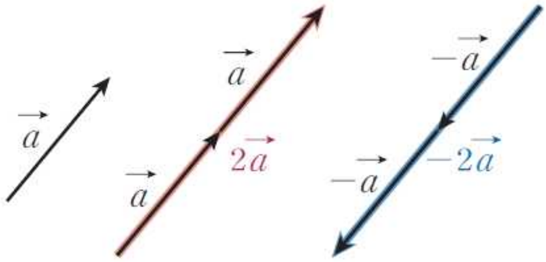


(4) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

(종점) − (시점)



$\boxed{5}$ 벡터의 실수배 ❶



(1) 벡터의 실수배

실수 k와 벡터 $\vec{a}$의 곱 $k\vec{a}$를 '벡터 $\vec{a}$의 실수배'라 하고 다음과 같이 정의한다.

① $\vec{a} \neq \vec{0}$일 때,

㉠ $k > 0$이면 $k\vec{a}$는 $\vec{a}$와 방향이 같고 크기는 $k|\vec{a}|$인 벡터이다.

㉡ $k < 0$이면 $k\vec{a}$는 $\vec{a}$와 방향이 반대이고 크기는 $|k||\vec{a}|$인 벡터이다.

㉢ $k = 0$이면 $k\vec{a} = \vec{0}$이다.

② $\vec{a} = \vec{0}$일 때, $k\vec{a} = \vec{0}$이다.

$\boxed{5}$ 벡터의 실수배 ❷

(2) 벡터의 실수배의 성질

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$와 두 실수 k, l에 대하여

① $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$ (결합법칙)

② $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$, $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (분배법칙)

☑ 벡터의 실수배와 단위벡터

영벡터가 아닌 벡터 $\vec{a}$에 대하여

벡터 $\vec{a}$와 방향이 같은 단위벡터는

$$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

이다.

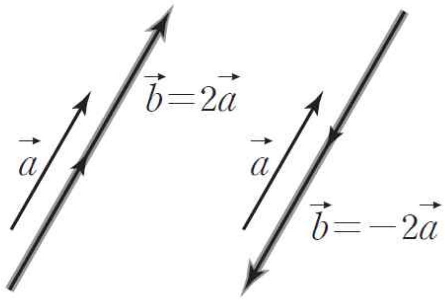
5 벡터의 실수배 ❸

(3) 벡터의 평행

① 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 방향이 같거나 반대일 때, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 '평행하다'고 하고, 기호로

$$\vec{a} /\!\!/ \vec{b}$$

와 같이 나타낸다.



② 벡터의 평행과 실수배

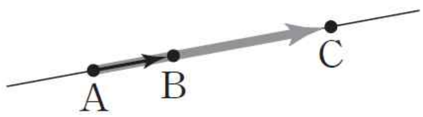
영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$\vec{a} /\!\!/ \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a} \text{ (단, } k\text{는 0이 아닌 실수)}$$

$$\Leftrightarrow \text{ 한 벡터가 다른 벡터의 실수배}$$

5 벡터의 실수배 ❹

☑ 서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여 A, B, C가 한 직선 위에 있다.



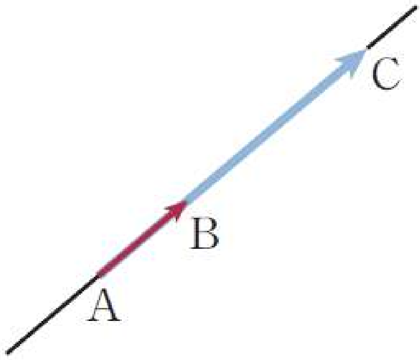
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \text{ (단, } k\text{는 0이 아닌 실수)}$$

☑ 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$k\vec{a} + l\vec{b} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow k = m,\ l = n$$

(단, k, l, m, n은 실수)

✡ 한 직선 위에 있을 조건



(1) 서로 다른 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있다.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AB}} /\!/ \overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AC}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ (단, $k \neq 0$인 실수)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{OC}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ (단, $s + t = 1$)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{OC}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

