

수학 해설 및 정답

I-1. 다항식의 연산

01 [답] 다항식의 덧셈과 뺄셈

기 본

01 [답] (1) 3 (2) $-3y$ (3) $x^3 + 4$

02 [답] (1) $4x^3 - 2x^2y + 8x + 3y^2$
(2) $3y^2 - 2x^2y + 4x^3 + 8x$

03 [답] (1) $-3x^3 + 10x^2 + x + 17$
(2) $10x^3 - 15x^2 + 26x - 42$

04 [답] (1) $x^2 - 9xy + 9y^2$ (2) $-9x^2 + 5xy - 5y^2$

표 준

01 [답] $-12x^2 + 3xy + 4y^2$
 $(x^2 + xy - 3y^2) - 2(4y^2 - xy + 2x^2)$
 $+ (-9x^2 + 15y^2)$
 $= (x^2 + xy - 3y^2) + (-8y^2 + 2xy - 4x^2)$
 $+ (-9x^2 + 15y^2)$
 $= -12x^2 + 3xy + 4y^2$

02 [답] (1) $-x^2 - 9xy + 13y^2$ (2) $9x^2 + xy - 24y^2$
(1) $3A - (B - 2C) = 3A - B + 2C$
 $= 3(x^2 - 3xy + 2y^2) - (2x^2 + 2xy + y^2)$
 $+ 2(-x^2 + xy + 4y^2)$
 $= (3x^2 - 9xy + 6y^2) + (-2x^2 - 2xy - y^2)$
 $+ (-2x^2 + 2xy + 8y^2)$
 $= -x^2 - 9xy + 13y^2$
(2) $-2A + 2(B - C) - (4C - A)$
 $= -A + 2B - 6C$
 $= -(x^2 - 3xy + 2y^2) + 2(2x^2 + 2xy + y^2)$
 $- 6(-x^2 + xy + 4y^2)$
 $= (-x^2 + 3xy - 2y^2) + (4x^2 + 4xy + 2y^2)$
 $+ (6x^2 - 6xy - 24y^2)$
 $= 9x^2 + xy - 24y^2$

03 [답] $-x^2 + 3xy$

$3X = A + 6B$ 에서 $X = \frac{1}{3}A + 2B$ 이므로

$$X = \frac{1}{3}(3x^2 + 3xy + 6y^2) + 2(-x^2 + xy - y^2)$$
$$= (x^2 + xy + 2y^2) + (-2x^2 + 2xy - 2y^2)$$
$$= -x^2 + 3xy$$

04 [답] $A = x^2 + xy + 2y^2$, $B = 2x^2 - 3xy - 3y^2$

$A + B = 3x^2 - 2xy - y^2$ ①

$A - B = -x^2 + 4xy + 5y^2$ ②

① + ② 에서 $2A = 2x^2 + 2xy + 4y^2$

즉 $A = x^2 + xy + 2y^2$

① - ② 에서 $2B = 4x^2 - 6xy - 6y^2$

즉 $B = 2x^2 - 3xy - 3y^2$

발 전

01 [답] $-2x^3 + 3x^2 - 7x - 10$

$2(X + A) = -2A - B$ 에서 $X = -2A - \frac{1}{2}B$ 이므로

$$X = -2(x^3 - 2x^2 + 5x + 3) - \frac{1}{2}(2x^2 - 6x + 8)$$
$$= (-2x^3 + 4x^2 - 10x - 6) + (-x^2 + 3x - 4)$$
$$= -2x^3 + 3x^2 - 7x - 10$$

02 [답] $A = x^2 + y^2$, $B = 2x^2 - 2xy - y^2$

$2A + B = 4x^2 - 2xy + y^2$ ①

$3A - 2B = -x^2 + 4xy + 5y^2$ ②

① $\times 2$ + ② 에서 $7A = 7x^2 + 7y^2$

즉 $A = x^2 + y^2$

① $\times 3$ - ② $\times 2$ 에서 $7B = 14x^2 - 14xy - 7y^2$

즉 $B = 2x^2 - 2xy - y^2$

I-1. 다항식의 연산

02 다항식의 곱셈과 나눗셈

기 본

01 [답] -7

02 [답] (1) $8x^3 + 12x^2y + 3xy^2 + y^3$ (2) $a^3 - 8b^3$

03 [답] $4x, 2, 3x^2, -4x^2, -4x^2, 2x, 6, 1$

04 [답] (1) $2x^3 + x^2 - 4x - 7$
(2) $-3x^3 + 4x^2$

표 준

01 [답] $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$

$$\begin{aligned}(x-1)^3(x+1)^3 &= \{(x-1)(x+1)\}^3 \\ &= (x^2-1)^3 \\ &= (x^2)^3 - 3(x^2)^2 + 3x^2 - 1 \\ &= x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1\end{aligned}$$

02 [답] (1) 40 (2) 5

$$\begin{aligned}(1) \quad a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 4^3 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad x^2 + y^2 + z^2 &= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ &= 3^2 - 2 \cdot 2 = 5\end{aligned}$$

03 [답] 11

$$\begin{aligned}2x^2 + 5x - 4 \text{를 } x-2 \text{로 나누었을 때의 몫이} \\ 2x+9, \text{ 나머지가 } 14 \text{이므로} \\ Q(x) &= 2x+9 \\ \text{따라서 } Q(1) &= 2 \cdot 1 + 9 = 11\end{aligned}$$

04 [답] 2

$$\begin{aligned}x^3 - 2x^2 + 3x - 5 \text{를 } x^2 + x + 1 \text{로 나누었을 때} \\ \text{의 몫이 } x-3, \text{ 나머지가 } 5x-2 \text{이므로} \\ a &= -3, b = 5 \\ \text{따라서 } a+b &= 2\end{aligned}$$

발 전

01 [답] 270

두 정육면체의 부피의 합이 243이므로

$$a^3 + b^3 = 243$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \text{이므로}$$

$$9^3 = 243 + 3ab \times 9 \text{에서 } ab = 18$$

따라서 두 정육면체의 겉넓이의 합은

$$\begin{aligned}6(a^2 + b^2) &= 6\{(a+b)^2 - 2ab\} \\ &= 6(9^2 - 2 \times 18) \\ &= 6 \times 45 = 270\end{aligned}$$

02 [답] 몫: $\frac{1}{3}\{xQ(x) + R\}$, 나머지: $\frac{2}{3}R$

$$f(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + R \text{이므로}$$

$$xf(x) = x\left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + xR$$

$$= (3x-2) \cdot \frac{1}{3}xQ(x)$$

$$+ (3x-2) \cdot \frac{1}{3}R + \frac{2}{3}R$$

$$= (3x-2) \cdot \frac{1}{3}\{xQ(x) + R\} + \frac{2}{3}R$$

따라서 $xf(x)$ 를 $3x-2$ 로 나누었을 때의 몫은

$$\frac{1}{3}\{xQ(x) + R\}, \text{ 나머지는 } \frac{2}{3}R \text{이다.}$$

I -1. 다항식의 연산

- 01 ④ 02 ③ 03 해설 참조
 04 해설 참조 05 ⑤ 06 $-16x-3$
 07 ⑤ 08 ② 09 ③ 10 해설 참조
 11 (1) 26 (2) 124 12 ② 13 ④ 14 ①
 15 $4x^3 - 52x^2 + 160x$ 16 ② 17 180π
 18 해설 참조 19 ④ 20 -1 21 ③
 22 ⑤ 23 해설 참조 24 ②

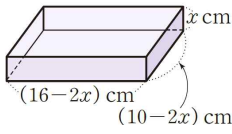
- 01 $(3a^2 - 6ab + 2b^2) + (2a^2 - 3ab - 4b^2)$
 $= 5a^2 - 9ab - 2b^2$
- 02 $(2x^4 + 3x^3 - 4x + 3) - (x^3 + 2x - 4)$
 $= 2x^4 + 2x^3 - 6x + 7 = 7 - 6x + 2x^3 + 2x^4$
- 03 (1) $3(2a+1) - 2(a-2) = 4a+7$
 (2) $2(x+4) - (x+1) = 2x+8-x-1 = x+7$
 (3) $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{3}(x-9) = \frac{1}{6}x+6$
 (4) $\frac{a}{3} + \frac{a+5}{6} = \frac{2a+a+5}{6} = \frac{3a+5}{6}$
- 04 (1) $(6x^2 + 3x - 2) + (x^2 + 3x - 4)$
 $= 7x^2 + 6x - 6$
 (2) $(x^2 - 3x + 6) - (2x^2 - x + 3)$
 $= -x^2 - 4x + 9$
 (3) $x^3 + 2x^2 + 4 + 2(x^3 - 3x^2 + 4x - 7)$
 $= 3x^3 - 4x^2 + 8x - 10$
 (4) $3x^3 + 7x^2 + 5x - (2x^3 + 6x^2 + 1)$
 $= x^3 + x^2 + 5x - 1$
- 05 $3A + 2B$
 $= 3(2x^2 + 3xy - 5y^2) + 2(3x^2 - xy + 4y^2)$
 $= 12x^2 + 7xy - 7y^2$
- 06 **해결 과정** 다항식 $2x^3 - 7x + 2$ 에서 잘못 더한 어떤 식을 X 라 하면
 $2x^3 - 7x + 2 + X = 4x^3 + 2x + 7$
 이므로 $X = 2x^3 + 9x + 5$ ▶ 4점

답 구하기 따라서 바르게 계산한 답은

$$2x^3 - 7x + 2 - (2x^3 + 9x + 5) = -16x - 3$$

▶ 2점

- 07 $x = a^2 + b^2$, $y = a^2 - b^2$ 에서
 $x + y = 2a^2$, $x - y = 2b^2$ 이므로
 $\frac{(x+y) - (x-y)}{4} = \frac{2a^2 - 2b^2}{4} = \frac{a^2 - b^2}{2}$
- 08 $A = x^3 - xy^2 + 3y^3$, $B = 3x^3 - 4xy^2$ 이므로
 $2A + X = B$ 에서
 $2(x^3 - xy^2 + 3y^3) + X = 3x^3 - 4xy^2$
 따라서 $X = x^3 - 2xy^2 - 6y^3$
- 09 $A \odot B = A - 3B$ 이므로
 $(x^2 - xy + 3y^2) \odot (3x^2 + 2xy - y^2)$
 $= (x^2 - xy + 3y^2) - 3(3x^2 + 2xy - y^2)$
 $= -8x^2 - 7xy + 6y^2$
- 10 (1) $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
 (2) $(3x+y)(3x-y) = 9x^2 - y^2$
 (3) $(x-5)^3 = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$
 (4) $(3x+1)(9x^2 - 3x + 1) = 27x^3 + 1$
- 11 (1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 26$
 (2) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 124$
- 12 $(1 - 2x + 3x^2)^2$ 을 전개하였을 때, x^3 항이 나오는 것은 $3x^2 \times (-2x)$, $-2x \times 3x^2$
 즉, x^3 의 계수는 -12 이다.
- 13 $(1-x)(1-y)(1-z)$
 $= 1 - (x+y+z) + (xy+yz+zx) - xyz$
 $= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$
- 14 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=6$ 에서
 $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$
 이므로 $ab+bc+ca = -1$
 $a^3+b^3+c^3$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca) + 3ab$
 $= 2 \cdot \{6 - (-1)\} + 3 \cdot 4 = 26$

- 15 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이가 x cm 이므로 상자의 부피를 $V(x)$ 라 하면
- 
- $$V(x) = x(16-2x)(10-2x)$$
- $$= 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

- 16 가로 길이를 x , 세로 길이를 y 라 하면 둘레의 길이가 32이고, 넓이가 56이므로
- $$x + y = 16, \quad xy = 56$$
- 대각선의 길이를 a 라 하면
- $$a = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x+y)^2 - 2xy}$$
- $$= \sqrt{16^2 - 2 \cdot 56} = \sqrt{256 - 112} = 12$$

- 17 **문제 이해** 작은 두 구의 반지름의 길이를 각각 a , b 라 하면
- $$a + b = 9 \quad \text{▶ 2점}$$
- 작은 두 구의 부피의 합이 324π 이므로
- $$\frac{4}{3}\pi(a^3 + b^3) = 324\pi$$
- $$a^3 + b^3 = 243 \quad \text{▶ 2점}$$
- 해결 과정** $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ 에서
- $$243 = 9^3 - 3ab \cdot 9$$
- $$ab = 18 \quad \text{▶ 2점}$$
- 답 구하기** 따라서 작은 두 구의 겹넓이의 합은
- $$4\pi(a^2 + b^2) = 180\pi \quad \text{▶ 2점}$$

- 18 **해결 과정** 주어진 등식을 정리하면
- $$(a+c)^2 - b^2 = b^2 - (a-c)^2 \quad \text{▶ 3점}$$
- $$a^2 + 2ac + c^2 - b^2 = b^2 - a^2 + 2ac - c^2$$
- $$2a^2 + 2c^2 = 2b^2, \quad \text{즉} \quad a^2 + c^2 = b^2 \quad \text{▶ 3점}$$
- 답 구하기** 따라서 주어진 등식을 만족시키는 삼각형은 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형이다. ▶ 2점

- 19 $(6x^5y^2 - 12x^2y^4) \div ax^2y = \frac{6}{a}x^3y - \frac{12}{a}y^3$
- $$= 3x^by - cy^b$$
- 따라서 $a = 2, b = 3, c = 6, d = 3$ 이므로
- $$a + b + c + d = 14$$

- 20 $a = 1, b = 2, c = 2, d = -6$ 이므로
- $$a + b + c + d = -1$$

$$\begin{array}{r} 2x - 1 \\ x^2 - 2x \overline{) 2x^3 - 5x^2 + 3} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ -x^2 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 3 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = 2x - 1, R(x) = -2x + 3$ 이므로

$$Q(2) + R(0) = 3 + 3 = 6$$

- 22 $f(x) = (2x - 5)(x^2 + 2x + 1) + 3$ 이므로
- $$f(1) = (2 - 5)(1 + 2 + 1) + 3 = 9$$

- 23 **해결 과정** 다항식 $4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ 를 다항식 $f(x)$ 로 나누었을 때의 몫이 $4x + 10$ 이고, 나머지가 $x - 35$ 이므로
- $$4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$$
- $$= f(x)(4x + 10) + x - 35 \quad \text{▶ 4점}$$
- 답 구하기** 따라서
- $$f(x) = \{4x^3 + 2x^2 - 3x + 5 - (x - 35)\} \div (4x + 10)$$
- $$= x^2 - 2x + 4$$
- 이므로
- $$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 4 = 4 \quad \text{▶ 4점}$$

- 24 $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R$
- $$= \frac{1}{2}(2x - 1)Q(x) + R$$
- $$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2}Q(x) + R$$
- 따라서 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{2}Q(x)$ 이고, 나머지는 R 이다.

I-2. 나머지정리와 인수분해

01 항등식

기 본

01 [답] \angle, \angle, \square

02 [답] 3

03 [답] (1) 4 (2) -2

04 [답] -1

표 준

01 [답] $a=-1, b=-3, c=3$

$$a(x+y)-b(x-y)+3=2x-4y+c \text{에서}$$

$$(a-b)x+(a+b)y+3=2x-4y+c \text{이므로}$$

$$a-b=2, a+b=-4, c=3$$

따라서 $a=-1, b=-3, c=3$

02 [답] 6

$$x^2+2x-4=x^2+(1+a)x+a+b \text{이므로}$$

$$1+a=2, a+b=-4$$

따라서 $a=1, b=-5$ 이므로

$$a-b=6$$

03 [답] $a=1, b=-1, c=2$

$$x=1 \text{을 대입하면 } c=2$$

$$x=0 \text{을 대입하면 } a-b=2$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } a+b=0$$

따라서 $a=1, b=-1, c=2$

04 [답] x

몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$x^{10}=x(x-1)Q(x)+ax+b \text{이므로}$$

$$1=a+b \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$0=b \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a=1, b=0$

따라서 구하는 나머지는 x 이다.

