수준별 문제

기본

01 지수함수와 로그함수

( )반 ( )번
이름 ( )

01 지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $f(0)$ (2) $f(1)$

(3) $f(2)$ (4) $f(-3)$

02 로그함수 $f(x)=\log_2 x$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $f(1)$ (2) $f(2)$

(3) $f(\sqrt{2})$ (4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

03 다음 지수함수와 로그함수의 그래프를 그리고, 점근선의 식을 구하시오.

(1) $y=-5^x$ (2) $y=\log_2(-x)$

04 지수함수, 로그함수를 이용하여 다음 수들의 대소를 비교하시오.

(1) $(\sqrt{2})^3$, $\sqrt[5]{16}$, $\sqrt[3]{4}$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$, 0, $\log_{\frac{1}{2}}3$

수준별 문제

표준

01 지수함수와 로그함수

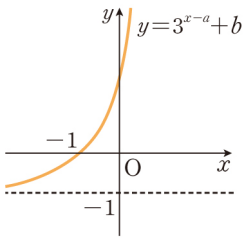
(　　)반 (　　)번
이름 (　　)

01 다음 물음에 답하시오.

(1) 지수함수 $y=2^x$의 그래프를 이용하여 함수 $y=2^{x-1}+2$의 그래프를 그리고, 그 그래프의 점근선의 식을 구하시오.

(2) 로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 이용하여 함수 $y=\log_2(x-1)+1$의 그래프를 그리고, 그 그래프의 점근선의 식을 구하시오.

02 함수 $y=3^{x-a}+b$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.



03 다음 보기의 함수의 그래프 중 로그함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 완전히 겹쳐지게 할 수 있는 것을 모두 고르시오.

| 보 기 |

ㄱ. $y=\log_3 \frac{x-1}{9}$　　ㄴ. $y=\log_9 x$

ㄷ. $y=\log_3 \frac{1}{x}$

04 다음 함수의 정해진 범위에서의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $y=2^{-x}\cdot 3^x$ $(-2\le x\le 1)$

(2) $3\le x\le 81$에서 함수 $y=(\log_3 x)^2-\log_3 x^4-2$의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

수준별 문제

발전

01 지수함수와 로그함수

(　　)반 (　　)번
이름 (　　)

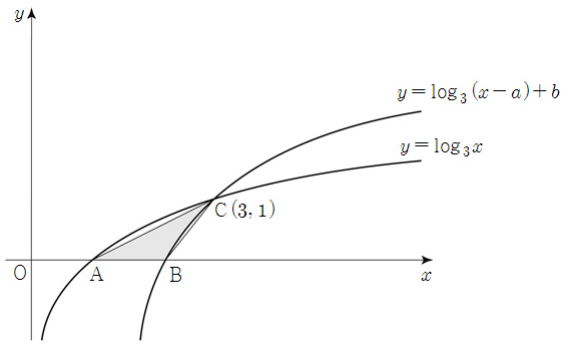
01 좌표평면에서 지수함수 $f(x)=a^x$ 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동시킨 후, x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 지수함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 된다. 이때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 직선 $x=1$ 에 대하여 대칭이다.
> (나) $f(3)=16g(3)$

두 양수 a, m에 대하여 $a+m$ 의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

02 그림과 같이 두 로그함수 $y=\log_3 x$, $y=\log_3(x-a)+b$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A , B 라 하고 두 로그함수의 그래프가 만나는 점을 C 라 하자. 점 C 의 좌표가 $(3,\ 1)$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a>0$, $b>0$)



① $\frac{7}{3}$　② 3　③ $\frac{11}{3}$　④ $\frac{13}{3}$　⑤ 5

수준별 문제

기본

02 지수함수와 로그함수의 활용

( )반 ( )번
이름 ( )

01 다음 방정식을 푸시오.

(1) $3^x = 81$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$

(3) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$

02 다음 부등식을 푸시오.

(1) $2^x > \sqrt{32}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \frac{1}{27}$

(3) $\log_3 x \leq 2$

(4) $\log_{0.1} x < 2$

03 다음 부등식을 푸시오.

