Ⅱ 확률

1 확률의 뜻과 활용

01 확률의 뜻 43~48쪽

준비하기 $\frac{1}{4}$

생각 열기 ❶ 김밥, 라면, 국수, 수제비, 냉면, 떡국, 순대
❷ 수제비, 순대

문제 1 (1) $S=\{HH, HT, TH, TT\}$
(2) $A=\{HT, TH\}$

생각톡톡 $A\cap A^C=\varnothing$이므로 사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 배반사건이다.

문제 2 (1) $\{HH, HT, TH\}$
(2) $\varnothing$
(3) $\{TT\}$
(4) 사건 A와 사건 C, 사건 B와 사건 C

문제 3 $\frac{1}{12}$

문제 4 (1) $\frac{5}{14}$ (2) $\frac{15}{28}$

문제 5 0.26

함께하기 1, 1, 1, 0

문제 6 (1) 1 (2) 0

생각 넓히기 ❶ 음료 교환권을 받을 확률: 1
보조 배터리를 받을 확률: $\frac{1}{10}$
❷ 예시 마라톤 대회에 참가한 학생이 경품으로 카메라를 받는 사건

공학적 도구 49쪽

(1) 예시

n	50	100	150	200	250	300
r_n	27	53	79	105	130	154
$\frac{r_n}{n}$	$\frac{27}{50}$	$\frac{53}{100}$	$\frac{79}{150}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{13}{25}$	$\frac{77}{150}$

(2) (1)의 표에서 동전을 던진 횟수 n이 50, 100, 150, ⋯, 300으로 커짐에 따라 $\frac{r_n}{n}$은 각각

0.54, 0.53, 0.526⋯, 0.525, 0.52, 0.513⋯

임을 알 수 있다.

따라서 n이 커짐에 따라 $\frac{r_n}{n}$이 동전 한 개를 던질 때 앞면이 나올 수학적 확률인 $\frac{1}{2}$에 가까워진다.

02 확률의 덧셈정리 50~53쪽

준비하기 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

생각 열기 ❶ 360 ❷ $\frac{9}{10}$

문제 1 $\frac{5}{6}$

문제 2 (1) $\frac{5}{11}$ (2) $\frac{9}{44}$

함께하기 배반, A, 1, A, A

생각톡톡 $\frac{1}{2}$

문제 3 $\frac{5}{6}$

문제 4 $\frac{29}{38}$

문제 5 $\frac{2}{3}$

생각 넓히기 ❶ $\frac{{}_{30}\mathrm{P}_5}{{}_{30}\Pi_5}=\frac{2639}{3750}$

❷ $1-\frac{2639}{3750}=\frac{1111}{3750}$

Ⅱ-1 중단원 마무리하기 54~56쪽

01 (1) $S=\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \cdots, (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

(2) $A=\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

02 $\frac{4}{5}$

03 (1) $\frac{5}{8}$ (2) 1 (3) 0

04 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$

05 $\frac{1}{3}$

06 $\frac{1}{126}$

07 $\frac{3}{4}$

08 $\frac{7}{45}$

09 $\frac{17}{20}$

10 $\frac{8}{15}$

11 $\frac{3}{5}$

12 문제 이해 A 반과 B 반의 학생 수를 각각

$m,\ 10-m$

이라 하자. ▶ 10 %

해결 과정 동아리 회원 10명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{10}\mathrm{C}_2=45$