발 전

01 [답] 3

$$x=1 \text{을 대입하면}$$

$$1+2k-1+ak+4a+b+3=0$$

$$(2+a)k+4a+b+3=0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$2+a=0, 4a+b+3=0$$

$$a=-2, b=5$$

따라서 $a+b=3$

02 [답] 62

$$x=1 \text{을 대입하면}$$

$$(1-3+1)^3=a_6+a_5+\cdots+a_1+a_0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x=-1 \text{을 대입하면}$$

$$(1+3+1)^3=a_6-a_5+\cdots-a_1+a_0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 을 하면

$$-1+125=2(a_6+a_4+a_2+a_0)$$

$$a_0+a_2+a_4+a_6=62$$

I-2. 나머지정리와 인수분해

02 나머지정리

기 본

01 [답] (1) -7 (2) -1

02 [답] -2

03 [답] 1

04 [답] (가) 1 (나) 5 (다) 1 (라) 4

표 준

01 [답] 3

$f(3) = 2$, $g(3) = -5$ 이므로 구하는 나머지는
 $4f(3) + g(3) = 4 \cdot 2 - 5 = 3$

02 [답] 2

다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나누었을 때의 몫을
 $Q(x)$, 나머지를 $R(x) = ax + b$ (a, b 는 상수)라
 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 1)Q(x) + R(x) \\ &= (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

이때 $f(1) = 3$, $f(-1) = 5$ 이므로

$$a + b = 3, \quad -a + b = 5$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = -1, \quad b = 4$$

따라서 $R(x) = -x + 4$ 이므로

$$R(2) = -2 + 4 = 2$$

03 [답] $a = -2$, $b = -1$

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ 라 하면

$$f(-1) = 0, \quad f(2) = 0 \text{이므로}$$

$$-1 + a - b + 2 = 0, \quad 8 + 4a + 2b + 2 = 0$$

$$a - b = -1, \quad 2a + b = -5$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = -2, \quad b = -1$$

04 [답] -4

$$2a + 2 = 0 \text{이므로 } a = -1$$

b 는 x 항의 계수이므로 $b = 0$

$$c = -2 - 1 = -3$$

$$d = ac = 3$$

$$e = 3a = -3$$

따라서

$$a + b + c + d + e = -1 + 0 - 3 + 3 - 3 = -4$$

발 전

01 [답] 1

$f(x) = x^{10} + x^9 + 1$ 이라 하면 $f(1) = 3$ 이므로

$$f(x) = (x-1)Q(x) + 3$$

$Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는

$Q(-1)$ 이므로 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$f(-1) = -2Q(-1) + 3$$

$$1 = -2Q(-1) + 3, \quad 2Q(-1) = 2$$

따라서 $Q(-1) = 1$

02 [답] 29

$$P(1) - 1 = 0, \quad P(2) - 2 = 0, \quad P(3) - 3 = 0,$$

$$P(4) - 4 = 0 \text{이므로}$$

$$f(x) = P(x) - x \text{라 하면}$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 0$$

따라서 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 이므로

$$P(x) = f(x) + x$$

$$= (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + x$$

이때 $P(x)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 나머지는

$P(5)$ 이므로

$$P(5) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 = 29$$

I-2. 나머지정리와 인수분해

03 [답] 인수분해

기 본

01 [답] (1) $(x-3)^3$ (2) $(x+2y)^3$

02 [답] $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

03 [답] (1) $(a-b+c)^2$ (2) $(x+y+2)^2$

04 [답] (1) $(x-1)(x+2)(x-3)$
(2) $(x+1)(x-2)(x^2-2x+2)$

표 준

01 [답] $-(x+1)(5x-7)$
 $x-2 = X, 2x-1 = Y$ 라 하면
 $3(x-2)^2 - 2(x-2)(2x-1) - (2x-1)^2$
 $= 3X^2 - 2XY - Y^2$
 $= (3X+Y)(X-Y)$
 $= \{3(x-2) + (2x-1)\} \{(x-2) - (2x-1)\}$
 $= (5x-7) \cdot (-x-1)$
 $= -(x+1)(5x-7)$

02 [답] $-3b-2c$
 $a^2 - 6ab + 9b^2 - 4c^2 = (a^2 - 6ab + 9b^2) - 4c^2$
 $= (a-3b)^2 - (2c)^2$
 $= (a-3b+2c)(a-3b-2c)$
따라서 $\square = -3b-2c$

03 [답] 5
 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ 라 하면 $f(1) = 0$
즉, 다항식 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 가지므로
 $x^3 + 3x^2 + 4 = (x-1)(x^2 + 4x + 4)$
 $= (x+2)^2(x-1)$
따라서 $a=2, b=-1$ 이므로
 $2a-b=5$

04 [답] ③

$$f(-1) = 2a - 8 = 0 \text{이므로 } a = 4$$

따라서 $f(x) = x^3 + 4x^2 + 7x + 4$ 이므로 $f(x)$ 를
인수분해하면

$$f(x) = (x+1)(x^2 + 3x + 4)$$

발 전

01 [답] $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$
 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4) + 24$
 $= \{(x-1)(x+2)\} \{(x-3)(x+4)\} + 24$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-12) + 24$
 $x^2+x=t$ 로 놓으면
(주어진 식)
 $= (t-2)(t-12) + 24$
 $= t^2 - 14t + 48$
 $= (t-6)(t-8)$
 $= (x^2+x-6)(x^2+x-8)$
 $= (x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

02 [답] 이등변삼각형

$\langle a, b, c \rangle + \langle b, c, a \rangle + \langle c, a, b \rangle$
 $= (a-b)c^2 + (b-c)a^2 + (c-a)b^2$
이므로 전개하여 c 에 대한 내림차순으로 정리
한 후, 인수분해하면
 $(a-b)c^2 - (a^2-b^2)c + a^2b - ab^2$
 $= (a-b)c^2 - (a-b)(a+b)c + ab(a-b)$
 $= (a-b)\{c^2 - (a+b)c + ab\}$
 $= (a-b)(c-a)(c-b)$
즉, $(a-b)(c-a)(c-b) = 0$ 이므로
 $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$
따라서 이 삼각형은 $a=b$ 또는 $b=c$ 또는
 $c=a$ 인 이등변삼각형이다.

I -2. 나머지정리와 인수분해

- 01 ① 02 ② 03 7 04 ③ 05 ⑤
 06 ⑤ 07 ③ 08 ② 09 ① 10 ③
 11 -8 12 ①
 13 (1) $(x+4y)^3$ (2) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$
 14 $(x^2-2)(x^2+4)$ 15 6 16 ④
 17 ④ 18 ⑤ 19 ③ 20 ③ 21 ③
 22 ① 23 228 24 ⑤

- 02 $x^2+ax+6=bx^2+(bc+2)x+2c$
 이 식이 x 에 대한 항등식이므로
 $b=1, bc+2=a, 2c=6$
 따라서 $a=5, b=1, c=3$ 이므로
 $a+b+c=9$
- 03 **문제 이해** 주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입
 하면 $1-a-1+b=0$
 $a=b$ ㉠
 주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $16+8a+2+b=0$
 $8a+b+18=0$ ㉡ ▶ 3점
해결 과정 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=-2, b=-2$
 따라서 주어진 등식은
 $x^4-2x^3+x-2=(x+1)(x-2)f(x)$ ▶ 2점
답 구하기 이 등식의 양변에 $x=3$ 을 대입하면
 $81-54+3-2=4f(3), 28=4f(3)$
 $f(3)=7$ ▶ 3점
- 04 직선 l 의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x+2$
 이것을 $x^2+ay^2+bx+16=0$ 에 대입하면
 $x^2+a\left(-\frac{1}{2}x+2\right)^2+bx+16=0$
 $\left(1+\frac{a}{4}\right)x^2-(2a-b)x+(4a+16)=0$
 이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $1+\frac{a}{4}=0, 2a-b=0, 4a+16=0$
 $a=-4, b=-8$
 따라서 $|a|+|b|=12$

- 05 $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 몫을
 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b(a, b$ 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$
 $= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$
 (가), (나)에 의하여
 $f(1)=f(0)+0=5, f(2)=f(1)+1=6$
 이므로
 $f(1)=a+b=5, f(2)=2a+b=6$
 위의 두 식을 연립하여 풀면
 $a=1, b=4$
 따라서 구하는 나머지는 $x+4$
- 07 $f(4)=13$ 이므로 $(x-2)f(x)$ 를 $x-4$ 로 나
 누었을 때의 나머지는
 $(4-2)f(4)=2f(4)=2 \times 13=26$
- 08 $R_1=f(1)=6-a$
 $R_2=f(-1)=6+a$
 $R_1-R_2=-2a=28$
 따라서 $a=-14$
- 09 다항식 $f(x)$ 를 $(x-5)(x+3)$ 으로 나누었을
 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b(a, b$ 는 상
 수)라 하면
 $f(x)=(x-5)(x+3)Q(x)+ax+b$
 나머지정리에 의하여
 $f(5)=5a+b=6$ ㉠
 $f(-3)=-3a+b=-10$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=2, b=-4$
 따라서 $R(x)=2x-4$ 이므로
 $R(1)=-2$
- 11 **문제 이해** $f(a)=f(b)=0$ 이므로
 $f(x)=(x-a)(x-b)$
 로 놓자. ▶ 2점
해결 과정 $f(0)=7$ 에서 $ab=7$
 a, b 는 서로 다른 자연수이므로
 $a=1, b=7$ 또는 $a=7, b=1$ ▶ 3점
답 구하기 따라서 $f(x)=(x-1)(x-7)$ 이므로
 다항식 $f(x)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 나머지는
 $f(5)=4 \cdot (-2)=-8$ ▶ 3점

$$\begin{array}{ccccccc}
 12 & -2 & 4 & 6 & \boxed{-12} & -11 & \\
 & & & \boxed{-8} & 4 & 16 & \\
 & & 4 & -1 & -8 & \boxed{5} &
 \end{array}$$

따라서 $-12 + (-8) + 5 = -15$

$$\begin{aligned}
 14 \quad x^2 &= X \text{로 놓으면} \\
 x^4 + 2x^2 - 8 &= X^2 + 2X - 8 \\
 &= (X-2)(X+4) \\
 &= (x^2-2)(x^2+4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad &\text{해결 과정 } x^4 - 18x^2 + 81 \\
 &= (x^2-9)^2 = (x+3)^2(x-3)^2 \quad \blacktriangleright 4\text{점} \\
 &\text{답 구하기 이때 } a > b \text{이므로 } a = 3, b = -3 \\
 &\text{따라서 } a - b = 6 \quad \blacktriangleright 4\text{점}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad (a-b)^3 - b^3 \\
 &= \{(a-b)-b\}\{(a-b)^2 + (a-b)b + b^2\} \\
 &= (a-2b)(a^2 - ab + b^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17 \quad x^3 + 2x^2 + 2x + 1 &= (x+1)(x^2 + x + 1) \\
 \text{따라서 인수인 것은 } &\text{④ } x^2 + x + 1 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18 \quad f(-1) &= 0, f(2) = 0 \text{이므로} \\
 -p + q + 1 &= 0, 2p + q + 16 = 0 \\
 \text{위의 두 식을 연립하여 풀면} \\
 p &= -5, q = -6 \\
 \text{주어진 다항식은 } &x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \text{이므로} \\
 x^3 + 2x^2 - 5x - 6 &= (x+1)(x-2)(x+3) \\
 \text{따라서 다항식 } f(x) \text{의 또 다른 인수인 것은 } &\text{⑤ } x+3 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19 \quad (x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + k \\
 &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5) + k \\
 &= (x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + k \\
 x^2 + 8x &= X \text{로 놓으면} \\
 (X+7)(X+15) + k \\
 &= X^2 + 22X + 105 + k \\
 \text{이 식이 완전제곱식이 되려면} \\
 105 + k &= 11^2 \\
 \text{따라서 } k &= 121 - 105 = 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20 \quad f(x) &= ax^4 + bx^3 + cx - a \text{로 놓으면 } x+1 \text{이} \\
 &\text{다항식 } f(x) \text{의 인수이므로 } f(-1) = 0 \\
 f(-1) &= a - b - c - a = 0 \text{에서 } b = -c \\
 ax^4 + bx^3 + cx - a \\
 &= ax^4 - cx^3 + cx - a \\
 &= a(x^4 - 1) - cx(x^2 - 1) \\
 &= a(x^2 + 1)(x^2 - 1) - cx(x^2 - 1) \\
 &= (x^2 - 1)(ax^2 - cx + a) \\
 &= (x+1)(x-1)(ax^2 - cx + a) \\
 \text{따라서 인수가 반드시 될 수 있는 것은 } &\text{③ } x-1 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21 \quad (x^3 + 7x^2 - 17x + 9)\pi &= (x-1)^2(x+9)\pi \text{이므로} \\
 &\text{주어진 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는} \\
 &x-1, \text{ 높이는 } x+9 \text{이다.} \\
 \text{따라서 구하는 원기둥의 겉넓이는} \\
 2\pi(x-1)(x+9) + 2\pi(x-1)^2 \\
 &= 2\pi(x-1)(x+9+x-1) \\
 &= 4\pi(x-1)(x+4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22 \quad f(x) &= (x-1)(x^2 + 2x - 3) \\
 &= (x-1)^2(x+3) \\
 \text{이므로 } f(11) &= 10^2 \cdot 4 = 1400
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23 \quad &\text{문제 이해 } 15 = x \text{로 놓으면} \quad \blacktriangleright 1\text{점} \\
 &\text{해결 과정 } 15^3 + 15^2 - 15 + 2 \\
 &= x^3 + x^2 - x + 2 \\
 &= (x+2)(x^2 - x + 1) \\
 3587 &= (15+2)(15^2 - 15 + 1) = 17 \times 211 \\
 &\quad \blacktriangleright 6\text{점} \\
 &\text{답 구하기 따라서 } a + b = 228 \quad \blacktriangleright 1\text{점}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 24 \quad a^3 + c^3 + a^2c + ac^2 - ab^2 - b^2c \\
 &= (a+c)(a^2 - ac + c^2) + ac(a+c) - b^2(a+c) \\
 &= (a+c)\{(a^2 - ac + c^2) + ac - b^2\} \\
 &= (a+c)(a^2 + c^2 - b^2) = 0 \\
 a+c &\neq 0 \text{이므로} \\
 a^2 + c^2 - b^2 &= 0, \text{ 즉 } a^2 + c^2 = b^2 \\
 \text{따라서 주어진 조건을 만족하는 삼각형은 빗변의} \\
 &\text{길이가 } b \text{인 직각삼각형이다.}
 \end{aligned}$$

I 다항식

- 01 ⑤ 02 ② 03 ④ 04 ② 05 ③
 06 ① 07 ② 08 ① 09 ② 10 ②
 11 ④ 12 ③ 13 ④ 14 ③ 15 ②
 16 ④ 17 ② 18 ① 19 ② 20 $\sqrt{5}$
 21 (1) 해설 참조 (2) 8 22 220
 23 (1) 해설 참조 (2) 22 24 -1
 25 (1) 해설 참조 (2) 31, 43

