

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$A = x^2 + y^2 - 1, \quad B = 2x^2 - y^2 + 3$

에 대하여  $A + B$ 는? [2점]

- ①  $2x^2 + 1$
- ②  $2x^2 + 2$
- ③  $3x^2 + 1$
- ④  $3x^2 + 2$
- ⑤  $3x^2 + 3$

2. 복소수  $z = 3 + 2i$ 의 켤레복소수가  $\bar{z}$ 일 때,  $z - \bar{z}$ 의 값은?  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $i$
- ②  $2i$
- ③  $3i$
- ④  $4i$
- ⑤  $5i$

3. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합  $A = \{1, 2\}$ 에 대하여  $n(A^C)$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 이차함수  $y = x^2 - 2x + 9$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

5. 이차방정식  $x^2+2x+a=0$ 의 두 근이  $-3, b$ 일 때,  
두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

7. 좌표평면 위의 두 점  $O(0, 0), A(3, 1)$ 에 대하여 선분  $OA$ 를  
 $2:1$ 로 외분하는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a \times b$ 의 값은? [3점]

①  $8$       ②  $9$       ③  $10$       ④  $11$       ⑤  $12$

6. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$(x+2)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

가 성립할 때,  $a+b+c+d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수이다.)  
[3점]

①  $21$       ②  $24$       ③  $27$       ④  $30$       ⑤  $33$

8. 좌표평면에서 직선  $y = 2x + 3$ 이

원  $x^2 + y^2 - 4x - 2ay - 19 = 0$ 의 중심을 지날 때, 상수  $a$ 의 값은?  
[3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

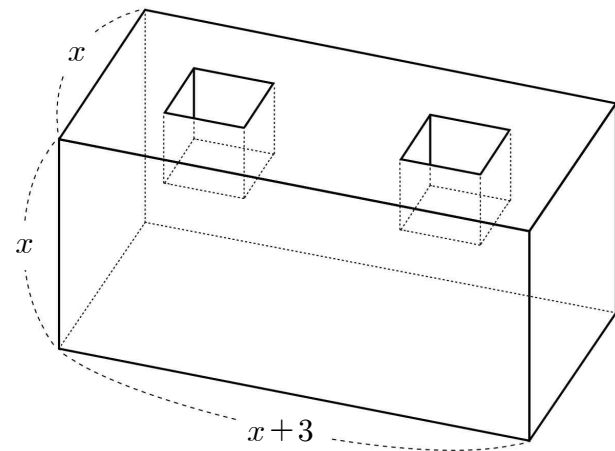
9.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 - ky = -6 \end{cases}$$

이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 양수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각  $x, x, x + 3$ 인 직육면체 모양에 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 구멍이 두 개 있는 나무 블록이 있다. 세 정수  $a, b, c$ 에 대하여 이 나무 블록의 부피를  $(x + a)(x^2 + bx + c)$ 로 나타낼 때,  $a \times b \times c$ 의 값은? (단,  $x > 1$ ) [3점]



- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

11. 실수  $a$ 에 대한 조건

‘모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 2ax + 4a - 4 \geq 0$ 이다.’

가 참인 명제가 되도록 하는  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

12.  $x$ 에 대한 부등식  $|x - 7| \leq a + 1$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수가 9가 되도록 하는 자연수  $a$ 의 값은? [3점]

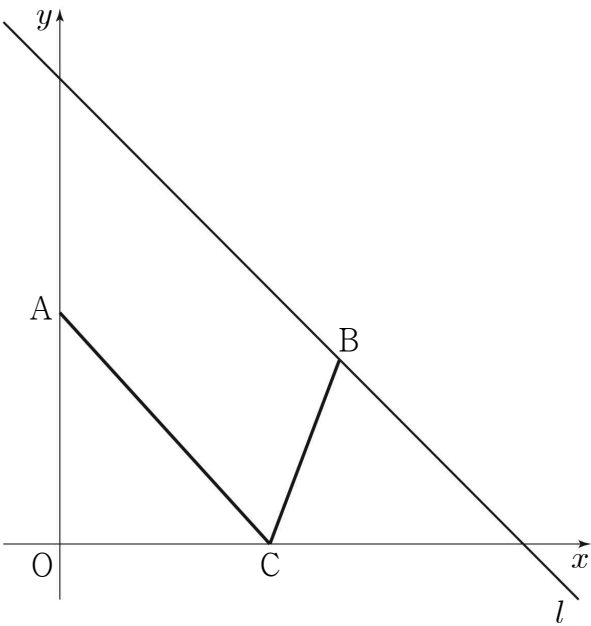
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