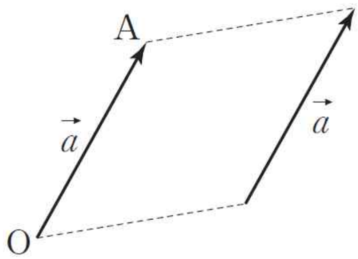
(단, $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow$ C는 $\overline{\mathrm{AB}}$의 내분점)

(2) 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있다.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AD}} = m\overrightarrow{\mathrm{AB}} + n\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ (단, m과 n은 실수)

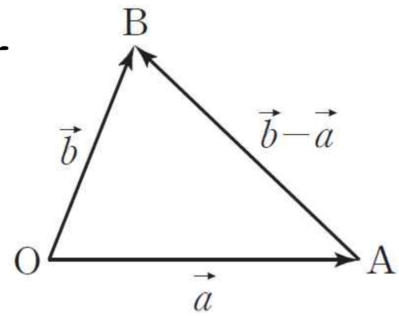
$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{OD}} = p\overrightarrow{\mathrm{OA}} + q\overrightarrow{\mathrm{OB}} + r\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ (단, $p + q + r = 1$)

$\boxed{6}$ 위치벡터 ❶



(1) 위치벡터 : 평면에서 한 점 O를 고정하면 임의의 벡터 $\vec{a}$에 대하여 $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$인 점 A가 오직 하나로 결정된다. 따라서 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$와 점 A는 일대일로 대응한다. 이와 같이 한 점 O를 시점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$를 '점 O에 대한 점 A의 위치벡터'라 한다. 일반적으로 좌표평면에서는 원점 O를 위치벡터의 시점으로 잡는다.

(2) 임의의 벡터를 위치벡터로 나타내기



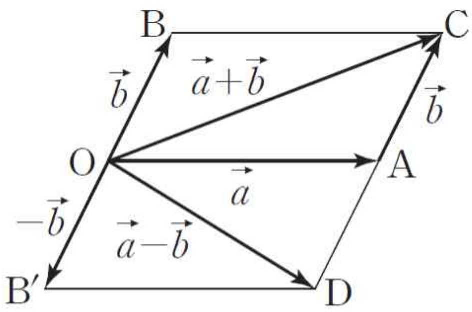
평면 위의 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 하면 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$이므로

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{b} - \vec{a}$$

$\boxed{6}$ 위치벡터 ❷

(3) 위치벡터의 덧셈, 뺄셈을 위치벡터로 나타내기

평면 위의 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 하자.



① 덧셈 : 사각형 OACB가 평행사변형이 되도록 하는 점 C에 대하여

$$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}$$

② 뺄셈 : $-\vec{b}=\overrightarrow{OB'}$인 점 B′과 사각형 OB′DA가 평행사변형이 되도록 하는 점 D에 대하여

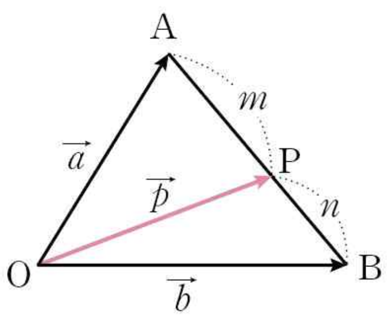
$$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB'}=\overrightarrow{OD}$$

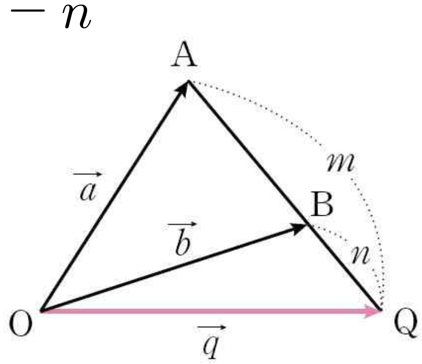
$\boxed{6}$ 위치벡터 ❸

(4) 내분점과 외분점의 위치벡터

평면 위의 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 하고, 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P의 위치벡터를 $\vec{p}$, 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0,\ m\neq n)$으로 외분하는 점 Q의 위치벡터를 $\vec{q}$라 하면

$$\vec{p}=\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n},\quad \vec{q}=\frac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$$