- 03 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
 $= \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}$
 $= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$
 $= \{(x^2-5x-2)+6\}\{(x^2-5x-2)+8\}$
 $= 6 \times 8 = 48$
- 04 $(x-1)(y-1) = xy - (x+y) + 1 = 8$
 이때 $xy = 2$ 이므로
 $2 - (x+y) + 1 = 8, \quad x+y = -5$
 따라서
 $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= (-5)^3 - 3 \cdot 2 \cdot (-5) = -95$
- 05 $2x^3 - 3x^2 + ax - 3$ 을 $x^2 - x + b$ 로 나누었을 때
 의 몫이 $2x-1$, 나머지가 $(a+2b-1)x-2+b$
 이다.
 이때 나머지가 0이어야 하므로
 $a+2b-1=0, \quad -2+b=0$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-3, \quad b=2$
 따라서 $a+b=-1$
- 06 $A = (x+1)(x^2-x+1) + 2 = x^3+3$
 다항식 $A = x^3+3$ 을 x^2+x 로 나누면 몫이
 $x-1$ 이므로 $Q(x) = x-1$
 따라서 $Q(4) = 3$
- 08 $x=-2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \quad \cdots \textcircled{1}$
 $x^2=2$ 를 대입하면 $0 = 4 + 2a + b \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-6, \quad b=8$
 따라서 $a+b=2$

- 09 $k(x^2-y^2-7) + (x-y-1) = 0$ 이 k 에 대한
 항등식이므로 $x^2-y^2=7, \quad x-y=1$
 이때 $x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$ 이므로
 $x+y=7$
- 11 $f(1)+g(1)=0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $f(1)-g(1)=2 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $f(1)=1, \quad g(1)=-1$
 $\neg. F(x) = f(x) - x^3$ 이라 하면
 $F(1) = f(1) - 1 = 1 - 1 = 0$
 $\angle. G(x) = g(x) - x^2$ 이라 하면
 $G(1) = g(1) - 1 = -1 - 1 = -2$
 $\sqsubset. H(x) = f(x)g(x) + 1$ 이라 하면
 $H(1) = f(1)g(1) + 1 = 1 \cdot (-1) + 1 = 0$
 따라서 $x-1$ 로 나누어떨어지는 것은 \neg, \sqsubset 이다.
- 12 $P(x)$ 를 $(x-1)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을
 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면
 $P(x) = (x-1)(x-3)Q(x) + ax+b$
 조건 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여
 $P(1) = 2, \quad P(3) = P(1) + 4 = 6$ 이므로
 $P(1) = a+b=2, \quad P(3) = 3a+b=6$
 위의 두 식을 연립하여 풀면
 $a=2, \quad b=0$ 이므로 구하는 나머지는 $2x$
- 13 $f(2x+3)$ 이 $x+2$ 로 나누어떨어지므로
 $f(-4+3) = 0$, 즉 $f(-1) = 0$
 $f(-1) = -1 - 4 + a - 3 = 0$ 에서 $a=8$
- 17 $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$
 $= (x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4) - 4x^2y^2$
 $= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$
 따라서 $abcd = 2 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 3 = -36$
- 18 $f(x) = x^3 - 10x^2 + 11x - 2$ 라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 갖는
 다. 이때
 $x^3 - 10x^2 + 11x - 2 = (x-1)(x^2 - 9x + 2)$
 따라서 $a=-1, \quad b=2$ 이므로 $a+b=1$

- 19 a, b, c 가 서로 다른 세 양의 정수이므로
 $a < b < c$ 라 하면 $abc = 6$ 이므로
 $a = 1, b = 2, c = 3$
 $x^3 + px^2 + qx + 6 = (x+1)(x+2)(x+3)$
 $= x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
따라서 $p = 6, q = 11$ 이므로 $p^2 + q^2 = 157$

- 20 **해결 과정** $2x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x + 2$ 를
 $x^2 + x - 1$ 로 나누면 몫이 $2x^2 - x - 1$, 나머지가
 $2x + 1$ 이고, $x^2 + x - 1 = 0$ 이므로
 $2x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x + 2$
 $= (x^2 + x - 1)(2x^2 - x - 1) + 2x + 1$
 $= 2x + 1$ ▶ 4점

답 구하기 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 양의 근이
 $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 이므로 구하는 식의 값은
 $2 \times \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + 1 = \sqrt{5}$ ▶ 2점

- 21 (1) 세 삼각형 OAB, OBC, OCA는 모두 직각
삼각형이므로 그 넓이는 각각
 $\triangle OAB = \frac{1}{2}ab, \triangle OBC = \frac{1}{2}bc,$
 $\triangle OCA = \frac{1}{2}ca$ ▶ 2점
(2) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$
이므로 조건 (가), (나)에 의하여
 $8^2 = 32 + 2(ab+bc+ca),$
 $ab+bc+ca = 16$ ▶ 4점
따라서 세 삼각형의 넓이의 합은
 $\frac{1}{2}(ab+bc+ca) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ ▶ 2점

- 22 **문제 이해** $f(x) + g(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때
의 나머지가 10, $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2$ 을 $x-3$
으로 나누었을 때의 나머지가 48이므로
 $f(3) + g(3) = 10, \{f(3)\}^2 + \{g(3)\}^2 = 48$
▶ 2점
해결 과정 $2f(3)g(3)$
 $= \{f(3) + g(3)\}^2 - [\{f(3)\}^2 + \{g(3)\}^2]$
즉, $f(3)g(3) = \frac{1}{2}(100 - 48) = 26$ ▶ 2점

답 구하기 따라서

$$\begin{aligned} & \{f(3)\}^3 + \{g(3)\}^3 \\ &= \{f(3) + g(3)\}^3 - 3f(3)g(3)\{f(3) + g(3)\} \\ &= 10^3 - 3 \cdot 26 \cdot 10 = 220 \end{aligned}$$

▶ 2점

- 23 (1) $aP_3(x) + bP_2(x) + cP_1(x) + d$
 $= a(x+1)(x+2)(x+3)$
 $+ b(x+1)(x+2) + c(x+1) + d$
▶ 2점
(2) $a(x+1)(x+2)(x+3)$
 $+ b(x+1)(x+2) + c(x+1) + d$
 $= 2x^3 + 4x^2 + x + 1$
 $x = -1$ 을 대입하면 $d = 2$
 $x = -2$ 를 대입하면 $-c + 2 = -9, c = 11$
 $x = -3$ 을 대입하면 $2b - 20 = 20, b = 0$
 $x = 0$ 을 대입하면 $6a + 13 = 1, a = -2$
▶ 4점
따라서 $ab + cd = 22$ ▶ 1점

- 24 **문제 이해** $h(x) = x^4 + 3x^3 - 4x$ 라 하면
 $h(1) = 0$ 이므로 $x-1$ 을 인수로 갖는다. ▶ 2점
해결 과정 $x^4 + 3x^3 - 4x$ 를 인수분해하면
 $x^4 + 3x^3 - 4x = x(x-1)(x^2 + 4x + 4)$
 $= x(x-1)(x+2)^2$
이때 $f(0) \neq 0, g(1) \neq 0$ 이므로
 $f(x) = (x-1)(x+2)$
 $g(x) = x(x+2)$ ▶ 3점
답 구하기 따라서 $g(-1) = (-1) \cdot 1 = -1$
▶ 1점

- 25 (1) $x^6 - 1$
 $= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$
 $= (x+1)(x^2 - x + 1)(x-1)(x^2 + x + 1)$
 $= (x-1)(x+1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$
▶ 2점
(2) (1)의 식에 $x = 6$ 을 대입하면
 $6^6 - 1 = 5 \cdot 7 \cdot 31 \cdot 43$ ▶ 2점
따라서 구하는 두 자리 자연수 n 은 31, 43
이다. ▶ 2점

II-1. 복소수와 이차방정식

01 복소수와 그 연산

기 본

- 01 [답] (1) 실수부분: 2, 허수부분: -1
 (2) 실수부분: 4, 허수부분: $\sqrt{3}$
 (3) 실수부분: 0, 허수부분: -5
 (4) 실수부분: $\sqrt{2}$, 허수부분: 0

- 02 [답] (1) $x=1, y=-4$ (2) $x=1, y=-2$

- 03 [답] (1) $5+i$ (2) $7+2i$ (3) $4-3i$ (4) $1+2i$

- 04 [답] (1) $20-\sqrt{3}i$ (2) $-4-2i$

표 준

- 01 [답] $a=3, b=-1$

$$\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = \frac{a(1+i) + b(1-i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}i = 1+2i$$

$$\frac{a+b}{2} = 1 \text{에서} \quad a+b=2$$

$$\frac{a-b}{2} = 2 \text{에서} \quad a-b=4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=-1$

- 02 [답] ③

$$z = a+bi \text{에서} \quad \bar{z} = a-bi$$

$$\neg. \overline{(z)} = \overline{a-bi} = a+bi = z \text{ (참)}$$

ㄴ. $a+bi = a-bi$ 이면 $b=0$ 이므로 z 는 실수이다. (참)

$$\square. z+2=3i \text{에서}$$

$$(a+bi)+2=3i, (a+2)+bi=3i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a+2=0, b=3$$

$$\text{즉, } a=-2, b=3 \text{이므로 } ab=-6 \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

- 03 [답] 25

$$\alpha = \frac{5}{2-i} = 2+i, \beta = (1+i)(2-i) = 3+i$$

$$\text{이므로 } \bar{\alpha} = 2-i, \bar{\beta} = 3-i$$

따라서

$$\begin{aligned} & \alpha\beta + \alpha\bar{\alpha} + \beta\bar{\beta} + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= \alpha(\beta + \bar{\alpha}) + \bar{\beta}(\beta + \bar{\alpha}) \\ &= (\alpha + \bar{\beta})(\beta + \bar{\alpha}) \\ &= \{(2+i) + (3-i)\}\{(3+i) + (2-i)\} \\ &= 5 \cdot 5 = 25 \end{aligned}$$

- 04 [답] 0

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^2 + \dots + i^{100} \\ &= (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) \\ & \quad + \dots + (i^{97} + i^{98} + i^{99} + i^{100}) \\ &= (i + i^2 + i^3 + i^4) + i^4(i + i^2 + i^3 + i^4) \\ & \quad + \dots + i^{96}(i + i^2 + i^3 + i^4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

발 전

- 01 [답] $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

z 를 프로그램에 1회 입력시켜 나온 결과는

$$z(1+i)$$

이것을 다시 입력시켜 나온 결과는

$$z(1+i)^2$$

이와 같이 10회 반복하여 나온 결과는

$$z(1+i)^{10}$$

$$\text{즉, } z(1+i)^{10} = 16+16i \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

한편, $(1+i)^2 = 2i$ 이므로

$$(1+i)^{10} = (2i)^5 = 32i$$

$$\textcircled{7} \text{에서 } z \cdot 32i = 16+16i \text{이므로}$$

$$z = \frac{16+16i}{32i} = \frac{1+i}{2i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

따라서 처음에 입력한 복소수는 $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ 이다.

- 02 [답] $2b$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = -\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{이므로} \quad a > 0, b < 0$$

따라서 $b-a < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - |b-a| = a - (-b) - (-b+a) = 2b$$

II-1. 복소수와 이차방정식

02 이차방정식의 판별식

기 본

01 [답] (1) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$, 실근

(2) $x = -1 \pm 2i$, 허근

(3) $x = -5$, 실근(중근)

02 [답] (1) 서로 다른 두 실근 (2) 중근

(3) 서로 다른 두 허근

03 [답] L, C

04 [답] (1) $k < 3$ (2) $k = 3$ (3) $k > 3$

표 준

01 [답] 4

$\alpha^2 - \alpha + 1 = 0, \beta^2 - \beta + 1 = 0$ 이므로

$\alpha^2 - \alpha = -1, \beta^2 - \beta = -1$

$(\alpha^2 - \alpha + 3)(\beta^2 - \beta + 3)$

$= (-1 + 3) \times (-1 + 3) = 4$

02 [답] -3

이차방정식 $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (m+1)^2 - (m^2 - 3) < 0$

$2m + 4 < 0$ 이므로 $m < -2$

따라서 정수 m 의 최댓값은 -3 이다.

03 [답] 서로 다른 두 허근

이차방정식 $x^2 + 4x - k = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면

$\frac{D_1}{4} = 2^2 - (-k) = 0, k = -4$

$k = -4$ 를 $(1-2k)x^2 - kx + 1 = 0$ 에 대입하면

$9x^2 + 4x + 1 = 0$

이차방정식 $9x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라

하면 $\frac{D_2}{4} = 2^2 - 9 \cdot 1 = -5 < 0$

따라서 이차방정식 $(1-2k)x^2 - kx + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

04 [답] $\frac{45}{2}$

이차방정식 $2x^2 - 10x + a - 10 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라

하면 $\frac{D}{4} = (-5)^2 - 2(a-10) = 0$

$-2a + 45 = 0$ 이므로 $a = \frac{45}{2}$

발 진

01 [답] 17

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 판별식을 D 라

하면 $D = a^2 - 4b < 0$ 이므로 $a^2 < 4b$

 a, b 가 6 이하의 자연수이므로

$b = 1$ 일 때, $a^2 < 4$, 즉 $a = 1$

$b = 2$ 일 때, $a^2 < 8$, 즉 $a = 1, 2$

$b = 3$ 일 때, $a^2 < 12$, 즉 $a = 1, 2, 3$

$b = 4$ 일 때, $a^2 < 16$, 즉 $a = 1, 2, 3$

$b = 5$ 일 때, $a^2 < 20$, 즉 $a = 1, 2, 3, 4$

$b = 6$ 일 때, $a^2 < 24$, 즉 $a = 1, 2, 3, 4$

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 17이다.

02 [답] 정삼각형

이차방정식

$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$

이 중근을 가져야 한다.

위의 이차방정식의 좌변을 정리하면

$3x^2 - 2(a+b+c)x + (ab+bc+ca) = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$\frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$

$a-b=0, b-c=0, c-a=0$

따라서 $a=b=c$

즉, 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

II-1. 복소수와 이차방정식

03 이차방정식의 근과 계수의 관계

기 본

- 01 [답] (1) 두 근의 합: -4 , 두 근의 곱: -3
 (2) 두 근의 합: $-\frac{5}{2}$, 두 근의 곱: $\frac{3}{2}$
 (3) 두 근의 합: $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱: 0
 (4) 두 근의 합: $-2\sqrt{3}$, 두 근의 곱: 3

- 02 [답] (1) 2 (2) $\frac{5}{2}$ (3) -1 (4) -6

- 03 [답] $x^2 - 5x + 6 = 0$

- 04 [답] (1) $(x-1-2i)(x-1+2i)$
 (2) $\left(x - \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)\left(x - \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)$

표 준

- 01 [답] 14

근과 계수의 관계에 의하여

$$2 + \alpha = -m, \quad 2\alpha = 12$$

$$\text{즉, } \alpha = 6, \quad m = -8$$

$$\text{따라서 } \alpha - m = 14$$

- 02 [답] 6

근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = 5$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= (-3)^3 - 3 \cdot 5 \cdot (-3) = 18$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$$

$$\text{따라서 } \frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} = \frac{18}{3} = 6$$

- 03 [답] $a = 2, \quad b = 2$

$1+i$ 가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이므로 다른 한 근은 $1-i$ 이다.