13. 다항식  $f(x+3)$ 을  $(x+2)(x-1)$ 로 나눈 나머지가  $3x+8$ 일 때,  
다항식  $f(x^2)$ 을  $x+2$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

14. 좌표평면 위에 점  $A(0, 1)$ 과 직선  $l : y = -x + 2$ 가 있다.  
직선  $l$  위의 제1사분면 위의 점  $B(a, b)$ 와  $x$ 축 위의 점  $C$ 에  
대하여  $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 값이 최소일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$



15. 일차식  $f(x)$ 에 대하여 다항식  $x^3 + 1 - f(x)$ 가  $(x+1)(x+a)^2$ 으로 인수분해될 때,  $f(7)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 2              ② 4              ③ 6              ④ 8              ⑤ 10

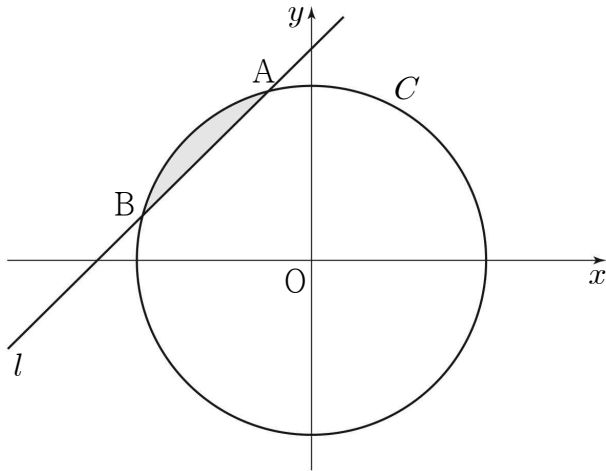
16. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P(a, b)$ 를 지나고 직선  $OP$ 에 수직인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.

점  $R\left(-\frac{1}{a}, 0\right)$ 에 대하여 삼각형  $OQR$ 의 넓이의 최솟값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$               ② 1              ③  $\frac{3}{2}$               ④ 2              ⑤  $\frac{5}{2}$

17. 좌표평면 위에 원  $C: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 과

직선  $l: 2x - 2y + \sqrt{6}r = 0$ 이 있다. 원  $C$ 와 직선  $l$ 이 만나는  
두 점을 각각 A, B라 할 때, 호 AB와 선분 AB로 둘러싸인  
부분 중에서 원점 O를 포함하지 않는 부분의 넓이를  $S(r)$ 라  
하자. 다음은  $S(r)$ 를 구하는 과정이다.



점 O에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면  
선분 OH의 길이는 점 O와 직선  $l$  사이의 거리이므로

$\overline{OH} =$  (가)

삼각형 OAB에서  $\overline{OA} = r$ 이므로

삼각형 OAB의 넓이는 (나) 이다.

$S(r)$ 는 부채꼴 OAB의 넓이와 삼각형 OAB의 넓이의 차이므로

$S(r) = \pi r^2 \times \left( \text{(다)} \right) - \text{(나)}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(r)$ ,  $g(r)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f\left(\frac{1}{k}\right) \times g\left(\frac{1}{k}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 57      ② 63      ③ 69      ④ 75      ⑤ 81

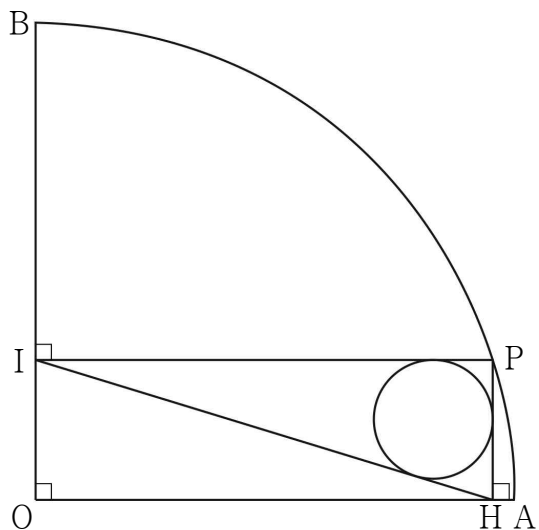
18. 좌표평면 위에 두 점 A(2, 0), B(0, 6)이 있다.

다음 조건을 만족시키는 두 직선  $l$ ,  $m$ 의 기울기의 합의 최댓값은?  
(단, O는 원점이다.) [4점]

- (가) 직선  $l$ 은 점 O를 지난다.  
(나) 두 직선  $l$ 과  $m$ 은 선분 AB 위의 점 P에서 만난다.  
(다) 두 직선  $l$ 과  $m$ 은 삼각형 OAB의 넓이를 삼등분한다.