이때 2명의 대표를 각각 A 반과 B 반에서 뽑는 경우의 수는

${}_{m}\mathrm{C}_1\times{}_{10-m}\mathrm{C}_1=m(10-m)$

이므로 2명의 대표를 각각 A 반과 B 반에서 뽑을 확률은

$\frac{m(10-m)}{45}$ ▶ 40 %

따라서 2명의 대표가 같은 반에서 뽑힐 확률은

$1-\frac{m(10-m)}{45}=\frac{8}{15}$

이므로

$45-m(10-m)=24$

$m^2-10m+21=0$

$(m-3)(m-7)=0$

에서 $m=3$ 또는 $m=7$ ▶ 30 %

답 구하기 두 반의 학생 수는 각각 7, 3이므로 A 반과 B 반의 학생 수의 차는

4 ▶ 20 %

13 세 사람이 영화표를 구매하는 경우의 수는

${}_{5}\Pi_3=5^3=125$

세 사람이 모두 다른 상영관의 영화표를 구매하는 경우의 수는

${}_{5}\mathrm{P}_3=5\times4\times3=60$

세 사람이 모두 같은 상영관의 영화표를 구매하는 경우의 수는

5

따라서 세 사람 중에서 두 사람만 같은 상영관의 영화표를 구매하는 경우의 수는

$125-(60+5)=60$

즉, 세 사람 중에서 두 사람만 같은 상영관의 영화표를 구매할 확률은

$\frac{60}{125}=\frac{12}{25}$

14 해결 과정 서로 다른 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던지는 시행에서 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$ ▶ 20 %

이차방정식 $x^2-ax+2b=0$이 실근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식 D가

$D=a^2-8b\geq0$

이어야 하므로

$a^2\geq8b$

이때 $b\geq1$이므로

$a\geq3$ ▶ 30 %

(i) $a=3$일 때, b는 1이므로 경우의 수는

1

(ii) $a=4$일 때, b는 1, 2이므로 경우의 수는

2

(ⅲ) $a=5$일 때, b는 1, 2, 3이므로 경우의 수는

$$3$$

(ⅳ) $a=6$일 때, b는 1, 2, 3, 4이므로 경우의 수는

$$4$$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 모든 경우의 수는

$$1+2+3+4=10$$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$ ▶ 10 %

2 조건부확률

01 조건부확률 58~61쪽

준비하기 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{12}$

생각 열기 ❶ $\frac{11}{27}$ ❷ $\frac{1}{3}$

생각톡톡 일반적으로 같지 않다.

문제 1 $\frac{1}{2}$

문제 2 $\frac{8}{21}$

문제 3 $\frac{8}{33}$

문제 4 $\frac{9}{13}$

생각 넓히기 먼저 뽑는 사람이 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{1}{5}$$

나중에 뽑는 사람이 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{1}{5}\times\frac{3}{19}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{19}=\frac{1}{5}$$

따라서 당첨 제비를 뽑을 확률은 뽑는 순서에 상관없이 $\frac{1}{5}$로 같으므로 희정이의 말이 맞다.

탐구 & 융합 62쪽

(1) 검사를 받은 사람 20000명 중 감염자는 10명, 비감염자는 19990명이다. 감염자 중에서 양성 반응을 보인 사람은

$$10\times\frac{90}{100}=9\,(\text{명})$$

비감염자 중에서 음성 반응을 보인 사람은

$$19990\times\frac{90}{100}=17991\,(\text{명})$$

따라서 감염자 중에서 음성 반응을 보인 사람은

$$10-9=1\,(\text{명})$$

비감염자 중에서 양성 반응을 보인 사람은

$$19990-17991=1999\,(\text{명})$$

이 상황을 표로 나타내면 다음과 같다.

(단위: 명)

	양성 반응	음성 반응	합계
감염자	9	1	10
비감염자	1999	17991	19990
합계	2008	17992	20000

(2) (1)의 표에서 구하는 확률은

$$0.0045$$

02 사건의 독립과 종속 63~66쪽

준비하기 (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{4}{9}$

생각 열기 ❶ $\mathrm{P}(B|A)=\frac{5}{9}$

$\mathrm{P}(B)=\frac{5}{9}$

❷ $\mathrm{P}(B|A)=\frac{5}{8}$

$\mathrm{P}(B)=\frac{5}{9}$

문제 1 (1) 종속 (2) 독립

함께하기 ❶

1회	2회	3회	4회	확률
○	○	×	×	$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}$
○	×	○	×	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$
○	×	×	○	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}$
×	○	○	×	$\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}$
×	○	×	○	$\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}$
×	×	○	○	$\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}$

❷ $\frac{25}{216}$

문제 2 $\frac{1053}{3125}$

문제 3 $\frac{63}{64}$

생각 넓히기 $\frac{5}{16}$

Ⅱ-2 중단원 마무리하기 67~69쪽

01 $\frac{2}{3}$

02 $\frac{1}{2}$

03 종속

04 $\frac{1}{4}$

05 $\frac{1}{4}$

06 3

07 $\frac{2}{5}$

08 $\frac{5}{21}$

09 사건 A와 사건 C

10 $\frac{65}{81}$

11 해결 과정 B 팀이 우승하는 경우의 확률은 각각 다음과 같다.