따라서

$$a = (1+i) + (1-i) = 2, \quad b = (1+i)(1-i) = 2$$

- 04 [답] (1) $x^2 - 2x + 12 = 0$ (2) $x^2 - 4x + 3 = 0$

근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 1, \quad \alpha\beta = 3$$

$$(1) \quad 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$2\alpha \cdot 2\beta = 4\alpha\beta = 4 \cdot 3 = 12$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2 - 2x + 12 = 0$$

$$(2) \quad (\alpha + \beta) + \alpha\beta = 1 + 3 = 4$$

$$(\alpha + \beta) \cdot \alpha\beta = 1 \cdot 3 = 3$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

발 전

- 01 [답] ②

$f(x) = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$f(\alpha) = f(\beta) = 0$$

방정식 $f(3x-2) = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 하면 $f(3m-2) = 0, f(3n-2) = 0$

이때 $3m-2 = \alpha, 3n-2 = \beta$ 라 하면

$$(3m-2) + (3n-2) = \alpha + \beta = 11 \text{에서}$$

$$3(m+n) = 15, \quad m+n = 5$$

따라서 이차방정식 $f(3x-2) = 0$ 의 두 근의 합이 5이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{b}{a} = 5, \quad \text{즉 } \frac{b}{a} = -5$$

- 02 [답] 6

두 근을 $\alpha, \alpha+1$ 로 놓으면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 1) = m - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } m = 2\alpha + 2$$

이것을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하여 정리하면

$$\alpha^2 - \alpha - 2 = 0$$

$$(\alpha - 2)(\alpha + 1) = 0, \quad \alpha = 2 \text{ 또는 } \alpha = -1$$

$$(i) \quad \alpha = 2 \text{일 때, } m = 6$$

$$(ii) \quad \alpha = -1 \text{일 때, } m = 0$$

따라서 모든 실수 m 의 값의 합은

$$6 + 0 = 6$$

II-1. 복소수와 이차방정식

01 ③	02 ①	03 ④	04 ± 3	05 6
06 ②	07 ③	08 ③	09 ②	10 ②
11 ①	12 ④	13 ⑤	14 5	15 ①
16 ③	17 $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$	18 -1	19 ①	
20 ③	21 4	22 ③	23 ①	24 ⑤

04 **해결 과정** $i(x+3i)^2 = i(x^2+6xi-9)$
 $= -6x + (x^2-9)i$ ▶ 3점

답 구하기 주어진 복소수가 정수가 되려면
 $x^2-9=0$, 즉 $x=\pm 3$ ▶ 3점

05 $\beta=3+bi$ 이므로 $\bar{\beta}=3-bi$
 $\alpha+\bar{\beta}=(a-2i)+(3-bi)$
 $= (a+3)-(b+2)i=5-6i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a+3=5, b+2=6$
 따라서 $a=2, b=4$ 이므로
 $a+b=6$

07 $z=1+i$ 이므로 $\bar{z}=1-i$
 $\frac{z\bar{z}}{z-\bar{z}} = \frac{(1+i)(1-i)}{1+i-(1-i)} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i$

08 $z_1=a+bi, z_2=c+di$ (a, b, c, d 는 실수)라
 하면 $\bar{z_2}=c-di$
 $\neg. z_1=\bar{z_2}$ 에서 $a+bi=c-di$ 이므로
 $a=c, b=-d$
 $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i=2a$
 $\neg. z_1z_2=(a+bi)(c+di)$
 $= (c-di)(c+di)=c^2+d^2$
 $z_1z_2=0$, 즉 $c^2+d^2=0$ 이면 $c=d=0$ 이
 므로 $a=b=0$ 이다. 따라서 $z_1=0$
 $\neg. z_1=1+i, z_2=1-i$ 이면
 $z_1^2+z_2^2=(1+i)^2+(1-i)^2=0$
 하지만 $z_1 \neq 0$ 이고 $z_2 \neq 0$ 이다.
 이상에서 옳은 것은 \neg, \neg 이다.

09 $\neg. \sqrt{-3}\sqrt{-3}=\sqrt{3}i\sqrt{3}i=3i^2=-3$
 $\neg. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i}=\frac{i}{\sqrt{3}i^2}=-\sqrt{\frac{1}{3}}i$

10 $\neg. D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=1>0$
 $\neg. D=(\sqrt{2})^2-4 \cdot 1 \cdot 2=-6<0$
 $\neg. D=(-4)^2-4 \cdot 2 \cdot 3=-8<0$
 $\neg. x^2-8x+16=0$ 에서
 $D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot 16=0$
 $\neg. D=(-2a)^2-4 \cdot 1 \cdot 3a^2=-8a^2<0$
 따라서 실근을 갖는 이차방정식은 \neg, \neg 이다.

12 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4}=(k-a)^2-(k^2+a^2-b+1)=0$
 $-2ak+b-1=0$
 그런데 이 식이 k 에 대한 항등식이므로
 $-2a=0, b-1=0$
 따라서 $a=0, b=1$ 이므로 $a+b=1$

13 $x^2-10x-2=0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha+\beta=10, \alpha\beta=-2$
 따라서
 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
 $=10^2-4 \cdot (-2)=108$

14 **문제 이해** $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 a, b 이므로
 $a+b=-a, ab=b$ ▶ 3점
해결 과정 $ab=b$ 에서 $(a-1)b=0$
 이때 $b \neq 0$ 이므로 $a=1$
 $a+b=-a$ 에서 $b=-2a=-2$ ▶ 4점
답 구하기 $a^2+b^2=1^2+(-2)^2=5$ ▶ 1점

15 $\alpha+\beta=a, \alpha\beta=-a+2$ 이므로
 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=a^2-2(-a+2)$
 $=a^2+2a-4=11$
 즉, $a^2+2a-15=0$ 에서 $(a+5)(a-3)=0$
 따라서 $a=-5$ 또는 $a=3$

16 계수가 실수인 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 한
 근이 $3+i$ 이므로 다른 한 근은 $3-i$ 이다.

따라서 두 근의 합은

$$a = (3+i) + (3-i) = 6$$

두 근의 곱은

$$b = (3+i)(3-i) = 9+1 = 10$$

$$\text{이므로 } a+b = 6+10 = 16$$

- 17 두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 2α , 3α 로 놓으면

$$2\alpha + 3\alpha = k+1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}, \quad 6\alpha^2 = k \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \text{을 } \textcircled{7} \text{에 대입하면 } 5\alpha = 6\alpha^2 + 1$$

$$6\alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0, \quad (2\alpha - 1)(3\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \text{또는} \quad \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad k = \frac{2}{3}$$

- 18 **문제 이해** $x^2 - x - 5 = 0$ 의 두 근이 α , β 이므로 $\alpha + \beta = 1$, $\alpha\beta = -5$ ▶ 2점

해결 과정 $\alpha + \beta$ 와 $\alpha\beta$ 의 합과 곱을 각각 구하면

$$(\alpha + \beta) + \alpha\beta = -4, \quad (\alpha + \beta)\alpha\beta = -5$$

따라서 $\alpha + \beta$ 와 $\alpha\beta$ 를 두 근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$x^2 - (-4)x - 5 = 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \text{▶ 5점}$$

답 구하기 따라서 $a = 4$, $b = -5$ 이므로

$$a+b = -1 \quad \text{▶ 1점}$$

- 19 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}$, $\alpha\beta = \frac{3}{2}$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

따라서 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = 0, \quad \text{즉 } 3x^2 - x + 2 = 0$$

- 20 x^2 의 계수가 2이고, 두 수 1, 3을 근으로 갖는 이차방정식은

$$2(x-1)(x-3) = 0, \quad \text{즉 } 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

x^2 의 계수가 2이고, 두 수 -1, 2를 근으로 갖는 이차방정식은

$$2(x+1)(x-2) = 0, \quad \text{즉 } 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, \quad b = 6 \text{이므로 } a^2 + b^2 = 40$$

- 21 **문제 이해** 두 실근의 절댓값이 서로 같고 부호가 다르므로 두 근의 합은 0이고 두 근의 곱은 음수이어야 한다. ▶ 3점

$$\text{해결 과정 } -(a^2 - 3a - 4) = 0 \text{이므로}$$

$$(a+1)(a-4) = 0$$

$$a = -1 \quad \text{또는} \quad a = 4$$

$$-a + 2 < 0 \text{이므로 } a > 2 \quad \text{▶ 4점}$$

$$\text{답 구하기 따라서 } a = 4 \quad \text{▶ 1점}$$

- 22 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 α , β 이므로 $f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$

$$= a\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}$$

$$= a(x^2 - x + 6)(a \neq 0)$$

위 식에 x 대신 $2x-1$ 을 대입하면

$$f(2x-1) = a\{(2x-1)^2 - (2x-1) + 6\}$$

$$= a(4x^2 - 6x + 8)$$

따라서 이차방정식 $f(2x-1) = 0$ 은

$$a(4x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$\text{이므로 두 근의 곱은 } \frac{8}{4} = 2$$

- 23 $f(\alpha) - 1 = f(\beta) - 1 = 0$ 이므로 이차방정식 $f(x) - 1 = 0$ 의 두 근은 α , β 이다.

$f(x)$ 의 x^2 의 계수는 1이므로

$$f(x) - 1 = (x-\alpha)(x-\beta)$$

이때 $\alpha + \beta = -1$, $\alpha\beta = -3$ 이므로

$$f(x) - 1 = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 + x - 3$$

$$\text{따라서 } f(x) = x^2 + x - 2 \text{이므로 } f(3) = 10$$

- 24 $x^2 + 4x + 6 = 0$ 에서

$$x = -2 \pm \sqrt{4-6} = -2 \pm \sqrt{2}i$$

따라서

$$x^2 + 4x + 6 = (x+2-\sqrt{2}i)(x+2+\sqrt{2}i)$$

II-2. 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 이차함수

기 본

01 [답] (1) -1 (2) $1, 3$ (3) $-1, 6$ (4) $-\frac{1}{3}, 2$

02 [답] (1) $k < 1$ (2) $k = 1$ (3) $k > 1$

03 [답] 한 점에서 만난다.

04 [답] (1) $k > -5$ (2) $k = -5$ (3) $k < -5$

표 준

01 [답] ①

이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-2, 6$
 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(-2) + 6 = -\frac{a}{2}, \text{ 즉 } a = -8$$

$$(-2) \cdot 6 = \frac{b}{2}, \text{ 즉 } b = -24$$

따라서 $a + b = -32$

02 [답] 2

$$4 = 1 + 2k + 3k - 7, k = 2$$

$$\text{즉, } y = x^2 + 4x - 1$$

이때 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 하면 } \frac{D}{4} = 2^2 - (-1) = 5 > 0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 개수는 2이다.

03 [답] 5

$$ax^2 + (b-m)x + c-n = 0 \text{에서}$$

$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

이 방정식의 두 근은 이차함수

$$y = ax^2 + bx + c \text{의 그래프와 직선 } y = mx + n$$

이 만나는 점의 x 좌표와 같으므로

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 7$$

따라서 구하는 두 근의 합은

$$(-2) + 7 = 5$$

04 [답] ①

$$x^2 - 2x + 3 = 2kx - 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 2(k+1)x + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 + 2k - 3 = 0, (k+3)(k-1) = 0$$

$$\text{즉 } k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

따라서 구하는 모든 실수 k 의 값의 합은

$$(-3) + 1 = -2$$

발 전

01 [답] -11

이차방정식 $x^2 - 2kx + k + 10 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = k + 10$$

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k + 10$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 2이므로

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{에서}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = 4, (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4$$

$$(2k)^2 - 4(k + 10) = 4, k^2 - k - 11 = 0$$

따라서 구하는 모든 실수 k 의 값의 곱은 근과 계수의 관계에 의하여 -11 이다.

02 [답] (1) $y = -(x-2)^2 + 4$ (2) $y = -2x + 9$

(1) 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 4)$ 이므로 포물선의 식을 $y = a(x-2)^2 + 4 (a < 0)$ 로 놓으면 이 포물선이 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a(0-2)^2 + 4, a = -1$$

$$\text{따라서 } y = -(x-2)^2 + 4$$

(2) 빛을 나타내는 직선의 방정식을 $y = mx + 9 (m < 0)$ 라 하자.

$$-(x-2)^2 + 4 = mx + 9 \text{에서}$$

$$x^2 + (m-4)x + 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (m-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$$

$$m^2 - 8m - 20 = 0, (m-10)(m+2) = 0$$

$$m < 0 \text{이므로 } m = -2$$

$$\text{따라서 } y = -2x + 9$$

II-2. 이차방정식과 이차함수

02 이차함수의 최대, 최소

기 본

- 01 [답] (1) 최솟값 5 (2) 최솟값 -4
(3) 최댓값 1 (4) 최댓값 $\frac{5}{4}$

02 [답] 6

03 [답] 3

04 [답] 9

표 준

01 [답] $y = x^2 - 2x - 1$

$x=1$ 에서 최솟값 -2를 가지므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2 - 2(a > 0)$ 로 놓자.
이 이차함수의 그래프가 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a(-1-1)^2 - 2, \text{ 즉 } a = 1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$

02 [답] 1

$$y = x^2 - 2ax + 4a - 3$$

$$= (x-a)^2 - a^2 + 4a - 3$$

 $x=a$ 일 때 최솟값 $-a^2 + 4a - 3$ 을 가지므로

$$m = -a^2 + 4a - 3 = -(a-2)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

03 [답] 20

$f(x) = -2x^2 - 4x + a = -2(x+1)^2 + a + 2$
 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값이 -10이므로

$$f(2) = a - 16 = -10, \quad a = 6$$

즉,

$$g(x) = 2x^2 - ax = 2x^2 - 6x = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

따라서 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $g(x)$ 의 최댓값은

$$g(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 6 \cdot (-2) = 20$$

04 [답] 32

울타리의 담장과 마주보는 변의 길이는 $(16-2x)m$ 이므로

$$y = x(16-2x)$$

$$= -2x^2 + 16x$$

$$= -2(x-4)^2 + 32 \quad (0 < x < 8)$$

따라서 y 의 최댓값은 32이다.

발 전

01 [답] 46

$$\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = x \text{로 놓으면}$$

$$0 < x < 8$$

사각형 PQRS의 넓이를 $S(x)$ 라 하면

$$S(x)$$

$$= (8 \cdot 12) - 2(\triangle APS + \triangle PBQ)$$

$$= 96 - 2\left\{\frac{1}{2} \cdot x \cdot (12-x) + \frac{1}{2} \cdot x \cdot (8-x)\right\}$$

$$= 2x^2 - 20x + 96$$

$$= 2(x-5)^2 + 46$$

따라서 $x=5$ 일 때, 사각형 PQRS의 넓이의 최솟값은 46이다.

02 [답] $2\sqrt{2}$

$$a+b=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

 \textcircled{A} 에서

$$b = 4-a \quad (0 < a < 4) \quad \cdots \cdots \textcircled{C}$$

 $\textcircled{B}, \textcircled{C}$ 에서

$$c^2 = a^2 + (4-a)^2 = 2(a-2)^2 + 8 \geq 8$$

따라서 빗변의 길이 c 의 최솟값은 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 이다.

II-2. 이차방정식과 이차함수

- 01 $a < 4$ 02 ⑤ 03 ② 04 ① 05 ④
 06 -6 07 ① 08 ① 09 $m \geq \frac{1}{2}$
 10 1 11 ② 12 ④ 13 ① 14 ④
 15 ④ 16 (1) 최댓값: 13, 최솟값: -3
 (2) 최댓값: 23, 최솟값: 15 17 1 18 ④
 19 ⑤ 20 -1 21 ③ 22 ① 23 ④
 24 ②

- 02 이차방정식 $x^2 - 2(a+k)x + k^2 + 2k + b = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (a+k)^2 - k^2 - 2k - b = 0$$

$$(2a-2)k + a^2 - b = 0$$

위의 식이 k 에 대한 항등식이 되어야 하므로

$$2a-2=0, a^2-b=0$$

따라서 $a=1, b=1$ 이므로

$$a+b=2$$

- 04 $f(x) = a(x-1)^2 - 2$ 로 놓으면 대칭축 $x=1$ 에서 두 교점까지의 거리는 각각 1이다.