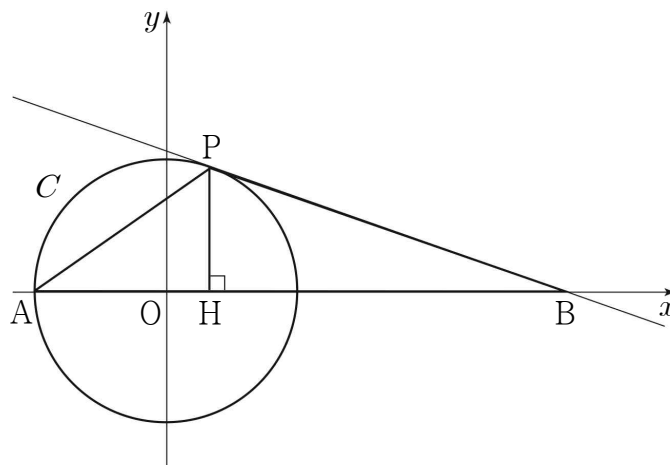
- ①  $\frac{3}{4}$       ②  $\frac{4}{5}$       ③  $\frac{5}{6}$       ④  $\frac{6}{7}$       ⑤  $\frac{7}{8}$

19. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 두 선분 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형 PIH에 내접하는 원의 넓이가  $\frac{\pi}{4}$ 일 때,  $\overline{PH}^3 + \overline{PI}^3$ 의 값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) [4점]



- ① 56      ②  $\frac{115}{2}$       ③ 59      ④  $\frac{121}{2}$       ⑤ 62

20. 그림과 같이 좌표평면에 원  $C: x^2 + y^2 = 4$ 와 점  $A(-2, 0)$ 이 있다. 원 C 위의 제1사분면 위의 점 P에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 B, 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $2\overline{AH} = \overline{HB}$ 일 때, 삼각형 PAB의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$       ②  $4\sqrt{2}$       ③  $\frac{14\sqrt{2}}{3}$   
 ④  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$       ⑤  $6\sqrt{2}$

21. 9 이하의 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$A_k = \{x \mid k-1 \leq x \leq k+1, x \text{는 실수}\}$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

- ㄱ.  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \{2\}$
- ㄴ. 9 이하의 두 자연수  $l, m$ 에 대하여  $|l-m| \leq 2$ 이면  
두 집합  $A_l$ 과  $A_m$ 은 서로소가 아니다.
- ㄷ. 모든  $A_k$ 와 서로소가 아니고 원소가 유한개인 집합 중  
원소의 개수가 최소인 집합의 원소의 개수는 4이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 좌표평면에서 직선  $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 에 수직인 직선의 기울기를  
구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 점  $(-4, 3)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 점의 좌표가  $(1, 5)$ 일 때,  
 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

24. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p : 3 \leq x \leq 4,$$

$$q : (x+k)(x-k) < 0$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $k$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 이차함수  $y = x^2 - 8x + 1$ 의 그래프와

직선  $y = 2x + 6$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 무게중심의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

25. 좌표평면 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가  $(1, 2)$ 이고, 선분 AB를 3:1로 내분하는 점의 좌표가  $(4, 3)$ 일 때,  $\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 좌표평면에서 직선  $y=t$ 가 두 이차함수  $y=\frac{1}{2}x^2+3$ ,  
 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+5$ 의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의  
개수가 3인 모든 실수  $t$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 복소수  $z=\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ 에 대하여  
 $z^n+(z+\sqrt{2})^n=0$   
을 만족시키는 25 이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.  
(단,  $i=\sqrt{-1}$ ) [4점]

29. 전체집합  $U=\{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $n(A)=n(B)=8, n(A \cap B)=1$
- (나) 집합  $A$ 의 임의의 서로 다른 두 원소의 합은 9의 배수가 아니다.
- (다) 집합  $B$ 의 임의의 서로 다른 두 원소의 합은 10의 배수가 아니다.

집합  $A$ 의 모든 원소의 합을  $S(A)$ , 집합  $B$ 의 모든 원소의 합을  $S(B)$ 라 할 때,  $S(A)-S(B)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 두 정수  $m, n$ 에 대하여 이차함수  $f(x)$ 와 일차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f(x)$ 의 최댓값은 0이다.
- (나) 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 함수  $y=g(x)$ 의 그래프는 두 점  $(m, 0), (m+4, 32n)$ 에서 만난다.
- (다)  $0 \leq a \leq 4$ 인 정수  $a$ 에 대하여 정수  $b$ 가 부등식  $g(m+a) \leq b \leq f(m+a)$ 를 만족시킬 때,  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는 45이다.

방정식  $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 실근 중 최댓값과 최솟값의 합이 8일 때,  $f(5) \times g(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.