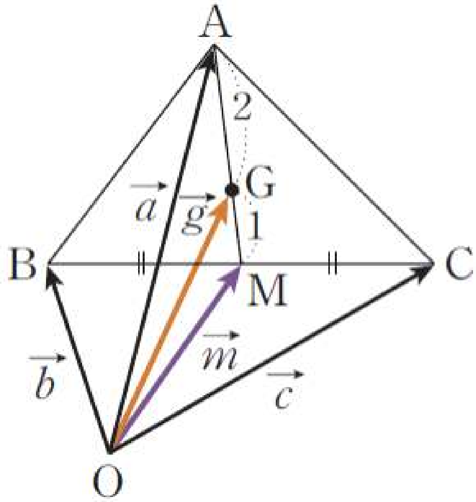


$\boxed{6}$ 위치벡터 ❹

(5) 삼각형의 무게중심의 위치벡터

삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$라 하고, 삼각형 ABC의 무게중심 G의 위치벡터를 $\vec{g}$라 하면

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$



$\boxed{6}$ 위치벡터 ❺

☑ 선분 BC의 중점 M에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\vec{m}$이라 하면 $\vec{m}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$이고, 무게중심 G는 선분 AM을 $2:1$로 내분하므로

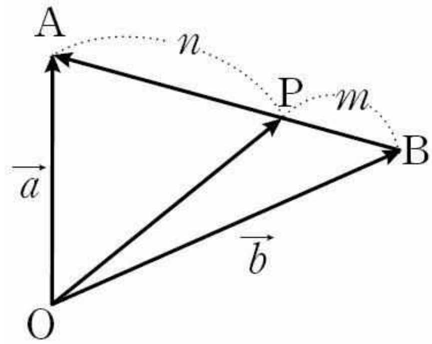
$$\vec{g}=\frac{2\vec{m}+\vec{a}}{2+1}=\frac{2\left(\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)+\vec{a}}{3}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

✡ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\overrightarrow{\mathrm{OA}} + n\overrightarrow{\mathrm{OB}}$인 점 P의 위치 ($m+n=1$) ❶

(1) $m>0$, $n>0$:

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\vec{a} + n\vec{b} = \frac{m\vec{a}+n\vec{b}}{m+n}$$

∴ 점 P는 $\overline{\mathrm{BA}}$를 $m:n$으로 내분



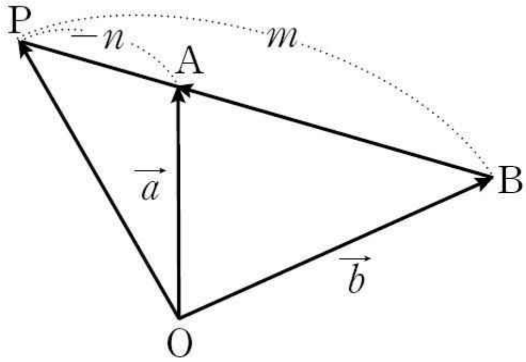
(2) $m>0$, $n<0$:

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\vec{a} + n\vec{b}$$

$$= \frac{m\vec{a}-(-n)\vec{b}}{m-(-n)}$$

∴ 점 P는 선분 BA를

$m:(-n)$으로 외분



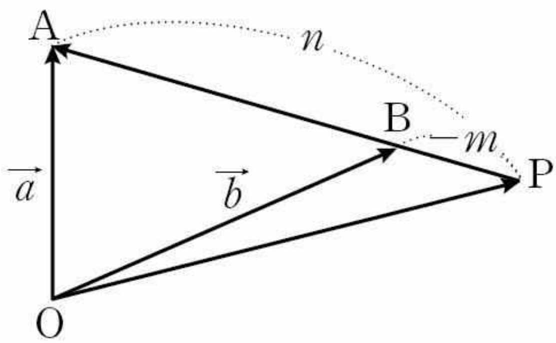
✡ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\overrightarrow{\mathrm{OA}} + n\overrightarrow{\mathrm{OB}}$인 점 P의 위치 ($m+n=1$) ❷

(3) $m<0$, $n>0$:

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = m\vec{a} + n\vec{b} = \frac{(-m)\vec{a}+n\vec{b}}{(-m)+n}$$

∴ 점 P는 선분 BA를

$(-m):n$으로 외분



(4) 점 P는

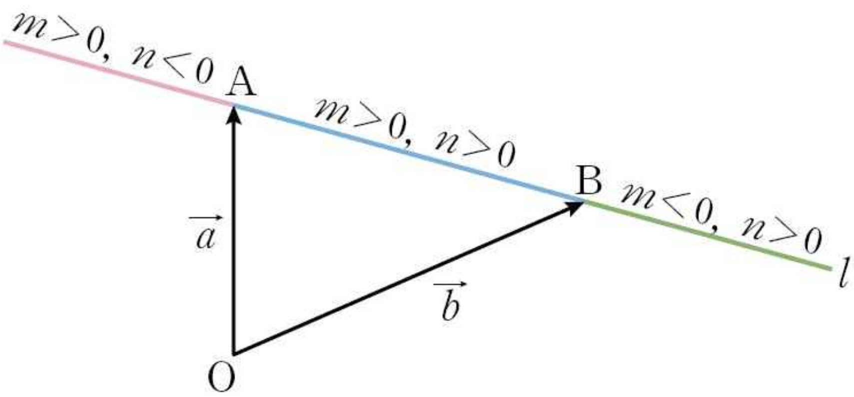
① 두 점 A, B를

지나는 직선 l

위의 점

② m, n값의 부호에

따라 선분 또는 반직선 위의 점

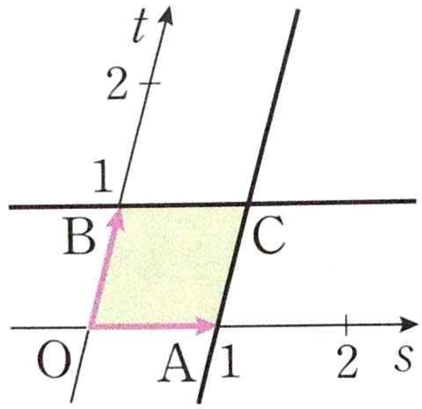


✡ 기저(bases)와 위치벡터 ❶

두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 임의의 점 P의 위치벡터가 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\vec{a} + t\vec{b}$ (a, b는 실수)로 나타내어질 때, 두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$를 이 평면의 '기저(bases)'라고 한다. 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$를 기저로 하는 평면에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$를 만족하는 점 P의 존재 범위를 구해 보자.

(1) $0 \le s \le 1$, $0 \le t \le 1$:

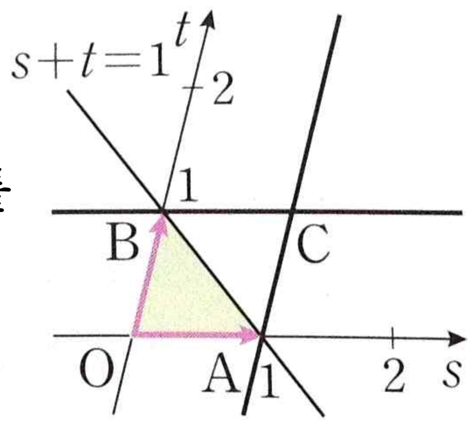
점 P의 존재 영역은 두 선분 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$를 이웃하는 두 변으로 하는 평행사변형과 그 내부이다.