(i) 4번의 경기를 연속하여 모두 이기는 경우

$${}_4C_4\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$$ ▶ 40 %

(ii) 4번의 경기에서 3승 1패를 하고, 마지막 경기를 이기는 경우

$${}_4C_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$ ▶ 40 %

답 구하기 (i), (ii)에서 B 팀이 우승할 확률은

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}=\frac{3}{16}$$ ▶ 20 %

12 감귤이 두 농장 A, B에서 생산된 사건을 각각 A, B, 무게가 잘못 분류된 감귤인 사건을 C라 하자.

$$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{5}$$
$$\mathrm{P}(C|A)=\frac{2}{100}=\frac{1}{50}$$
$$\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$$
$$\mathrm{P}(C|B)=\frac{3}{100}$$

이때 A 농장에서 생산된 감귤이 무게가 잘못 분류된 사건은 $A\cap C$이고, B 농장에서 생산된 감귤이 무게가 잘못 분류된 사건은 $B\cap C$이므로

$$\mathrm{P}(A\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C|A)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{50}=\frac{3}{250}$$
$$\mathrm{P}(B\cap C)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C|B)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{100}=\frac{3}{250}$$

즉, 꺼낸 감귤이 무게가 잘못 분류된 감귤일 확률은

$$\mathrm{P}(C)=\mathrm{P}(A\cap C)+\mathrm{P}(B\cap C)=\frac{3}{250}+\frac{3}{250}=\frac{3}{125}$$

따라서 꺼낸 감귤이 무게가 잘못 분류된 감귤일 때, 그 감귤이 A 농장에서 생산되었을 확률은

$$\mathrm{P}(A|C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap C)}{\mathrm{P}(C)}=\frac{\frac{3}{250}}{\frac{3}{125}}=\frac{1}{2}$$

13 해결 과정 주사위를 한 번 던지는 시행에서 점 P가 시곗바늘이 도는 방향과 반대인 방향으로 움직일 확률은

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$ ▶ 20 %

주사위를 한 번 던지는 시행에서 점 P가 시곗바늘이 도는 방향으로 움직일 확률은

$$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$ ▶ 20 %

주사위를 4번 던지는 시행에서 점 A를 출발한 점 P가

다시 점 A로 되돌아오는 경우는 네 번 모두 같은 방향으로 움직이거나, 두 번은 시곗바늘이 도는 방향과 반대인 방향으로, 두 번은 시곗바늘이 도는 방향으로 움직이는 경우이다. ▶ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 확률은

$${}_4C_0\times\left(\frac{2}{3}\right)^4+{}_4C_4\times\left(\frac{1}{3}\right)^4+{}_4C_2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$=\frac{16}{81}+\frac{1}{81}+\frac{24}{81}$$

$$=\frac{41}{81}$$ ▶ 30 %

Ⅱ 대단원 평가하기 70~73쪽

01 ③ **02** 16개

03 ② **04** $\frac{1}{10}$

05 집합 $A=\{a, b, c\}$의 공집합이 아닌 부분집합의 개수는

7

이 중에서 서로 다른 두 집합을 택하는 경우의 수는

${}_7C_2=21$

택한 두 부분집합 중에서 하나가 다른 하나의 진부분집합이 되는 경우의 수는 그중 한 부분집합의 원소의 개수에 따라 각각 다음과 같다.

(ⅰ) 원소의 개수가 1인 경우

그 집합의 공집합이 아닌 진부분집합이 없으므로 경우의 수는

0

(ⅱ) 원소의 개수가 2인 경우

그 집합의 부분집합의 개수는

${}_3C_2=3$

이때 공집합이 아닌 진부분집합의 개수는 각각 2이므로 구하는 경우의 수는

$3\times2=6$

(ⅲ) 원소의 개수가 3인 경우

그 집합의 부분집합의 개수는

1

이때 공집합이 아닌 진부분집합의 개수는 6이므로 구하는 경우의 수는

$1\times6=6$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 하나가 다른 하나의 진부분집합이 되는 모든 경우의 수는

$6+6=12$

따라서 구하는 확률은

$\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

06 ④ **07** ②

08 ⑤ **09** ④

10 $\frac{1}{3}$ **11** $\frac{1}{3}$

12 $\frac{1}{4}$ **13** 0.48

14 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 허근을 가지는 사건을 A, a가 홀수인 사건을 B라 하자.