따라서 두 교점은 $(0, 0), (2, 0)$ 이다.

$$f(0) = a - 2 = 0 \text{이므로 } a = 2$$

따라서 $f(x) = 2(x-1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$ 이므로

$$a+b-c = 2 + (-4) - 0 = -2$$

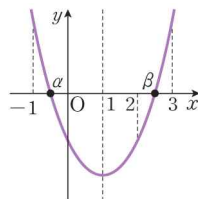
- 05 $y = ax^2 - 2ax + b (a > 0)$

로 놓으면

$$y = a(x-1)^2 - a + b$$

따라서 오른쪽 그림에서

$$2 < \beta < 3$$



- 06 **문제 이해** $f(x) = x^2 + 2kx + 3k + 4$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽

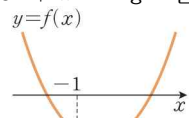
그림과 같아야 한다. 즉,

$$f(-1) < 0 \quad \text{▶ 3점}$$

해결 과정 $1 - 2k + 3k + 4 < 0, k < -5$ ▶ 3점

답 구하기 따라서 정수 k 의 최댓값은 -6이다.

▶ 2점



- 07 이차방정식 $-x^2 + 3x = k$, 즉 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 9 - 4k > 0, k < \frac{9}{4}$$

- 08 이차방정식 $x^2 - 1 = 2x + a$, 즉

$x^2 - 2x - (a+1) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 + (a+1) = 0$$

따라서 $a = -2$

- 09 이차방정식 $x^2 - 2mx + 1 + m^2 = 2x - 1$, 즉

$x^2 - 2(m+1)x + 2 + m^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(m+1)\}^2 - (2+m^2) \geq 0, m \geq \frac{1}{2}$$

- 10 **문제 이해** 이차방정식 $x^2 = ax + b$, 즉

$x^2 - ax - b = 0$ 의 두 근은 -1, 2이다. ▶ 3점

해결 과정 이때 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-1 + 2 = -(-a) \quad \text{▶ 3점}$$

답 구하기 따라서 $a = 1$ ▶ 2점

- 11 이차방정식 $mx = x^2 - x + 1$, 즉

$x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (m+1)^2 - 4 = 0, m^2 + 2m - 3 = 0$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + 2x - 3 = 0$

- 12 $y = x^2 + 2x - 2 = (x+1)^2 - 3$

④ 이차방정식 $x^2 + 2x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 - (-2) = 3 > 0$$

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

- 13 $f(x) = a(x-2)^2 - 1 (a > 0)$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $f(0) = 4a - 1 = 7, a = 2$

$$f(x) = 2(x-2)^2 - 1 = 2x^2 - 8x + 7 \text{이므로}$$

$$a = 2, b = -8, c = 7$$

따라서 $a + b + c = 1$

- 14 $f(x) = 2x^2 + ax - 3 + a$

$$= 2\left(x + \frac{a}{4}\right)^2 - \frac{a^2}{8} + a - 3$$

 $g(a) = -\frac{a^2}{8} + a - 3 = -\frac{1}{8}(a-4)^2 - 1$
 따라서 $g(a)$ 는 $a=4$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는다.

- 15 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = 2a$, $\alpha\beta = -15 - 2a^2$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$$= 4a^2 - 2(-15 - 2a^2) = 8a^2 + 30$$

 따라서 $a=0$ 일 때, 최솟값 30 을 갖는다.

- 17 **해결 과정** $y = -x^2 + 2x + a = -(x-1)^2 + a + 1$
 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 최댓값은 $x=1$ 일 때 $a+1$
 이므로 $a+1=5$ 에서 $a=4$ ▶ 5점
답 구하기 따라서 $-1 \leq x \leq 1$ 일 때,
 $y = -(x-1)^2 + 5$ 는 $x=-1$ 에서 최솟값 1 을
 갖는다. ▶ 2점

- 18 $y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$ 에서 대칭축은
 $x = \frac{a}{2} \geq 1$
 따라서 $x=1$ 일 때, 최댓값 4 를 가지므로
 $-1 + a = 4$, $a=5$

- 19 $f(-4) = f(2)$ 이므로 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축은 $x=-1$
 따라서 $-2 \leq x \leq 4$ 일 때, 이차함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(4)$ 이고, 최솟값은 $f(-1)$ 이다.

- 20 **문제 이해** $x^2 + 2x + 2 = t$ 로 놓으면
 $t = x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$
 $-3 \leq x \leq 0$ 이므로 $1 \leq t \leq 5$ ▶ 3점
해결 과정 이때 주어진 식은
 $y = t^2 - 4t - 1 = (t-2)^2 - 5$ ($1 \leq t \leq 5$)
 이므로 $t=5$ 일 때 최댓값 4 , $t=2$ 일 때 최솟값 -5 를 갖는다. ▶ 3점
답 구하기 따라서 최댓값과 최솟값의 합은
 $4 + (-5) = -1$ ▶ 2점

- 21 나누어진 끈의 길이를 각각 $2x$, $2\pi - 2x$
 $(0 < x < \pi)$ 라 하고 이 끈으로 만들어지는 원의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라 하면

$$2\pi r_1 = 2x, r_1 = \frac{x}{\pi}$$

$$2\pi r_2 = 2\pi - 2x, r_2 = 1 - \frac{x}{\pi}$$

두 원의 넓이의 합을 $S(x)$ 라 하면

$$S(x) = \pi\left(\frac{x}{\pi}\right)^2 + \pi\left(1 - \frac{x}{\pi}\right)^2$$

$$= \frac{2}{\pi}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2} \quad \left(0 < \frac{\pi}{2} < \pi\right)$$

따라서 $S(x)$ 는 $x = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 최솟값 $\frac{\pi}{2}$ 를 가지

므로 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

- 22 $y = -5t^2 + 10t = -5(t-1)^2 + 5$
 따라서 1초 후에 최고 높이 5 m 에 도달한다.

- 23 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 에서
 $(x-1)(x-4) = 0$
 $x=1$ 또는 $x=4$
 이므로 $A(0, 4)$, $B(1, 0)$, $C(4, 0)$
 점 $P(a, b)$ 는 곡선 위의 점이므로
 $b = a^2 - 5a + 4$
 즉, $3a + b = a^2 - 2a + 4 = (a-1)^2 + 3$
 이때 점 P 가 점 A 에서 점 C 까지 움직이므로
 $0 \leq a \leq 4$ 이다. 따라서 $a=4$ 일 때 최댓값은 12 이므로 $a=1$ 일 때 최솟값은 3 이므로 최댓값과 최솟값의 합은
 $12 + 3 = 15$

- 24 점 P 의 좌표를 $(a, a^2 + 1)$ 로 놓으면 점 Q 의 y 좌표도 $a^2 + 1$ 이므로 $a^2 + 1 = x - 1$ 에서
 $x = a^2 + 2$
 따라서 $Q(a^2 + 2, a^2 + 1)$ 이다.
 $\overline{PQ} = (a^2 + 2) - a = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$ 이므로
 $a = \frac{1}{2}$ 일 때, 선분 PQ 의 길이는 최소가 되고,
 그 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식

기 본

- 01 [답] (1) $x = -1$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$
 (2) $x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 1$
 (3) $x = -3$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 0$
 (4) $x = -3$ 또는 $x = -1$ 또는 $x = 1$

- 02 [답] (1) $x = 0$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$
 (2) $x = -2$ 또는 $x = 0$ (중근) 또는 $x = 3$

- 03 [답] (1) $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 2i$
 (2) $x = \pm 1$ 또는 $x = \pm \sqrt{2}$
 (3) $x = -1$ 또는 $x = -2$ (중근)
 또는 $x = -3$

- 04 [답] (1) $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}$
 (2) $x = -2$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$

표 준

- 01 [답] $-\frac{9}{4}$
 $8x^3 - 27 = 0$ 에서 $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = 0$
 즉, $x = \frac{3}{2}$ 또는 $4x^2 + 6x + 9 = 0$
 따라서 α, β 는 이차방정식 $4x^2 + 6x + 9 = 0$ 의
 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = \frac{9}{4}$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{9}{4} = -\frac{9}{4}$

- 02 [답] ③
 $x^3 - 6x^2 + 11x + a = 0$ 의 한 근이 1이므로
 $1 - 6 + 11 + a = 0$ 에서 $a = -6$
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 라 하면 $f(1) = 0$ 이
 므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면
 $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

즉, $x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$
 따라서 나머지 두 근의 곱은 6이다.

- 03 [답] $a = 5, b = 5$

주어진 방정식의 두 근이 $-1, 2$ 이므로
 $1 + 5 + a - b - 6 = 0, 16 - 40 + 4a + 2b - 6 = 0$
 $a - b = 0, 2a + b = 15$
 따라서 $a = 5, b = 5$

- 04 [답] 7

$(x - 1)(x + 2)(x^2 + 3x + 5) = 0$
 w 는 이차방정식 $x^2 + 3x + 5 = 0$ 의 한 허근이
 므로 $w^2 + 3w + 5 = 0$
 따라서
 $w^3 + w^2 - w - 3$
 $= w(w^2 + 3w + 5) - 2(w^2 + 3w + 5) + 7 = 7$

발 전

- 01 [답] 1, $-2i, 2i$

㉠에서 $f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 0 \dots\dots \textcircled{A}$
 ㉡에서 $x = 4i$ 가 근이므로
 $-64i - 16a + 4bi + c = 0$
 $c - 16a + (4b - 64)i = 0$
 따라서 $c = 16a, b = 16$
 이것을 ㉠에 대입하면 $a = -2, c = -32$
 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 16x - 32$
 $= (x - 2)(x^2 + 16)$
 이므로 삼차방정식 $f(2x) = 0$ 을 풀면
 $8(x - 1)(x^2 + 4) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = \pm 2i$

- 02 [답] 7

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이는
 각각 $x - 1, x - 2, x + 3$
 이때 직육면체의 부피는
 $(x - 1)(x - 2)(x + 3) = 300$
 $x^3 - 7x - 294 = 0, (x - 7)(x^2 + 7x + 42) = 0$
 따라서 $x = 7$

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

02 연립이차방정식

기본

01 [답] $\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

02 [답] $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 2 \end{cases}$

03 [답] $\begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$
또는 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$

04 [답] $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

표준

01 [답] $a = 8, b = 2$

연립방정식 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$ 을 풀면

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

이때 $x - by = -1$ 에서 $x = 1, y = 0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로

$$x = 3, y = 2$$

$$6 + 2 = a, 3 - 2b = -1 \text{에서 } a = 8, b = 2$$

02 [답] 29

주어진 연립방정식을 풀면

$$\begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

따라서 $\alpha = -5, \beta = 2$ 또는 $\alpha = 2, \beta = -5$ 이므로 $\alpha^2 + \beta^2 = 29$

03 [답] ⑤

주어진 연립방정식을 풀면

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -2\sqrt{3} \\ y = -2\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -2\sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

따라서 순서쌍 (x, y) 의 개수는 4이다.

04 [답] 6

$$\begin{cases} y - 2x = k & \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + y = 5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = 2x + k$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + 2x + k - 5 = 0$$

이를 만족시키는 x 의 값이 오직 하나만 존재해야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - (k - 5) = 0, -k + 6 = 0$$

$$\text{따라서 } k = 6$$

발전

01 [답] 30

$\overline{AB} = x, \overline{CD} = y$ 라고 하면

$$x^2 + 7^2 = y^2 + 9^2, x + 7 + y + 9 = 24$$

이므로 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 32 \\ x + y = 8 \end{cases}$ 을 풀면

$$x = 6, y = 2$$

사각형 ABCD의 넓이는 두 직각삼각형 ABC, ADC의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 9 = 30$$

02 [답] 6

주어진 방정식은 $A^2 + B^2 = 0$ 꼴이므로

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 36 \end{cases} \text{을 만족해야 한다.}$$

위의 연립방정식을 풀면

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ y = -2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{6} \\ y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

따라서 $x + y$ 의 최댓값은 6이다.

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

03 연립일차부등식

기본

01 [답] (1) $-1 \leq x < 2$ (2) 해는 없다.02 [답] (1) $-2 < x \leq 8$ (2) $-4 \leq x \leq 1$

03 [답] 1

04 [답] (1) $-1 < x < 2$ (2) $x \leq -8$ 또는 $x \geq 2$

표준

01 [답] $k \leq 3$

$$2x + 3 \geq 3x - 1 \text{에서 } x \leq 4$$

$$3x - 1 \geq 2x + k \text{에서 } x \geq k + 1$$

주어진 연립부등식의 해가 존재하려면

$$k + 1 \leq 4$$

$$\text{따라서 } k \leq 3$$

02 [답] $a = 12, b = 32$

$$5(x - 8) < 4x + a \text{에서 } x < 40 + a$$

$$4x + a \leq 5x - 20 \text{에서 } x \geq 20 + a$$

주어진 부등식의 해가 $b \leq x < 52$ 이므로

$$40 + a = 52, 20 + a = b$$

$$\text{따라서 } a = 12, b = 32$$

03 [답] 9

빵을 x 개 산다고 하면 음료수는 $(15 - x)$ 개 살 수 있으므로

$$\begin{cases} x > 15 - x \\ 800x + 600(15 - x) < 11000 \end{cases}$$

$$\text{연립부등식을 풀면 } \frac{15}{2} < x < 10$$

따라서 빵은 최대 9개 살 수 있다.

04 [답] 6

(i) $x < -2$ 일 때,

$$-x - (x + 2) \leq 6, -2x \leq 8, x \geq -4$$

$$\text{따라서 } -4 \leq x < -2$$

(ii) $-2 \leq x < 0$ 일 때,

$$-x + x + 2 \leq 6, 0 \cdot x \leq 4$$

 x 는 모든 실수

$$\text{따라서 } -2 \leq x < 0$$

(iii) $x \geq 0$ 일 때,

$$x + x + 2 \leq 6, 2x \leq 4, x \leq 2$$

$$\text{따라서 } 0 \leq x \leq 2$$

(i), (ii), (iii)에 의해 구하는 부등식의 해는

$$-4 \leq x \leq 2$$

발전

01 [답] 76

한 상자에 6개씩 떡을 담으면 13개가 남으므로 $a = 6b + 13$

한 상자에 8개씩 담으면 마지막 상자의 떡은 2개 이상 5개 미만이 되므로

$$8(b - 1) + 2 \leq 6b + 13 < 8(b - 1) + 5$$

$$\text{부등식을 풀면 } 8 < b \leq \frac{19}{2}$$

 b 는 자연수이므로 $b = 9$

$$\text{따라서 } a = 67 \text{이므로 } a + b = 67 + 9 = 76$$

02 [답] (1) $|x - 3| + |x - 11| \leq 12$

(2) 최댓값: 13, 최솟값: 1

(1) $\overline{AP} + \overline{BP} \leq 12$ 이므로

$$|x - 3| + |x - 11| \leq 12$$

(2) (1)의 부등식을 풀면

(i) $x < 3$ 일 때,

$$-x + 3 - x + 11 \leq 12, x \geq 1$$

$$\text{따라서 } 1 \leq x < 3$$

(ii) $3 \leq x < 11$ 일 때,

$$x - 3 - x + 11 \leq 12, 8 \leq 12$$

$$\text{따라서 } 3 \leq x < 11$$

(iii) $x \geq 11$ 일 때,

$$x - 3 + x - 11 \leq 12, x \leq 13$$

$$\text{따라서 } 11 \leq x \leq 13$$

(i), (ii), (iii)에 의해 $1 \leq x \leq 13$ \overline{OP} 의 길이는 원점 $O(0)$ 과 점 $P(x)$ 사이의 거리이므로 $|x|$ 이다.따라서 $1 \leq |x| \leq 13$ 이므로 \overline{OP} 의 길이의 최댓값은 13, 최솟값은 1이다.