✡ 기저(bases)와 위치벡터 ❷

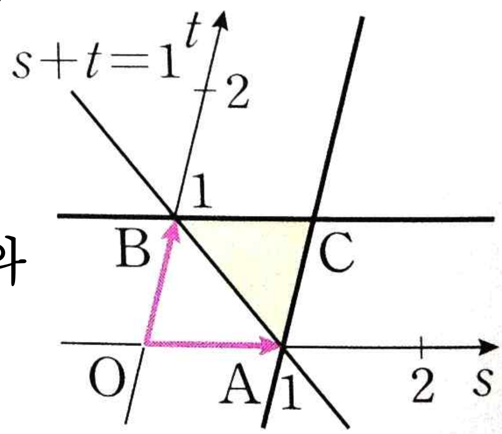
(2) $0 \le s \le 1$, $0 \le t \le 1$, $s + t \le 1$:

점 P의 존재 영역은 세 점 O, A, B를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB와 그 내부이다.

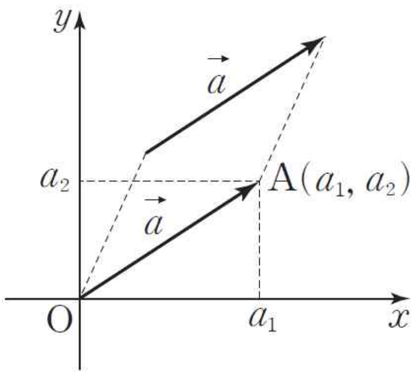


(3) $0 \le s \le 1$, $0 \le t \le 1$, $s + t \ge 1$:

점 P의 존재 영역은 두 선분 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$를 이웃하는 두 변으로 하는 평행사변형 OACB에서 삼각형 ACB와 그 내부이다.



7 평면벡터의 성분 ❶



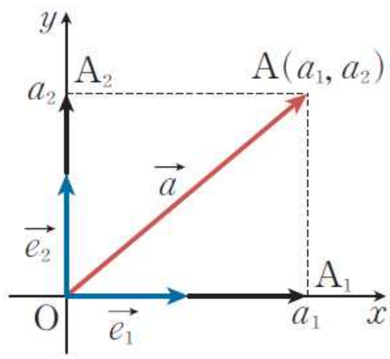
(1) 평면벡터의 성분

좌표평면에서 원점 O를 시점으로 하고 점 A(a_1, a_2)를 종점으로 하는 위치벡터 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$를

$$\vec{a} = (a_1, a_2)$$

와 같이 나타낸다. 이때 두 실수 a_1, a_2를 '벡터 $\vec{a}$의 성분'이라 하고, a_1를 'x성분', a_2를 'y성분'이라 한다.

7 평면벡터의 성분 ❷



☑ 좌표평면 위의 두 점 $E_1(1, 0)$, $E_2(0, 1)$의 위치벡터를 각각 $\overrightarrow{OE_1} = \vec{e_1}$, $\overrightarrow{OE_2} = \vec{e_2}$라 하고, 임의의 점 A$(a_1, a_2)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 $A_1(a_1, 0)$, $A_2(a_2, 0)$라 하면

$$\overrightarrow{OA_1} = a_1\vec{e_1},\ \overrightarrow{OA_2} = a_2\vec{e_2}$$

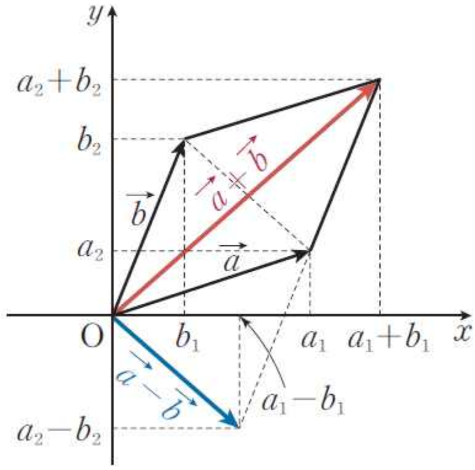
이고, $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$이므로 점 A의 위치벡터 $\vec{a}$를

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} \text{ 또는 } \vec{a} = (a_1, a_2)$$

와 같이 나타낸다.

