Ⅲ_1. 합의 법칙과 곱의 법칙

[10공수1-03-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 문제를 해결할 수 있다.

A : 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하여 설명할 수 있으며, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 다양한 문제를 해결할 수 있다.

B : 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 다양한 문제를 해결할 수 있다.

C : 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 경우의 수와 관련된 간단한 문제를 해결할 수 있다.

Ⅲ_1. 합의 법칙과 곱의 법칙

D : 합의 법칙과 곱의 법칙을 알고, 경우의 수와 관련된 간단한 문제를 해결할 수 있다.

E : 합의 법칙과 곱의 법칙을 안다.

1 경우의 수(A number of occasions)

(1) 시행(Trial) : 어떤 실험, 관찰, 행위

(2) 사건(Event) : 시행의 결과로서 나타나는 현상

(3) 경우의 수 : 어떤 시행에서 가능한 사건의 수

(4) $n(A)$: 사건 A가 일어나는 경우의 수

✡ 경우의 수를 세는 일반적인 방법

(1) 경우 나누기 : 복잡한 문제를 여러 개의 단순한 문제로 나누어 해결하는 방법

(2) 수형도 : 사건이 일어나는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타낸 것을 '수형도(tree graph)'라 한다.

(3) 사전식 배열

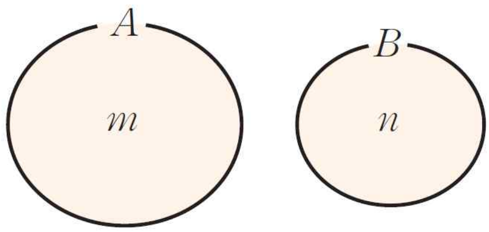
2 합의 법칙

(1) 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때,

사건 A와 사건 B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n

⇒ 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$

☑ 합의 법칙은 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.



(2) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

☑ $A \cap B = \varnothing \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

(3) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

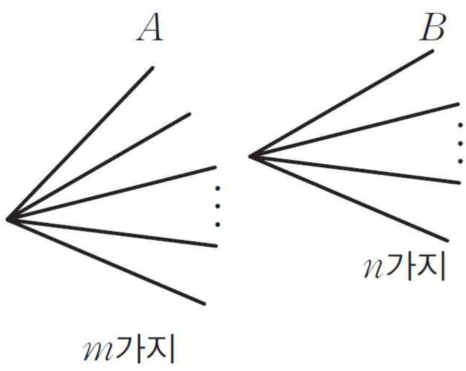
$$- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$$

$$+ n(A \cap B \cap C)$$

3 곱의 법칙

(1) 두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n ⇒ 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$

(2) $n(A \cap B) = n(A) \times n(B)$



☑ 한 사건 A가 m가지의 경우로 일어나고, 그 각각에 대하여 다른 사건 B가 n가지의 경우로 일어날 때

☑ (동시에) = (잇달아) = (연속적으로)

[참고] 곱의 법칙은 동시에 일어나는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

✡ 자연수의 양의 약수 ❶

자연수 $N = p^a q^b$ (단, p와 q는 서로 다른 소수, a와 b는 자연수)의 꼴로 소인수분해되면 N의 양의 약수의 개수는 다음과 같이 $(a+1)(b+1)$이다.

	1	q	q^2	$\cdots$	q^b
1	1	q	q^2	$\cdots$	q^b
p	p	pq	pq^2	$\cdots$	pq^b
p^2	p^2	p^2q	p^2q^2	$\cdots$	p^2q^b
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
p^a	p^a	p^aq	p^aq^2	$\cdots$	p^aq^b

$(a+1)$개

$(b+1)$개

✡ 자연수의 양의 약수 ❷

자연수 $N = p^a q^b r^c$ (단, p와 q와 r은 서로 다른 소수, a와 b와 c는 자연수)의 꼴로 소인수분해될 때,

(1) 양의 약수의 개수 : $(a+1)(b+1)(c+1)$

(2) 양의 약수의 총합 : $\dfrac{a^{p+1}-1}{a-1} \times \dfrac{b^{q+1}-1}{b-1} \times \dfrac{c^{r+1}-1}{c-1}$

(3) n(a와 b의 공약수) $= n$(a와 b의 최대공약수의 약수)

4 여러 가지 경우의 수 구하는 방법

(1) 경로에 대한 경우의 수

① 같은 경로에 여러 가지 길이 있는 경우 : 곱의 법칙 이용

② 경로가 다른 경우 : 합의 법칙 이용

(2) 도형에 색칠하는 경우의 수

① 중앙 또는 가장 많은 면과 인접한 부분부터 칠하고, 이웃한 면에 같은 색을 칠하지 않도록 하여 경우의 수를 곱한다.

② 도형에 색칠할 때, 문제의 조건에 따라 같은 색을 다시 이용할 수 있는 경우와 다시 이용할 수 없는 경우를 구분하여 경우의 수를 구한다.

✡ 여사건을 이용한 경우의 수 구하기

사건 A에 대하여

(A인 경우의 수)

$=$ (전체의 경우의 수) $-$ (A가 아닌 경우의 수)

[5] 경우의 수 구하기

Let 사건 A가 일어날 경우의 수 : $n(A)$

(1) 합의 법칙 : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

(2) 곱의 법칙 : $n(A \cap B) = n(A) \times n(B)$

(3) $n\left(A^C\right) = n(U) - n(A)$

(4) $n(A - B) = n\left(A \cap B^C\right)$

$= n(A) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$

(5) $n\left(A^C \cap B^C\right) = n\left((A \cup B)^C\right) = n(U) - n(A \cup B)$

(6) $n\left(A^C \cup B^C\right) = n\left((A \cap B)^C\right) = n(U) - n(A \cap B)$

(7) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

$- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$