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

04 이차부등식과 연립이차부등식

기 본

- 01 [답] (1) $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ (2) $-3 \leq x \leq 5$
(3) $-6 < x < 4$

- 02 [답] (1) $x \neq 3$ 인 모든 실수 (2) $x = -1$
(3) 모든 실수 (4) 해는 없다.

- 03 [답] (1) $-1 \leq x < 2$ (2) $3 < x \leq 7$

- 04 [답] (1) $-3 \leq x < -2$ 또는 $4 < x \leq 6$
(2) $-2 < x < 4$

표 준

- 01 [답] L

ㄱ. $x = 1$

ㄴ. 해는 없다.

$$\text{ㄷ. } \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

ㄹ. $x \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 실수

- 02 [답] $a \leq -1$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ (x-2)(x-a) \leq 0 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

㉠을 풀면 $(x+1)(x-3) < 0$, $-1 < x < 3$
따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x 의 값의
범위가 $-1 < x \leq 2$ 이려면

$$a \leq -1$$

- 03 [답] ⑤

$$\begin{cases} 2 - x < x^2 - 2x & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2 - 2x \leq 2x - 3 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

㉠을 풀면 $x^2 - x - 2 > 0$

$$(x+1)(x-2) > 0, \quad x < -1 \text{ 또는 } x > 2$$

㉡을 풀면 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

$$(x-1)(x-3) \leq 0, \quad 1 \leq x \leq 3$$

주어진 부등식의 해는 $2 < x \leq 3$

따라서 $\alpha = 2$, $\beta = 3$ 이므로 $\alpha + \beta = 5$

- 04 [답] $0 < k \leq 1$ 또는 $2 \leq k < 4$

이차방정식 $x^2 - 2kx + 3k - 2 = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 하면 } \frac{D}{4} = k^2 - 1 \cdot (3k - 2) \geq 0$$

$$k^2 - 3k + 2 \geq 0, \quad (k-1)(k-2) \geq 0$$

$$k \leq 1 \text{ 또는 } k \geq 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이차방정식 $x^2 + kx + k = 0$ 의 판별식을 D' 이라

$$\text{하면 } D' = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot k < 0$$

$$k(k-4) < 0, \quad 0 < k < 4 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

구하는 해는 ㉠, ㉡의 공통부분이므로

$$0 < k \leq 1 \text{ 또는 } 2 \leq k < 4$$

발 전

- 01 [답] $2 \leq m < \frac{34}{9}$

(i) $m = 2$ 일 때, $4 > 0$ 이므로 이 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

(ii) $m \neq 2$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 이 부등식이 성립하려면 $m - 2 > 0$ 이고,

$(m-2)x^2 + 3(m-2)x + 4 = 0$ 의 판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = 9(m-2)^2 - 16(m-2) < 0$$

$$(m-2)(9m-34) < 0$$

$$\text{즉, } 2 < m < \frac{34}{9}$$

$$(i), (ii) \text{에 의해 } 2 \leq m < \frac{34}{9}$$

- 02 [답] $3 \leq k \leq 6$

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로 $\square ABCD$ 는
평행사변형이다.

$\square ABCD$ 의 밑변 AB 의 길이는 $k+1$, 높이는 k 이므로 넓이는 $k(k+1)$ 이다.

따라서 $12 \leq k(k+1) \leq 42$ 에서

$$\begin{cases} 12 \leq k(k+1) \\ k(k+1) \leq 42 \end{cases}$$

연립부등식을 풀면

$$-7 \leq k \leq -4 \text{ 또는 } 3 \leq k \leq 6$$

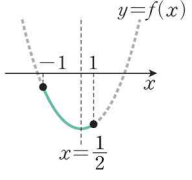
이때 k 가 양수이므로 구하는 k 의 값의 범위는
 $3 \leq k \leq 6$ 이다.

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

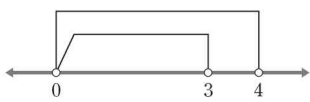
01 해설 참조	02 ⑤	03 ③	04 ③
05 ④	06 3	07 해설 참조	08 ②
09 ①	10 ②	11 ⑤	12 ②
13 ④	14 ④	15 -1	16 ②
17 ②	18 ⑤	19 ③	20 ②
21 ②	22 ①	23 ⑤	24 30

- 01 (1) $x^3 + 8 = 0$ 에서
 $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0$
 $x = -2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{3}i$
- (2) $x^4 + x^3 - 2x^2 = 0$ 에서
 $x^2(x-1)(x+2) = 0$
 $x = 0$ (중근) 또는 $x = 1$ 또는 $x = -2$
- (3) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ 에서 $x^2 = X$ 로 놓으면
 $X^2 - 2X - 3 = 0$, $(X+1)(X-3) = 0$
 $X = -1$ 또는 $X = 3$
 $x = \pm i$ 또는 $x = \pm \sqrt{3}$
- 04 $x^2 + x - 2 = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 1$
 $c > 0$ 이므로
 $x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)(x-1)^2$
 $Q(x) = x - 1$
따라서 $Q(100) = 100 - 1 = 99$
- 05 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로
 $\omega + \omega^3 + \omega^5 + \omega^7 + \omega^9 + \omega^{11} + \omega^{13} + \omega^{15}$
 $= (\omega + 1 + \omega^2) + (\omega + 1 + \omega^2) + \omega + 1$
 $= \omega + 1 = -\omega^2$
- 06 **문제 이해** 부피가 10 cm^3 인 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이는 각각
 $(x-2) \text{ cm}$, $(x-1) \text{ cm}$, $(x+2) \text{ cm}$ ▶ 2점
해결 과정 따라서 직육면체의 부피는
 $(x-2)(x-1)(x+2) = 10$
 $x^3 - x^2 - 4x - 6 = 0$
 $(x-3)(x^2 + 2x + 2) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1 \pm i$ ▶ 4점
답 구하기 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 3$ ▶ 2점

- 07 (1) $x - y + 2 = 0$ 에서 $y = x + 2$
이것을 $x^2 + 3x - y - 1 = 0$ 에 대입하여 풀면
 $x = -3$ 또는 $x = 1$
따라서 $\begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$
- (2) $2x + y = 20$ 에서 $y = 20 - 2x$
이것을 $2x^2 + y^2 = 150$ 에 대입하여 풀면
 $x = 5$ 또는 $x = \frac{25}{3}$
따라서 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = \frac{25}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$
- 09 $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ 에서 $(x+3y)(x-y) = 0$
(i) $x = -3y$ 일 때, $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$
(ii) $x = y$ 일 때, $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$
따라서 $\alpha = \sqrt{3}$, $\beta = \sqrt{3}$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = 6$
- 10 x , y 를 근으로 갖고, 이차항의 계수가 1인 t 에 대한 이차방정식 $t^2 - (x+y)t + xy = 0$, 즉
 $t^2 - 4t + a = 0$ 이 실근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} = 2^2 - a \geq 0$, $a \leq 4$
따라서 실수 a 의 최댓값은 4이다.
- 11 직사각형의 가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라 하면 $\begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases}$
연립방정식을 풀면 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 12 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$
따라서 가로, 세로 중 긴 변의 길이는 12이다.
- 13 (i) $x < -1$ 일 때, $x \geq 9$
그런데 $x < -1$ 이므로 해는 없다.
(ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때, $x \geq 1$
그런데 $-1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때, $x \leq 7$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x \leq 7$
이상에서 $1 \leq x \leq 7$ 이므로 부등식을 만족시키는 정수 x 는 7개이다.

- 14 $x^2 + 3x - 4 \leq 0$ 에서 $-4 \leq x \leq 1$
따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 는
 $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ 의 6개이다.
- 15 **해결 과정** 해가 $1 < x < 3$ 이고, x^2 의 계수가 1인
이차부등식은
 $(x-1)(x-3) < 0, x^2 - 4x + 3 < 0$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 $a = -4, b = 3$ 이므로
 $a + b = -1$ ▶ 3점
- 16 주어진 이차부등식의 해가 $x = 2$ 뿐이므로
 $a(x-2)^2 \geq 0$ ($a < 0$), $ax^2 - 4ax + 4a \geq 0$
따라서 $b = -4a, c = 4a$ 이므로 $b > 0, c < 0$
- 17 $\frac{x-k}{2} = t$ 로 놓으면 $-1 \leq t \leq 2$ 이므로
 $-1 \leq \frac{x-k}{2} \leq 2, -2+k \leq x \leq 4+k$
 $-2+k = -3, 4+k = 3$ 에서 $k = -1$
- 18 $x^2 - 2x + 1 \leq -x^2 + k$ 에서
 $2x^2 - 2x + 1 - k \leq 0$
 $f(x) = 2x^2 - 2x + 1 - k$ 로 놓으면
 $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - k$
 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) \leq 0$
이 항상 성립하려면 $y = f(x)$
의 그래프가 오른쪽 그림과 같
아야 한다. 즉, $f(-1) \leq 0$ 이
어야 하므로
 $f(-1) = 5 - k \leq 0, k \geq 5$
따라서 k 의 최솟값은 5이다.
- 
- 19 현재 사용료를 a 원, 회원 수를 b 명이라 하면 현
재 수입은 ab 원이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \geq ab\left(1 + \frac{8}{100}\right)$
 $x^2 - 100x + 1600 \leq 0, 20 \leq x \leq 80$
따라서 x 의 최솟값은 20이다.
- 21 $x^2 + 2x - 8 \leq 0$ 에서 $-4 \leq x \leq 2$ ㉠
 $1 \leq [x] \leq 3$ 에서

$[x] = 1$ 또는 $[x] = 2$ 또는 $[x] = 3$
 $1 \leq x < 2$ 또는 $2 \leq x < 3$ 또는 $3 \leq x < 4$
즉, $1 \leq x < 4$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡의 공통부분은 $1 \leq x \leq 2$ 이므로
주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x 는 1, 2
의 2개이다.

- 22 이차방정식의 근과 계수의 관계에서
(두 근의 합) $= -(a^2 - 5a + 4) < 0$ ㉠
(두 근의 곱) $= -a + 2 < 0$ ㉡
㉠에서 $a < 1$ 또는 $a > 4$
㉡에서 $a > 2$
㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $a > 4$
- 23 $x^2 + 2ax + 3a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, 0 < a < 3$
 $ax^2 + ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D' 이라 할 때
 $D' = a^2 - 4a < 0, 0 < a < 4$
다음 그림에서 한 방정식만 허근을 갖도록 하는
 a 의 값의 범위는 $3 \leq a < 4$
- 
- 따라서 a 의 최솟값은 3이다.
- 24 **문제 이해** $\triangle ABC \sim \triangle APR$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{PR} = \overline{AR} = a$, 즉, $\overline{QC} = \overline{PR} = \overline{AR} = a$
 $\overline{RC} = \overline{PQ} = \overline{BQ} = 15 - a$ ▶ 2점
해결 과정 직사각형 PQCR의 넓이가 삼각형
APR의 넓이보다 크므로
 $a(15-a) > \frac{1}{2}a^2$ ㉠
직사각형 PQCR의 넓이가 삼각형 PBQ의 넓
이보다 크므로
 $a(15-a) > \frac{1}{2}(15-a)^2$ ㉡ ▶ 3점
㉠에서 $0 < a < 10$ ㉢
㉡에서 $5 < a < 15$ ㉣ ▶ 3점
㉢, ㉣에서 $5 < a < 10$
답 구하기 따라서 모든 자연수 a 의 값의 합은
 $6 + 7 + 8 + 9 = 30$ ▶ 1점

II 방정식과 부등식

- 01 ② 02 ② 03 ③ 04 ② 05 ②
 06 ② 07 ③ 08 ④ 09 ③ 10 ⑤
 11 ③ 12 ③ 13 ⑤ 14 ⑤ 15 ①
 16 ② 17 ① 18 ④ 19 ⑤

20 (1) $\frac{8}{3}$ (2) $\triangle APC = \frac{3}{2}$, $\triangle BPD = \frac{8}{3}$

(3) $6x^2 - 25x + 24 = 0$

21 (1) 최댓값 3, 최솟값 -1 (2) 8

22 $-\frac{7}{2}$ 23 (1) $x^2 + y^2 = 100$ (2) 14

24 $x \leq 11$ 또는 $x \geq 17$

25 (1) $n-1 < x \leq n^2$ (2) 15

02 $f\left(\frac{2}{1+i}\right) = f(1-i) = a(1-i)^2 + b(1-i) + c$
 $= (b+c) - (2a+b)i = 5+3i$
 즉, $b+c=5$, $2a+b=-3$
 $f(1+i) = a(1+i)^2 + b(1+i) + c$
 $= (b+c) + (2a+b)i$
 $= 5-3i = p+qi$
 따라서 $p=5$, $q=-3$ 이므로 $p+q=2$

04 $x^2 + 2(k+a)x + k^2 + a^2 + bk + b - 2 = 0$ 의 판
 별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + a^2 + bk + b - 2) = 0$
 $(2a-b)k - (b-2) = 0$
 k 의 값에 관계없이 성립해야 하므로
 $2a-b=0$, $b-2=0$
 따라서 $a=1$, $b=2$ 이므로 $a+b=3$

05 두 근을 $\alpha-1$, $\alpha+1$ 로 놓으면
 $(\alpha-1) + (\alpha+1) = 6k$, $\alpha = 3k$ ㉠
 $(\alpha-1)(\alpha+1) = 6k-1$, $\alpha^2 = 6k$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면
 $9k^2 = 6k$, $3k(3k-2) = 0$
 따라서 $k=0$ 또는 $k=\frac{2}{3}$ 이므로 구하는 모든
 실수 k 의 값의 합은 $\frac{2}{3}$ 이다.

10 하루 동안의 이익금은
 $(300-10x)(400+20x)$
 $= -200(x-5)^2 + 125000$
 따라서 $x=5$, 즉 250원의 이익을 남기고 팔
 때, 최대의 이익금은 125000원이다.

12 $x(x^2-5x+a)=0$ 에서 이차방정식
 $x^2-5x+a=0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (-5)^2 - 4a > 0$, $a < \frac{25}{4}$ ㉠
 또, $x^2-5x+a=0$ 의 근이 $x \neq 0$ 이어야 하므
 로 $a \neq 0$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 자연수 a 는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6
 개이다.

13 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 의 해와 같으므로 $x=1$, $y=2$
 $x=1$, $y=2$ 가 $x+ay=7$, $xy+y^2=b$ 의 근
 이므로 $1+2a=7$, $a=3$
 $1 \cdot 2 + 2^2 = b$, $b=6$
 따라서 $ab=18$

14 $y=3-x$ 를 $x^2+y^2=k$ 에 대입하면
 $x^2+(3-x)^2=k$, $2x^2-6x+9-k=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2 \cdot (9-k) \geq 0$, $k \geq \frac{9}{2}$
 따라서 자연수 k 의 최솟값은 5이다.

16 (i) $x < -1$ 일 때,
 $-3(x+1) - 2(x-1) \leq 10$, $5x \geq -11$,
 $x \geq -\frac{11}{5}$, 즉 $-\frac{11}{5} \leq x < -1$
 (ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때,
 $3(x+1) - 2(x-1) \leq 10$, $x \leq 5$
 즉 $-1 \leq x < 1$
 (iii) $x \geq 1$ 일 때, $3(x+1) + 2(x-1) \leq 10$
 $5x \leq 9$, $x \leq \frac{9}{5}$, 즉 $1 \leq x \leq \frac{9}{5}$
 (i), (ii), (iii)에 의하여 $-\frac{11}{5} \leq x \leq \frac{9}{5}$
 따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $-\frac{2}{5}$ 이다.