(1) $10^x - 1000 > 0$

(2) $2^{x+1} \leq 2\sqrt{2}$

(3) $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x < 54$

04 다음 부등식을 푸시오.

(1) $\log_{\frac{1}{2}} x > 3$

(2) $\log_3 (x-4) \leq 4$

수준별 문제

표준

02 지수함수와 로그함수의 활용

(　　)반 (　　)번
이름 (　　)

01 지수부등식 $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

02 부등식 $1 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 > \log_{\frac{1}{2}} (5x - 8)$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오.

03 지수방정식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 의 모든 근의 합은?

① 2　② 1　③ 0
④ -1　⑤ -2

04 어느 건물의 물탱크에 물이 가득 차 있다.

물탱크에 남은 물의 양의 $\frac{1}{10}$ 씩을 매일 사용한다고 할 때, 이 물탱크의 남아있는 물의 양이 처음의 절반 이하가 되는 것은 며칠 후부터인지 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$로 계산한다.)

수준별 문제

발전

02 지수함수와 로그함수의 활용

(　　)반 (　　)번
이름 (　　)

01 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 4$일 때, $f(x) = \begin{cases} 3^{x} & (0 \le x < 2) \\ 3^{-(x-4)} & (2 \le x < 4) \end{cases}$ 이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4) = f(x)$이다.

닫힌구간 $[0, 40]$에서 방정식 $f(x) - 5 = 0$의 모든 실근의 합을 구하시오.

02 당분을 소화시켜 알코올을 생산하는 이스트는 생산된 알코올에 의해 죽게 된다. 300 g의 어떤 이스트가 발효를 시작한 지 t시간 후의 양 $P(t)$ g은

$$P(t) = 100\left(1 + a^{-\frac{t}{40}}\right) \ (0 < a < 100)$$

으로 나타내어진다고 한다. 발효를 시작한 지 8시간 후의 이스트의 양이 4시간 후의 이스트의 양의 $\frac{13}{15}$ 배가 될 때, a의 값을 구하시오.

01 지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ 에 대하여 $f(-2)$의 값 은? ▸ 2점

① $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

02 로그함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{4}}x$에 대하여 $f\left(\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{f(3)}$의 값은? ▸ 3점

① -1 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

03 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? ▸ 3점

① $y=\log_{\frac{1}{4}}x$의 그래프는 감소함수이다.
② $y=\log_4 x$의 그래프는 y축 오른쪽에 있다.
③ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프는 점 $(1,0)$을 지난다.
④ $y=2^x$과 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.
⑤ $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$과 $y=\log_{\frac{1}{5}}x$의 그래프는 $y=x$에 대하여 대칭이다.

04 다음 방정식을 만족시키는 x의 값은? ▸ 2점

$$(\sqrt{8})^x=4\sqrt{2}$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

05 다음 방정식을 만족시키는 x의 값은? ▸ 3점

$$\log_{\sqrt{2}}x=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$$

① $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
④ $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

06 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? ▸ 3점

① 그래프 항상 원점을 지난다.
② x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
③ 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
④ 그래프의 점근선의 방정식은 $x=0$이다.
⑤ $y=a^x$ 역함수는 $y=a^{-x}$ 이다.

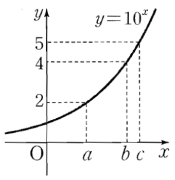
07 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+\sqrt{8})+k$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않도록 하는 상수 k의 최솟값은? ▸ 3점

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

08 함수 $y=3-\log_{\frac{1}{2}}(x+3)$의 그래프의 점근선의 식은 $x=a$이고, 이 함수의 그래프가 두 점 $(0,\ b)$, $(c,\ 0)$을 지날 때, $(a+b)\times c$의 값은? ▸ 4점

① $-\frac{15}{4}\log_2 3$ ② $-\frac{23}{8}\log_2 3$ ③ $-\frac{15}{4}\log_3 2$
④ $\frac{23}{8}\log_3 2$ ⑤ $\frac{15}{4}\log_2 3$

