Ⅰ_2. 두 직선의 평행 조건과 수직 조건

[10공수2-01-02] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다.

A : 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하여 설명하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.

B : 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 설명하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.

C : 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.

D : 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 안다.

E : 두 직선의 평행 조건 또는 수직 조건을 안다.

Ⅰ_3. 점과 직선 사이의 거리

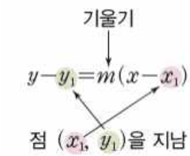
[10공수2-01-03] 점과 직선 사이의 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.

A, B : 점과 직선 사이의 거리를 구하는 방법을 이해하여 그 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.

C, D : 점과 직선 사이의 거리를 구하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.

E : 안내된 절차에 따라 원점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.

$\boxed{1}$ 직선의 방정식 ❶



(1) 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식

한 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

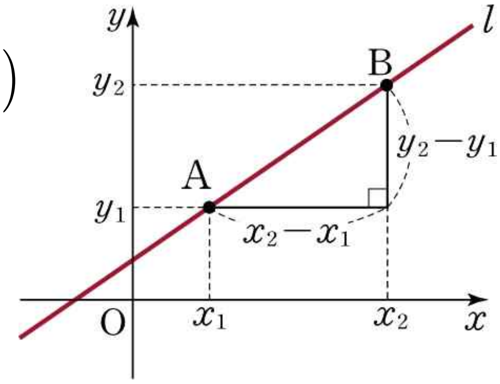
$$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y=m(x-x_1)+y_1$$

(2) 두 점을 지나는 직선의 방정식

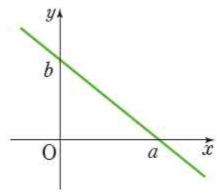
두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식은

① $x_1 \neq x_2$: $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

② $x_1 = x_2$: $x=x_1$



$\boxed{1}$ 직선의 방정식 ❷



(3) x절편과 y절편이 주어진 직선의 방정식

x절편이 a, y절편이 b인 직선의 방정식은 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

(4) 좌표축에 평행한 직선의 방정식

한 점 $(a,\ b)$를 지나고

① x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=b$

② y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=a$

(5) 직선의 방정식의 일반형

$ax+by+c=0$ (단, $a\neq 0$ 또는 $b\neq 0$)

$\boxed{2}$ 두 직선의 위치 관계 ❶

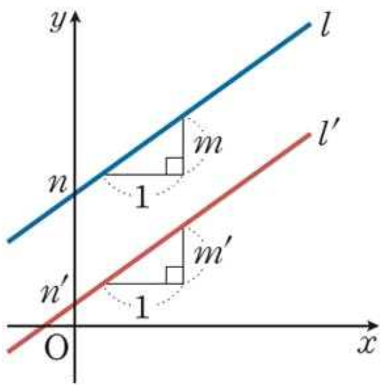
(1) 두 직선 l: $y=mx+n$, l': $y=m'x+n'$의 위치 관계

① 평행하다. $\Leftrightarrow$ $m=m'$, $n\neq n'$

② 일치한다. $\Leftrightarrow$ $m=m'$, $n=n'$

③ 수직이다. $\Leftrightarrow$ $mm'=-1$

④ 한 점에서 만난다. $\Leftrightarrow$ $m\neq m'$



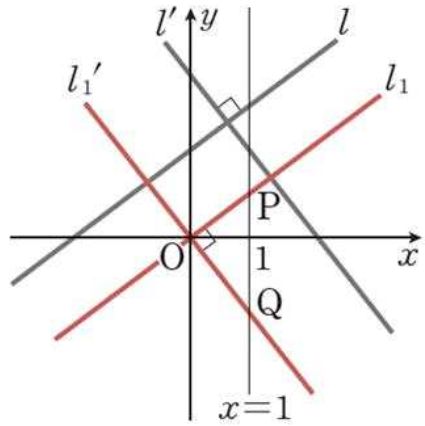
$\because$ ③ $x=1$의 교점 : $\mathrm{P}(1,\ m)$, $\mathrm{Q}(1,\ m')$

피타고라스 : $\overline{\mathrm{OP}}^2+\overline{\mathrm{OQ}}^2=\overline{\mathrm{PQ}}^2$