- 19 $2x^2 + (a^2 - 1) = 0$ 의 판별식 D 가
 $D = -4 \cdot 2 \cdot (a^2 - 1) < 0$ 이어야 하므로
 $a < -1$ 또는 $a > 1$ ㉠
 $3ax^2 + (5 - a) = 0$ 의 판별식 D 가
 $D = -4 \cdot 3a \cdot (5 - a) < 0$ 이어야 하므로
 $0 < a < 5$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $1 < a < 5$
 따라서 정수 a 의 값의 합은 9이다.
- 20 (1) $3 \times \overline{BP} = 2 \cdot 4$ 이므로 $\overline{BP} = \frac{8}{3}$ ▶ 2점
 (2) $\triangle APC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}$
 $\triangle BPD = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = \frac{8}{3}$ ▶ 2점
 (3) $\frac{3}{2}, \frac{8}{3}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 6인
 이차방정식은 $6\left(x^2 - \frac{25}{6}x + 4\right) = 0$ 이므로
 $6x^2 - 25x + 24 = 0$ ▶ 3점
- 21 (1) $g(x) = (x-1)^2 - 1$ ($0 \leq x \leq 3$)에서
 $x = 3$ 일 때, 최댓값 $g(3) = 3$
 $x = 1$ 일 때, 최솟값 $g(1) = -1$ ▶ 2점
 (2) $x^2 - 2x = t$ ($0 \leq x \leq 3$)로 놓으면
 (1)에 의하여 $-1 \leq t \leq 3$
 $f(t) = -2t^2 + 4t + k = -2(t-1)^2 + k + 2$
 $-1 \leq t \leq 3$ 에서 함수 $f(t)$ 의 최솟값은 0
 이므로
 $f(-1) = f(3) = k - 6 = 0, k = 6$ ▶ 3점
 따라서 $f(t)$ 의 최댓값은 $f(1) = 8$ 이므로
 $f(x)$ 의 최댓값은 8이다. ▶ 1점

- 22 **문제 이해** $x^3 + (a+1)x^2 - a = 0$ 에서
 $(x+1)(x^2 + ax - a) = 0$ 이므로
 $x = -1$ 또는 $x^2 + ax - a = 0$
 주어진 삼차방정식이 중근을 가지려면
 $x^2 + ax - a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 이거나 중근
 을 가져야 하므로 ▶ 3점
해결 과정 (i) $x = -1$ 을 근으로 가질 때
 $(-1)^2 - a - a = 0$ 이므로 $a = \frac{1}{2}$

- (ii) 중근을 가질 때
 판별식 $D = 0$ 이므로 $a^2 + 4a = 0$
 즉, $a = 0$ 또는 $a = -4$ ▶ 3점

답 구하기 따라서 $\frac{1}{2} + 0 + (-4) = -\frac{7}{2}$ ▶ 1점

- 23 (1) $\angle APB = 90^\circ$ 이므로
 $x^2 + y^2 = 100$ ▶ 2점
 (2) $\triangle ABP = \frac{1}{2}xy = 24$ 이므로 $xy = 48$
 $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ 에서
 $100 = (x+y)^2 - 2 \cdot 48, (x+y)^2 = 196$
 이때 $x > 0, y > 0$ 이므로 $x + y = 14$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP} = x + y = 14$ ▶ 5점

- 24 **문제 이해** 이차항의 계수가 $a(a > 0)$ 인 이차부등
 식은 $a(x+3)(x-3) < 0$ 이므로
 $f(x) = a(x+3)(x-3)$ 이라 하면 ▶ 3점

해결 과정

- $f(14-x) = a(14-x+3)(14-x-3)$
 $= a(17-x)(11-x)$
 $= a(x-11)(x-17)$ ▶ 3점
답 구하기 따라서 $f(14-x) \geq 0$ 은
 $a(x-11)(x-17) \geq 0$ 이므로
 주어진 부등식의 해는 $x \leq 11$ 또는 $x \geq 17$ 이
 다. ▶ 2점

- 25 (1) $x^2 + 2x + (1-n^2) > 0$ 을 풀면
 $\{x + (1-n)\}\{x + (1+n)\} > 0$
 $x < -n-1$ 또는 $x > n-1$ ㉠
 $x^2 + (n-n^2)x - n^3 \leq 0$ 을 풀면
 $(x-n^2)(x+n) \leq 0$
 $-n \leq x \leq n^2$ ㉡
 $-n-1 < -n < n-1 < n^2$ 이므로
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면
 $n-1 < x \leq n^2$ ㉢ ▶ 4점
 (2) ㉢에 속하는 정수의 개수는
 $n^2 - (n-1) = n^2 - n + 1$ 이므로
 $n^2 - n + 1 \leq 21$ 에서
 $(n-5)(n+4) \leq 0, -4 \leq n \leq 5$
 따라서 자연수 n 의 값의 합은 15이다. ▶ 3점

III-1. 평면좌표

01 두 점 사이의 거리

기 본

01 [답] (1) 7 (2) 4

02 [답] -7, 11

03 [답] (1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{5}$ (3) 10 (4) $5\sqrt{2}$

04 [답] -4

표 준

01 [답] 3

$$\overline{AC} + \overline{BC} = |x-1| + |x-2| = 3$$

(i) $x < 1$ 일 때,

$$-x+1-x+2=3$$

$$x=0$$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x-1-x+2=3$$

$$1=3 \text{ (모순)}$$

(iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x-1+x-2=3$$

$$x=3$$

이상에서 구하는 양수 x 의 값은 3이다.

02 [답] ⑤

$$\overline{AB} = \sqrt{(b-a)^2 + (a-b)^2}$$

$$= \sqrt{2(a-b)^2}$$

$$= \sqrt{2} |a-b|$$

03 [답] ②

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{ 에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x-2)^2 + 25 = (x-4)^2 + 1$$

$$x^2 - 4x + 29 = x^2 - 8x + 17$$

$$4x = -12$$

$$\text{따라서 } x = -3$$

04 [답] P(2, -2)

직선 위의 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2$$

$$4x = 8, x = 2$$

$x = 2$ 를 $y = -2x + 2$ 에 대입하면

$$y = -2$$

따라서 P(2, -2)

발 진

01 [답] -1

$\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하면

$$\overline{AB} = \sqrt{(6-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3-6)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{9+(a-1)^2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(3-1)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{4+(a-2)^2}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 \text{ 이어야 하므로}$$

$$26 = 9 + (a-1)^2 + 4 + (a-2)^2$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0, (a-4)(a+1) = 0$$

$$a = 4 \text{ 또는 } a = -1 \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\overline{CA} = \overline{BC} \text{ 이어야 하므로}$$

$$4 + (a-2)^2 = 9 + (a-1)^2$$

$$2a = -2, a = -1 \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } a = -1$$

02 [답] $\sqrt{41}$

$$\sqrt{(a-4)^2 + (b-5)^2} + \sqrt{a^2 + b^2} = \overline{AB} + \overline{OA}$$

점 A가 \overline{OB} 위에 있을 때, $\overline{AB} + \overline{OA}$ 의 값이 최소가 되므로 구하는 최솟값은

$$\overline{OB} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$$

III-1. 평면좌표

02 선분의 내분점과 외분점

기 본

01 [답] ④

02 [답] (1) P(0) (2) Q(-2) (3) M(-1)

03 [답] (1) P(0, 4) (2) M(-1, 3)

04 [답] (11, -8)

표 준

01 [답] (6, -4)

점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$$a = \frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1+2} = 2$$

$$b = \frac{1 \times 0 + 2 \times (-3)}{1+2} = -2$$

이므로 P(2, -2)

점 Q의 좌표를 (c, d)라 하면

$$c = \frac{1 \times (-2) - 2 \times 4}{1-2} = 10$$

$$d = \frac{1 \times 0 - 2 \times (-3)}{1-2} = -6$$

이므로 Q(10, -6)

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+10}{2}, \frac{-2-6}{2} \right) = (6, -4)$$

02 [답] -11

선분 AB를 3:b로 내분하는 점의 좌표가 (2, -1)이므로

$$\frac{3 \times 12 + b \times (-4)}{3+b} = 2, \quad \frac{3 \times a + b \times 8}{3+b} = -1$$

따라서 a=-16, b=5이므로

$$a+b = -16+5 = -11$$

03 [답] -16

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (1, -2)

이므로

$$\frac{a+b-5}{3} = 1, \quad \frac{b+4+2}{3} = -2$$

$$a = -4, \quad b = -12$$

$$\text{따라서 } a+b = -4+(-12) = -16$$

04 [답] D(1, 4)

점 D의 좌표를 (x, y)라 하면 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{-2+2}{2} = \frac{-1+x}{2}, \quad \frac{2+1}{2} = \frac{-1+y}{2}$$

$$x=1, \quad y=4$$

따라서 점 D의 좌표는 (1, 4)이다.

발 전

01 [답] P(1/4, 0)

두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 H₁, H₂라 하면△AH₁P ∽ △BH₂P이므로

$$\overline{AP} : \overline{BP} = \overline{AH_1} : \overline{BH_2} = 6 : 2 = 3 : 1$$

따라서 점 P는 두 점 A(-2, 6), B(1, -2)를 잇는 선분 AB를 3:1로 내분하는 점이다.

즉, 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{3 \times 1 + 1 \times (-2)}{3+1}, \frac{3 \times (-2) + 1 \times 6}{3+1} \right)$$

$$\text{즉, } P\left(\frac{1}{4}, 0 \right)$$

02 [답] 10/9 < k < 2

두 점 A(-1, -5), B(-6, 4)를 이은 선분 AB를 t:(2-t)로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t \times (-6) + (2-t) \times (-1)}{t+(2-t)}, \frac{t \times 4 + (2-t) \times (-5)}{t+(2-t)} \right)$$

$$= \left(\frac{-5t-2}{2}, \frac{9t-10}{2} \right)$$

이때 내분점이 제2사분면 위에 존재하므로

$$\frac{-5t-2}{2} < 0, \quad \frac{9t-10}{2} > 0, \quad \text{즉 } t > \frac{10}{9}$$

그런데 t > 0, 2-t > 0에서 0 < t < 2

$$\text{따라서 } \frac{10}{9} < t < 2$$

III-1. 평면좌표

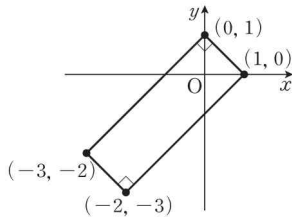
- 01 ⑤ 02 5 03 (1) $\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{2}$
 04 ③ 05 ③ 06 ④ 07 ⑤ 08 7
 09 ② 10 1 11 ③ 12 $\sqrt{13}$ 13 $4\sqrt{5}$
 14 (1) $(\frac{10}{3}, 2)$ (2) (4, 1) 15 (-4, -3)
 16 ④ 17 ② 18 ③ 19 ③ 20 ③
 21 ④ 22 ④ 23 -5 24 ③

- 01 점 B의 좌표를 x 라 하면
 $\overline{AB} = |x - 4| = 5$, $x = 9$ 또는 $x = -1$
- 02 **문제 이해** $\overline{AC} + \overline{BC}$
 $= |x - 2| + |x - 3| = 5$ ▶ 2점
해결 과정 (i) $x < 2$ 일 때
 $-x + 2 - x + 3 = 5$, $x = 0$
 (ii) $2 \leq x < 3$ 일 때
 $x - 2 - x + 3 = 5$, $1 = 5$ (모순)
 (iii) $x \geq 3$ 일 때
 $x - 2 + x - 3 = 5$, $x = 5$ ▶ 4점
답 구하기 이상에서 구하는 양수 x 의 값은 5이다. ▶ 1점
- 04 $\overline{AB} = \sqrt{(a+1)^2 + (-6+a)^2} = 5$
 양변을 제곱하여 정리하면
 $a^2 - 5a + 6 = 0$, $(a-2)(a-3) = 0$
 $a = 2$ 또는 $a = 3$
 따라서 모든 a 의 값의 합은 5이다.
- 05 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $(x-1)^2 + 25 = (x-3)^2 + 1$
 $x^2 - 2x + 26 = x^2 - 6x + 10$
 $4x = -16$, $x = -4$
- 06 점 P가 y 축 위의 점이므로 $a = 0$
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $3^2 + (0-b)^2 = 1^2 + (4-b)^2$
 $9 = -8b + 16 + 1$, $b = 1$
 따라서 $a + b = 0 + 1 = 1$

- 07 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 직각삼각형이므로
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
 $50 = (a^2 - 14a + 53) + (a^2 - 4a + 13)$
 $a^2 - 9a + 8 = 0$
 $(a-1)(a-8) = 0$
 $a > 1$ 이므로 $a = 8$
- 08 **문제 이해** $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 이므로
 $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$ ▶ 2점
해결 과정 $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 에서 $a^2 = 1^2 + b^2$
 $\overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$ 에서 $1^2 + b^2 = (a-1)^2 + b^2$
 $a^2 - 2a = 0$, $a(a-2) = 0$
 $a > 0$ 이므로 $a = 2$ ▶ 3점
 $2^2 = 1^2 + b^2$ 이고 $b > 0$ 이므로
 $b = \sqrt{3}$ ▶ 2점
답 구하기 따라서 $a^2 + b^2 = 4 + 3 = 7$ ▶ 1점
- 09 $\triangle OAB$ 의 외심 P(x , y)에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로
 $\overline{OP} = \overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$
 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2$ 에서
 $x^2 + y^2 = (x-2)^2 + y^2$, $x = 1$
 $\overline{OP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $x^2 + y^2 = x^2 + (y-4)^2$, $y = 2$
 따라서 $x + y = 3$
- 10 $\overline{AB} = \sqrt{(a-2)^2 + (0-a)^2}$
 $= \sqrt{2a^2 - 4a + 4}$
 $= \sqrt{2(a-1)^2 + 2}$
 따라서 $a = 1$ 일 때 \overline{AB} 의 길이는 $\sqrt{2}$ 로 최소가 된다.
- 11 점 A와 y 축에 대하여 대칭인 점을 A'이라 하면 A'(-3, 0)이고 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$
 $\geq \overline{A'B}$
 $= \sqrt{(-3-1)^2 + (0-3)^2} = 5$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 5이다.

- 12 $\sqrt{(a-2)^2 + (b-3)^2} + \sqrt{a^2 + b^2} = \overline{AB} + \overline{OA}$
따라서 구하는 최솟값은 $\overline{OB} = \sqrt{13}$

- 13 **해결 과정** $xy + x + y - 1 = 0$ 에서
 $(x+1)(y+1) = 2$
이 방정식을 만족하는 정수 x, y 를 순서쌍으로 나타내면
 $(0, 1), (1, 0), (-2, -3), (-3, -2)$
이 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형은 다음 그림과 같다.



▶ 4점

답 구하기 따라서 두 대각선의 길이는
 $\sqrt{(1+3)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $\sqrt{(0+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 두 대각선의 길이의 합은 $4\sqrt{5}$ 이다.

▶ 4점

- 16 $P(2, 4), Q(14, 16)$ 이므로
 \overline{PQ} 의 중점 M 의 좌표는 $M(8, 10)$
따라서 $a = 8, b = 10$ 이므로 $a + b = 18$

- 17 점 B 의 좌표를 (x, y) 라 하면
 $\frac{7}{5} = \frac{3x+2 \cdot 2}{3+2}, x = 1$
 $\frac{12}{5} = \frac{3y+2 \cdot 3}{3+2}, y = 2$
따라서 점 B 의 좌표는 $(1, 2)$ 이다.