09 오른쪽 그림은 $y=10^x$의 그래프이다. 이때 $2a+b+4c$의 값을 구하시오. ▸ 4점



① 1 ② 2
③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10 부등식 $8^{2-\sqrt{6-x}}>\frac{1}{\sqrt{2}}$을 만족시키는 정수 x의 개수는? ▸ 4점

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

11 방정식 $\log_{4-x}\sqrt[3]{9}=\frac{1}{2}$을 만족시키는 x의 값은? ▸ 3점

① $3-4\sqrt[3]{3}$ ② $4-3\sqrt[3]{3}$ ③ $3-\sqrt{3}$
④ $4-2\sqrt{3}$ ⑤ $4-\sqrt{3}$

12 방정식 $(\log_3 x)\left(\log_3\frac{a}{x}\right)=b$의 두 근이 9, $\frac{1}{3}$일 때, $a+b$의 값은? ▸ 3점

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13 부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(10-x) > -2$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? ▸ 3점

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14 함수 $f(x)=\log_{\sqrt{2}}(16-4x)$에 대하여 집합 $\{(m,\ n)\mid 0<n\le f(m),\ m,\ n$은 자연수$\}$의 원소의 개수는? ▸ 4점

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

15 방정식 $x^{x^2-2x}=x^{3x-6}$을 푸시오. ▸ 4점

16 $-2\le x\le 4$일 때, 함수 $y=2^x-\sqrt{2^{x+4}}+3$의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오. ▸ 4점

17 상수 a, b에 대하여 $a+\frac{1}{2}\le x\le \frac{1}{2}(a+1)^2$일 때, 함수$y=\log_a(x-a)+b$의 최댓값이 12, 최솟값이 10이다. 이때 a^2의 값을 구하시오. (단, $0<a<1$) ▸ 4점

18 부등식 $4^x-6\cdot 2^x-16<0$을 만족하는 모든 자연수의 합은? ▸ 4점

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 10

서술형

19 반감기가 24년인 어떤 방사성 물질의 질량이 초기 질량의 60 %로 줄어드는 데 걸리는 시간을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$로 계산한다.) ▸ 8점

20 다음 부등식을 푸시오. ▸ 4점

$$\log_{\sqrt{2}}(x+5) + \log_{\frac{1}{2}}(1-x) > 0$$

21 $-2 \le x \le 1$일 때, 함수 $y = 2^{x+2} \cdot 3^{-x}$의 최댓값과 최솟값의 합은? ▸ 4점

① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{35}{3}$ ③ 2
④ 4 ⑤ 5

서술형

22 지진의 세기를 나타내는 규모 y는 지진의 최대 진폭 x μm(마이크로미터)에 대하여 $y = \log x$로 정의된다. 다음 물음에 답하시오. ▸ 8점

(1) 규모 4의 지진의 최대 진폭을 x_0 μm, 규모 4.8의 지진의 최대 진폭을 x_1 μm라고 할 때, 이를 식으로 나타내시오.

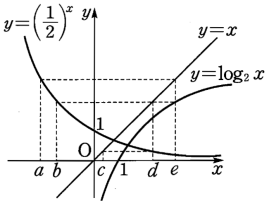
(2) 최대 진폭이 $50\frac{\sqrt{x_0}}{\sqrt[3]{x_1}}$ μm인 지진의 규모를 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

서술형

23 x가 양수일 때, 부등식 $x^{\log x} \ge ax^4$ $(a > 0)$이 항상 성립하기 위한 실수 a값의 범위를 구하시오. ▸ 8점

서술형

24 오른쪽 그림은 두 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \log_2 x$의 그래프와 직선 $y = x$를 나타낸 것이다. $a + d + c \times e$의 값을 구하시오.(단, 점선은 모두 x축 또는 y축에 평행하다.) ▸ 8점



01 다음 보기 중 옳은 것은?
(단, 실수 범위에서 생각한다.) ▸ 2점

① n이 짝수이고 $a>0$일 때, $x^n=a$를 만족시키는 x의 값은 n개이다.
② $a<0$일 때, $(\sqrt[5]{-a})^5=a$이다.
③ n이 짝수일 때, -4의 n제곱근은 $\pm\sqrt[n]{4}$이다.
④ n이 홀수일 때, -3의 n제곱근은 $-\sqrt[n]{3}$이다.
⑤ 4의 제곱근은 2이다.