$1+m^2+1+m'^2$

$\quad=m^2-2mm'+m'^2$

$2mm'=-2\quad\therefore\ mm'=-1$



$\boxed{2}$ 두 직선의 위치 관계 ❷

(2) 두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 위치 관계

$abc\neq 0$, $a'b'c'\neq 0$일 때,

① 평행하다. $\Leftrightarrow$ $\dfrac{a'}{a}=\dfrac{b'}{b}\neq\dfrac{c'}{c}$

② 일치한다. $\Leftrightarrow$ $\dfrac{a'}{a}=\dfrac{b'}{b}=\dfrac{c'}{c}$

③ 수직이다. $\Leftrightarrow$ $aa'+bb'=0$

④ 한 점에서 만난다. $\Leftrightarrow$ $\dfrac{a'}{a}\neq\dfrac{b'}{b}$

✡ 직선의 위치 관계

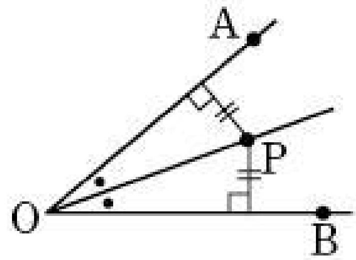
(1) 선분의 수직이등분선 ⇔ 두 점에서 같은 거리

① 수직 : (기울기) $= -\dfrac{1}{m}$ ② 이등분 : 중점

(2) 각의 이등분선 ⇔ 두 직선에서 같은 거리

⇨ 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$에서 직선까지의 거리

항상 2개



(3) 세 점이 일직선 위에 있다. ⇒ 기울기가 같다.

(4) $x,\ y$에 관한 이차방정식이 두 직선을 나타낸다.

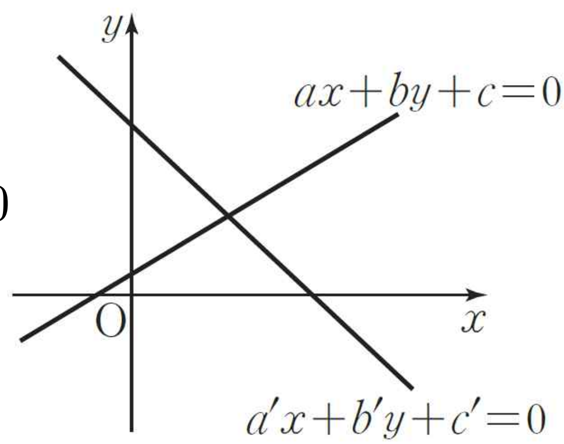
⇒ (일차식) × (일차식) $= 0$ ⇨ D_1 의 $D_2 = 0$

(5) 세 직선이 삼각형을 이루지 않을 조건

① 세 직선이 한 점에서 만난다. ② 두 직선이 평행하다.

3 두 직선의 교점을 지나는 직선

(1) 직선 $(ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$은 k의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지나고, 그 일정한 점은 두 직선 $ax+by+c=0,\ a'x+b'y+c'=0$의 교점이다.



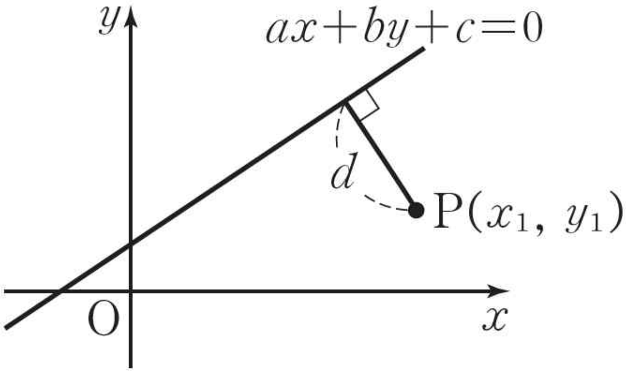
(2) 만나는 두 직선 $ax+by+c=0,$ $a'x+b'y+c'=0$의 교점을 지나는 직선의 방정식은 어떤 상수 k에 대하여 $(ax+by+c)+k(a'x+b'y+c')=0$의 식으로 나타내어 진다. (단, 이 직선은 k가 어떤 값을 가지더라도 $a'x+b'y+c'=0$은 나타낼 수 없다.

4 점과 직선 사이의 거리

(1) 평면 위의 점 $P(x_1, y_1)$과

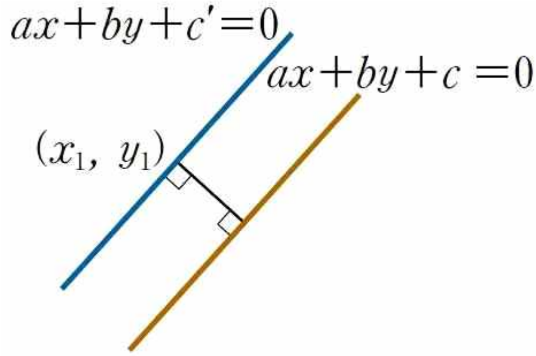
직선 $ax+by+c=0$ 사이의

거리 d는



$$d = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$ (단, $a \neq 0$, $b \neq 0$)

(2) 평행한 두 직선 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ ax+by+c'=0 \end{cases}$ 사이의 거리 d는



$$d = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

✡ 삼각형의 넓이

(1) 서로 다른 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$을

꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

↘ 방향은 ⊕

↙ 방향은 ⊖

$$= \frac{1}{2}\left|(x_1-x_2)y_3+(x_2-x_3)y_1+(x_3-x_1)y_2\right|$$

☑ 위의 | |는 사선식(행렬식), 아래의 | |는 절댓값

(2) 세 점 $O(0, 0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$를 꼭짓점으로 하는

삼각형 OAB의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}\left|x_1y_2 - x_2y_1\right|$$