7 평면벡터의 성분 ❸

(2) 평면벡터의 성분과 연산



두 평면벡터 $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$에 대하여

① 크기 : $|\vec{a}|=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

② 두 벡터가 서로 같을 조건 : $\vec{a}=\vec{b} \Leftrightarrow a_1=b_1,\ a_2=b_2$

③ 덧셈 : $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1,\ a_2+b_2)$

④ 뺄셈 : $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1,\ a_2-b_2)$

⑤ 실수배 : $k\vec{a}=k(a_1,\ a_2)=(ka_1,\ ka_2)$ (단, k는 실수)

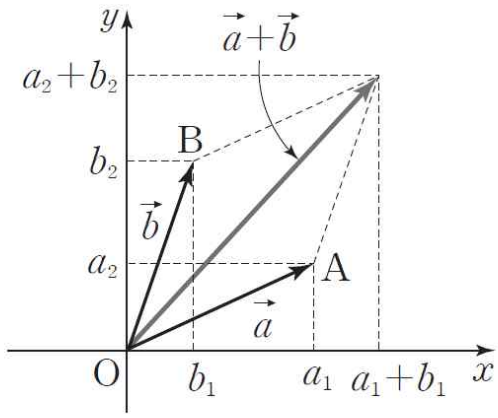
☑ Let 좌표평면에서 원점을 O, 두 점을 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$, $\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$

7 평면벡터의 성분 ❹

① $|\vec{a}|=\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}$

② 두 위치벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 시점은 항상 점 O로 같다.
따라서 $\vec{a}=\vec{b}$이면 종점이 서로 같다. 즉, $a_1=b_1,\ a_2=b_2$
역으로 $a_1=b_1,\ a_2=b_2$이면 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 종점이 서로 같으므로 $\vec{a}=\vec{b}$이다.

③ 그림에서



$$\begin{aligned}&\vec{a}+\vec{b}\\&=(a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2})+(b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2})\\&=(a_1+b_1)\overrightarrow{e_1}+(a_2+b_2)\overrightarrow{e_2}\end{aligned}$$

7 평면벡터의 성분 ❺

$= (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2)$

④ $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$이므로 덧셈과 같은 방법으로 설명할 수 있다.

⑤ $k\vec{a} = k(a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2}) = ka_1\vec{e_1} + ka_2\vec{e_2} = (ka_1,\ ka_2)$

☑ 벡터의 평행조건

두 벡터 $\vec{a} = (a_1,\ a_2)$, $\vec{b} = (b_1,\ b_2)$에 대하여

$$\vec{a} \mathbin{/\!/} \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = kb_1,\ a_2 = kb_2 \ (\text{단, } k\text{는 실수})$$

$$\Leftrightarrow \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$$

✡ 두 벡터가 평행할 조건

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a} = (a_1,\ a_2)$와 $\vec{b} = (b_1,\ b_2)$에 대하여

$\vec{a} \mathbin{/\!/} \vec{b}$ $\Leftrightarrow$ 두 벡터가 서로 평행

$\Leftrightarrow$ $\vec{b} = k\vec{a}$를 만족시키는 0이 아닌 실수 k가 존재

$\Leftrightarrow$ $(b_1,\ b_2) = k(a_1,\ a_2)$ (단, $k \neq 0$)

$\Leftrightarrow$ $b_1 = ka_1,\ b_2 = ka_2$

$\Leftrightarrow$ $\dfrac{b_1}{a_1} = \dfrac{b_2}{a_2}$

$\Leftrightarrow$ 대응하는 성분의 비가 같다.