02 이차방정식 $x^2-12x+3=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\dfrac{(6^{\alpha})^{\beta}}{\sqrt[3]{6^{\alpha}}\times\sqrt[3]{6^{\beta}}}$의 값은? ▸ 2점

① 6^{-2} ② 6^{-1} ③ 1
④ 6 ⑤ 6^2

03 $\dfrac{2}{2^{-5}+1}+\dfrac{2}{2^{-4}+1}+\cdots+\dfrac{2}{2^0+1}+\cdots+\dfrac{2}{2^4+1}+\dfrac{2}{2^5+1}$의 값을 구하시오. ▸ 3점

04 $\sqrt[3]{4^m}\times\sqrt[6]{3^n}=36$을 만족시키는 자연수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하시오. ▸ 2점

05 $2^x+2^{-x}=2$일 때, $\dfrac{2^{3x}+2^{-3x}}{2^{2x}+2^{-2x}}$의 값은? ▸ 2점

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

06 세 수 5^{30}, 4^{40}, 3^{50}의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? ▸ 3점

① $3^{50}<4^{40}<5^{30}$ ② $3^{50}<5^{30}<4^{40}$
③ $5^{30}<4^{40}<3^{50}$ ④ $5^{30}<3^{50}<4^{40}$
⑤ $4^{40}<5^{30}<3^{50}$

07 지수함수 $f(x)=a^x$ $(0<a<1)$에 대하여 $f(p)=4$, $f(q)=\frac{1}{3}$일 때, $f\left(\frac{p}{2}-q\right)$의 값은? ▸ 3점

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

08 x에 대한 방정식 $4^x-a\cdot 2^{x+2}+a^2+4a-5=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위는? ▸ 3점

① $a>-5$ ② $-5<a<-1$
③ $a>0$ ④ $-4<a<1$ ⑤ $a>1$

09 방정식 $x^{\log x-1}=100$의 두 근을 α, β $(\alpha<\beta)$라 할 때, $\log\frac{\beta}{\alpha}$의 값을 구하시오. ▸ 3점

10 동물의 에너지 사용량의 한 지표인 표준대사량 E와 그 동물의 몸무게 W 사이에는 $E=kW^{\frac{3}{4}}$ (k는 상수) 인 관계가 성립한다고 한다. 동물 A의 몸무게가 동물 B의 몸무게의 100배이고, 동물 A의 표준대사량은 동물 B의 표준대사량의 a배일 때, $a^{\frac{4}{3}}$의 값은? ▸ 4점

① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

11 $\log_{(x+1)}(42-x-x^2)$이 정의되도록 하는 정수 x의 개수는? ▸ 3점

① 5 ② 7 ③ 9
④ 10 ⑤ 12

12 지수함수 $y=2^x$의 그래프와 원 $x^2+y^2=r^2$이 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$라 할 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은? (단, $r>1$이고 $x_1<x_2$이다.) ▸ 4점

보기

ㄱ. $x_1+x_2<0$
ㄴ. $x_1x_2+y_1y_2>r^2$
ㄷ. $x_1-y_1<x_2-y_2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13 $a>b>c$를 만족하는 세 양수 a, b, c에 대하여 $\log_2 a+\log_2 c=2\log_2 b$일 때, $\log_2(a-b)+\log_2(b+c)-\log_2(a+b)-\log_2(b$의 값은? ▸ 4점

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

14 $\dfrac{1}{\log_{10}3}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $\dfrac{a-3^b}{a+3^b}$의 값은? ▸ 3점