$x^2+ax+b=0$이 허근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식 D가

$D=a^2-4b<0$

이어야 하므로

$a^2<4b$

이때 $b\le6$이므로

$a^2<24$

따라서 a는 1, 2, 3, 4 중의 하나이다.

(ⅰ) $a=1$일 때,

b는 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 경우의 수는

6

(ⅱ) $a=2$일 때,

b는 2, 3, 4, 5, 6이므로 경우의 수는

5

(ⅲ) $a=3$일 때,

b는 3, 4, 5, 6이므로 경우의 수는

4

(ⅳ) $a=4$일 때,

b는 5, 6이므로 경우의 수는

2

(ⅰ)~(ⅳ)에서

$n(A)=6+5+4+2=17$

주어진 이차방정식이 허근을 가지고 a가 홀수인 사건은 $A\cap B$이므로 (i), (iii)에서

$$n(A\cap B)=10$$

따라서

$$\mathrm{P}(A)=\frac{17}{36}$$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

즉, 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

$$=\frac{\frac{5}{18}}{\frac{17}{36}}=\frac{10}{17}$$

15 $\frac{19}{36}$

16 ③

17 ②

18 $\frac{11}{20}$

19 $\frac{3}{16}$

20 해결 과정 어느 2개의 점도 같은 모서리의 꼭짓점이 아닌 3개의 점을 택하는 경우는 네 점 A, C, F, H 또는 네 점 B, D, E, G 중에서 3개의 점을 택할 때이므로 그 경우의 수는

$${}_4\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3=8$$ ▶ 40 %

8개의 꼭짓점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$${}_8\mathrm{C}_3=56$$

3개의 점 중에서 어느 2개의 점도 같은 모서리의 꼭짓점이 아닐 확률은

$$\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 3개의 점 중에서 2개의 점이 같은 모서리의 꼭짓점일 확률은

$$1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$ ▶ 20 %

21 해결 과정 A가 최종 우승하는 경우의 확률은 각각 다음과 같다.

(i) 두 번의 경기를 연속하여 모두 이기는 경우

$${}_2\mathrm{C}_2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$$ ▶ 30 %

(ii) 두 번의 경기에서 1승 1패를 하고, 네 번째 경기를 이기는 경우

$${}_2\mathrm{C}_1\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^1\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$$ ▶ 30 %

(iii) 세 번의 경기에서 1승 2패를 하고, 마지막 경기를 이기는 경우

$${}_3\mathrm{C}_1\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$$ ▶ 30 %

답 구하기 (i)~(iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\frac{4}{27}=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$$ ▶ 10 %

22 (1) 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$$6\times6=36$$

이때 $n(A)=1\times6=6$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

첫 번째에 나오는 눈의 수가 4의 배수이고 두 눈의 수의 합이 k인 사건은

$$A\cap B_k$$

이때 첫 번째에 나오는 눈의 수가 4이면 두 눈의 수의 합이 k이기 위해서는 두 번째에 나오는 눈의 수가 $k-4$이어야 하므로

$$n(A\cap B_k)=1$$

에서 $\mathrm{P}(A\cap B_k)=\frac{1}{36}$ ▶ 30 %

두 사건 A와 B_k가 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B_k)=\mathrm{P}(A\cap B_k)$$

에서 $\frac{1}{6}\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{36}$

따라서 $\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{6}$ ▶ 20 %

(2) (1)에서 $\mathrm{P}(B_k)=\frac{1}{6}$이므로

$$n(B_k)=6$$ ▶ 20 %

위의 조건을 만족시키는 경우는

$$B_7=\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$ ▶ 20 %

따라서 구하는 k의 값은 7 ▶ 10 %