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{1}{7}$ ③ $\dfrac{2}{9}$
④ $\dfrac{2}{7}$ ⑤ $\dfrac{4}{9}$

15 두 함수 $f(x)=\log_3 x$, $g(x)=x^2-2x+10$에 대하여 합성함수$(f\circ g)(x)$가 $x=a$에서 최솟값 b를 가질 때, $a+b$의 값을 구하시오. ▸ 4점

16 로그함수 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $x>0$, $y>0$) ▸ 4점

① $f(1)=0$ ② $f(x+y)=f(x)+f(y)$
③ $f(x^2)=2f(x)$ ④ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$
⑤ $f\left(\dfrac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$

17 함수 $f(x)=\log_2(x+5)+1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} g(k)$의 값을 구하시오. ▸ 3점

18 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-a$만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 곡선이 두 점 A(0, 4), B(1, 2)를 이은 선분 AB와 만나게 되는 a의 값의 범위는 $m\le a\le M$이다.
이때 $m+M$의 값은? ▸ 4점

① 23 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

19 정의역이 $\{x|-1<x<1\}$인 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1+x}{2-x}$의 치역은? ▸ 4점

① $\{y|y>-1\}$ ② $\{y|y<-1\}$
③ $\{y|y>0\}$ ④ $\{y|y<0\}$
⑤ $\{y|y>1\}$

서 술 형

20 부등식 $\log_x(\log_x y)<0$을 만족하는 실수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표평면에 나타낸 영역의 넓이를 구하시오. (단, $x<2$) ▸ 8점

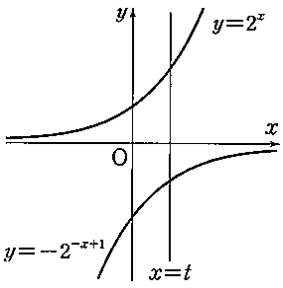
21 함수 $y=4(a^x+a^{-x})-a^{2x}-a^{-2x}+k$의 최댓값이 18일 때, 상수 k의 값을 구하시오. (단, $a>0$, $a\neq 1$) ▸ 6점

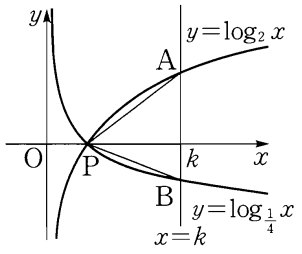
22 자연수 n이 다음 두 조건을 만족시킬 때, $[\log n]$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) ▸ 8점

(가) $\frac{1}{2}<\log n-[\log n]<\frac{2}{3}$

(나) $[3\log n]+[2\log n]=122$

23 오른쪽 그림은 두 함수 $y=2^x$, $y=-2^{-x+1}$의 그래프이다. 직선 $x=t$가 두 곡선에 의해 잘린 선분의 길이를 l_t라 하면 l_t는 $t=\alpha$일 때, 최솟값 β를 갖는다고 한다. 이때 $\frac{\beta^2}{\alpha}$의 값을 구하시오. ▸ 6점



24 방사성 원소는 일정한 시간이 지나면 일정한 비율로 다른 원소로 변하는데, 이때 방사성 원소의 양이 절반으로 줄어드는 데 걸리는 시간을 반감기라 한다. 어느 방사성 원소 X의 반감기는 57년이라고 한다. 어느 고대 유적지에서 발견된 타다만 곡식 한 알에 포함되어 있는 방사성 원소 X의 양이 처음 방사성 원소의 양의 6.25 %라 하면 타다만 곡식 한 알은 N년 전에 수확한 것으로 추정할 수 있다고 한다. 이때 N의 값을 구하시오. ▸ 6점

25 오른쪽 그림과 같이 두 곡선 $y=\log_2 x$와 $y=\log_{\frac{1}{4}} x$가 만나는 점을 P, 직선 $x=k\ (k>1)$가 두 곡선과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=6$일 때, $\triangle PAB$의 넓이를 구하시오. ▸ 6점