- 18 \overline{AC} 의 중점과 \overline{BD} 의 중점이 일치하므로
 $\frac{5+1}{2} = \frac{1+b}{2}, \frac{a+5}{2} = \frac{2+3}{2}$
 $1+b = 6, a+5 = 5$
따라서 $a = 0, b = 5$ 이므로 $a + b = 5$

- 19 \overline{AC} 의 중점과 \overline{BD} 의 중점이 일치하므로
 $\frac{a+7}{2} = \frac{b+3}{2}$ 에서 $a - b = -4 \dots\dots \textcircled{1}$

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $(a-3)^2 + 16 = 16 + 4, a^2 - 6a + 5 = 0$
 $(a-1)(a-5) = 0, a = 1$ 또는 $a = 5 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $a = 1$ 일 때 $b = 5, a = 5$ 일 때 $b = 9$
따라서 $a + b$ 의 값은 6 또는 14이다.

- 20 $\frac{a+2a+(-3)}{3} = 1$ 이므로 $a = 2$
 $\frac{1+5+b}{3} = b$ 이므로 $b = 3$
따라서 $ab = 6$

- 21 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 $\triangle PQR$ 의 무게중심은 일치하므로
 $a = \frac{2+(-2)+6}{3} = 2, b = \frac{4+6+8}{3} = 6$
따라서 $a + b = 8$

- 22 $4\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $4(2^2 + 3^2) = 4^2 + (k-5)^2$
 $k^2 - 10k - 11 = 0, (k-11)(k+1) = 0$
 k 는 양수이므로 $k = 11$

- 23 **문제 이해** $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
이때 $\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 13 : 5$ ▶ 3점

해결 과정 따라서 점 D 는 \overline{BC} 를 13 : 5로 내분하는 점이므로
 $a = \frac{13 \times 5 + 5 \times (-4)}{13 + 5} = \frac{5}{2}$
 $b = \frac{13 \times 2 + 5 \times (-7)}{13 + 5} = -\frac{1}{2}$ ▶ 3점

답 구하기 따라서 $\frac{a}{b} = -5$ ▶ 2점

- 24 a 는 $\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이의 중점이다.
 b 는 $\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이의 2 : 1의 내분점이다.
 c 는 $\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이의 1 : 3의 내분점이다.
따라서 $b > a > c$

III-2. 직선의 방정식

01 직선의 방정식

기 본

01 [답] (1) $y = 2x + 7$ (2) $y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

02 [답] (1) $y = 4$ (2) $y = 3$ (3) $y = -1$

03 [답] $y = \sqrt{3}x + 4$

04 [답] (1) $y = 3x - 3$ (2) $y = -4x + 8$

표 준

01 [답] $\frac{9}{4}$

두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 5 = \frac{-3 - 5}{3 - (-1)}(x + 1)$$

$$y = -2x + 3$$

이때 직선 $y = -2x + 3$ 의 x 절편이 $\frac{3}{2}$, y 절편

이 3이므로

$$\triangle OPQ = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{4}$$

02 [답] $-\frac{3}{2}$

(직선 AB의 기울기) $= -k - 2$

(직선 AC의 기울기) $= -\frac{1}{2}$

$$-k - 2 = -\frac{1}{2} \text{에서 } k = -\frac{3}{2}$$

03 [답] $y = -4x + 2$

선분 BC의 중점을 M이라 하면

$$M\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{4+0}{2}\right) \text{이므로 } M(0, 2)$$

점 A를 지나는 직선이 선분 BC의 중점 M을 지나야 하므로

$$y - 6 = \frac{2 - 6}{0 - (-1)}\{x - (-1)\}, \text{ 즉 } y = -4x + 2$$

04 [답] 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

$ax + by + c = 0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울

기는 $-\frac{a}{b}$, x 절편은 $-\frac{c}{a}$ 이다.

이때 $ab > 0$, $ac > 0$ 이므로 $\frac{a}{b} > 0$, $\frac{c}{a} > 0$

$$-\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{a} < 0$$

따라서 기울기가 음수이고, x 절편이 음수인 직선이므로 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다.

발 전

01 [답] 5

직선 $y = m(x - 1) + 1$ 은 점 (1, 1)을 지나고 기울기가 m 이다.

\overline{PQ} 의 길이는 오른쪽

그림과 같이 ㉠일 때

최대이고, ㉡일 때 최

소이므로

$$2\sqrt{2} \leq \overline{PQ} \leq 4\sqrt{2}$$

이때 $2 < 2\sqrt{2} < 3$,

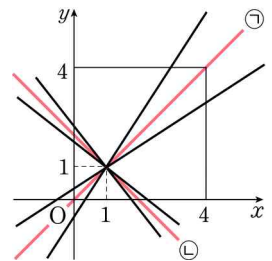
$$5 < 4\sqrt{2} < 6 \text{이므로}$$

\overline{PQ} 의 길이가 정수가 되는 값은 3, 4, 5이다.

$\overline{PQ} = 4$ 일 때 $m = 0$ 으로 1개, $\overline{PQ} = 3$ 일 때와

$\overline{PQ} = 5$ 일 때 m 의 값은 각각 2개씩 존재한다.

따라서 m 의 값의 개수는 5이다.



02 [답] ②

세 점 A(0, 2), B(2, a), C(a, 6)이 삼각형을 이루지 않으려면 세 점이 한 직선 위에 있어야 한다.

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기)

$$\frac{a-2}{2-0} = \frac{6-a}{a-2}, (a-2)^2 = 2(6-a)$$

$$a^2 - 2a - 8 = 0$$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 2이다.

III-2. 직선의 방정식

02 두 직선의 위치 관계

기 본

01 [답] (1), (4)

02 [답] $y = 3x + 5$

03 [답] L, C

04 [답] $y = -4x + 9$

표 준

01 [답] -4

직선 l 의 기울기는 -2 이므로 점 $(-2, 2)$ 를 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은 $y - 2 = -2(x + 2)$, 즉 $y = -2x - 2$
따라서 $a = -2$, $b = -2$ 이므로 $a + b = -4$

02 [답] -9

$3x - 2y + 1 = 0$ 에서 $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$
 $kx + 6y + 4 = 0$ 에서 $y = -\frac{k}{6}x - \frac{2}{3}$
 $\frac{3}{2} = -\frac{k}{6}$ 이므로 $k = -9$

03 [답] $y = -x + 6$

직선 AB의 기울기는 $\frac{4-0}{2-(-2)} = 1$ 이므로 직선 AB에 수직인 직선 AC의 기울기는 -1 이다. 따라서 점 A(2, 4)를 지나고 기울기가 -1 인 직선의 방정식은 $y - 4 = -(x - 2)$, 즉 $y = -x + 6$

04 [답] $y = -\frac{1}{2}x + \frac{21}{4}$

직선 AB의 기울기는 $\frac{5-3}{3-2} = 2$ 이므로 선분 AB에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.
선분 AB의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+3}{2}, \frac{3+5}{2}\right), \text{ 즉 } \left(\frac{5}{2}, 4\right)$$

따라서 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이고, 점 $\left(\frac{5}{2}, 4\right)$ 를 지나
는 직선의 방정식은 $y - 4 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)$, 즉 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{21}{4}$

발 전

01 [답] $\frac{5}{2}$

직선 AB의 방정식은 $3x + 4y = 12$
직선 l 은 직선 AB와 평행하므로 직선 l 의 방정식을 $3x + 4y = k$ ($k > 0$, $k \neq 12$)로 놓으면
두 점 P, Q의 좌표는 $P\left(\frac{k}{3}, 0\right)$, $Q\left(0, \frac{k}{4}\right)$
두 직선 PB, QA의 방정식은 $\frac{3x}{k} + \frac{y}{3} = 1$, $\frac{x}{4} + \frac{4y}{k} = 1$
위의 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{4k}{12+k}, y = \frac{3k}{12+k} \text{ 이므로}$$

$$R\left(\frac{4k}{12+k}, \frac{3k}{12+k}\right)$$

즉, 직선 OR의 방정식은 $y = \frac{3}{4}x$ 이다.

이때 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$ 을 풀면 $x = 2$,

$$y = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } C\left(2, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{따라서 } \overline{OC} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \frac{5}{2}$$

02 [답] (1) $x + 2y - 10 = 0$ (2) 25π

(1) $\angle OPA = 90^\circ$ 이고, 직선 PO의 기울기가 2이므로 (직선 PA의 기울기) $= -\frac{1}{2}$
따라서 직선 PA의 방정식은 $y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 2)$, 즉 $x + 2y - 10 = 0$
(2) x 절편은 10이므로 원의 반지름의 길이는 5이다.

$$\text{따라서 원의 넓이는 } \pi \times 5^2 = 25\pi$$

III-2. 직선의 방정식

03 점과 직선 사이의 거리

기 본

01 [답] (1) 1 (2) $\sqrt{5}$

02 [답] $2\sqrt{5}$

03 [답] $2\sqrt{10}$

04 [답] $2\sqrt{5}$

표 준

01 [답] 2, 12

$$\frac{|2-a+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$$|a-7|=5, \quad a-7=\pm 5$$

$$a=2 \text{ 또는 } a=12$$

02 [답] $4x-3y+6=0, 4x-3y-6=0$

직선 $3x+4y-2=0$ 의 기울기는 $-\frac{3}{4}$ 이므로

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=\frac{4}{3}x+k$ 라 하면

$$4x-3y+3k=0$$

위의 직선과 원점 $(0, 0)$ 사이의 거리가 $\frac{6}{5}$ 이

$$\text{므로 } \frac{|3k|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{6}{5}, \quad |3k|=6$$

$$k=\pm 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$4x-3y+6=0, \quad 4x-3y-6=0$$

03 [답] $x-y-3=0, 7x+7y-1=0$

각의 이등분선 위의 점을 $P(x, y)$ 라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리는 같으므로

$$\frac{|3x+4y+1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|4x+3y-2|}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

$$3x+4y+1=\pm(4x+3y-2)$$

$$x-y-3=0, \quad 7x+7y-1=0$$

04 [답] ②

직선 $3x+y=a$ 위의 점 $(0, a)$ 와 직선 $3x+y=a^2+10$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 0 + 1 \times a - (a^2 + 10)|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10}$$

$$|a^2 - a + 10| = 10$$

(i) $a^2 - a + 10 = 10$ 일 때,

$$a^2 - a = 0 \text{ 이므로 } a=0 \text{ 또는 } a=1$$

(ii) $a^2 - a + 10 = -10$ 일 때,

$$a^2 - a + 20 = 0 \text{ 이므로 허근을 갖는다.}$$

(i), (ii)에서 구하는 양수 a 의 값은 1이다.

발 전

01 [답] $3\sqrt{2}$

주어진 직선의 방정식을 정리하면

$$(k+1)x + (k+2)y + 3 = 0$$

$$l(k) = \frac{|3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k+2)^2}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2k^2 + 6k + 5}} = \frac{3}{\sqrt{2\left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}}$$

$k = -\frac{3}{2}$ 일 때 분모는 최소이고 이때 $l(k)$ 는 최

댓값을 가지므로

$$l(k) \leq \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$$

따라서 $l(k)$ 의 최댓값은 $3\sqrt{2}$ 이다.

02 [답] 21

$$\overline{BC} = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = 2\sqrt{13}$$

직선 BC의 방정식은

$$y-3 = \frac{-3-3}{2-(-2)}(x+2), \quad \text{즉 } 3x+2y=0$$

점 A(2, 5)와 직선 BC사이의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{21}{\sqrt{13}}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{13} \cdot \frac{21}{\sqrt{13}} = 21$$

III-2. 직선의 방정식

01 (1) $y = 3x - 5$ (2) $y = x + 3$ (3) $y = 4$
(4) $x = -2$ 02 1 03 ④ 04 ⑤

05 ㄱ, ㄷ 06 $\frac{1}{3}$ 07 ③

08 (1) 4 (2) $-\frac{1}{4}$ 09 ⑤ 10 ② 11 3

12 ③ 13 -36 14 ⑤ 15 7 16 ②

17 ③ 18 ③ 19 $\sqrt{2}$ 20 ⑤ 21 $6\sqrt{2}$

22 ① 23 ② 24 ③

03 기울기가 3이고 점 $(2, a)$ 를 지나는 직선
 $y = 3(x - 2) + a$ 가 점 $(a, 6)$ 을 지나므로
 $6 = 3(a - 2) + a, a = 3$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 3x - 3$

04 두 점 $A(-1, -2)$ 와 \overline{BC} 의 중점 $(2, 3)$ 을
지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{3 - (-2)}{2 - (-1)} = (x - 2), 5x - 3y - 1 = 0$$

05 ㄴ. $k \neq 0, k = 1$ 이면 $x = 1$ 이므로 주어진 직선
은 직선 $y = -x + 2$ 와 일치한다고 할 수 없
다. (거짓)

ㄷ. $(x + y - 2)k + (x - y) = 0$ 이 k 에 대한 항
등식이므로 $x + y - 2 = 0, x - y = 0$
 $x = 1, y = 1$

즉, 주어진 직선은 k 의 값에 관계없이 항상
점 $(1, 1)$ 을 지난다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

06 직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 직선 l 의 방정식
은 $y = m(x - 1) + 1$
두 점 P, Q 의 y 좌표가 각각 $1 - m, 1 + 3m$ 이
므로 사각형 $OAQP$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (1 - m + 1 + 3m) \times 4 = 4(m + 1)$$

사각형 $PQBC$ 의 넓이는

$$16 - 4(m + 1) = 4(3 - m)$$

$$4(m + 1) : 4(3 - m) = 1 : 2 \text{이므로 } m = \frac{1}{3}$$

07 $ax + by + c = 0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

$$ab > 0, bc < 0 \text{이므로 } -\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{b} > 0$$

따라서 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 제3사분면을
지나지 않는다.

11 **해결 과정** \overline{AB} 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는
 $(2, 4)$ ▶ 2점

$$\text{직선 } AB \text{의 기울기는 } \frac{2-5}{4-1} = -1 \text{이므로 직선}$$

AB 에 수직인 직선의 기울기는 1이다. ▶ 2점

따라서 직선의 방정식은

$$y - 4 = x - 2, x - y + 2 = 0 \quad \text{▶ 2점}$$

답 구하기 $a = 1, b = 2$ 이므로 $a + b = 3$ ▶ 1점

12 $\frac{1}{k} = \frac{k}{2k+3} \neq \frac{-1}{-3}$ 이어야 하므로

$$\frac{1}{k} = \frac{k}{2k+3} \text{에서 } k = -1 \text{ 또는 } k = 3$$

$k = 3$ 이면 두 직선이 일치하므로 평행한 경우는
 $k = -1$

13 두 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$2a - 8 + 2 = 0, 2 + 4b + c = 0$$

또, 두 직선이 서로 수직이므로 $a - 2b = 0$

$$\text{따라서 } a = 3, b = \frac{3}{2}, c = -8 \text{이므로}$$

$$abc = -36$$

14 $x + 2y = 6 \cdots \cdots \textcircled{A}, 4x - 3y = 12 \cdots \cdots \textcircled{B},$
 $ax + y = 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C} \text{의 기울기는 각각 } -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, -a \text{ 이므}$$

로 \textcircled{A} 과 \textcircled{B} 은 수직이 될 수 없다.

(i) \textcircled{A} 과 \textcircled{C} 이 수직일 때

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times (-a) = -1, a = -2$$

(ii) \textcircled{B} 과 \textcircled{C} 이 수직일 때

$$\frac{4}{3} \times (-a) = -1, a = \frac{3}{4}$$

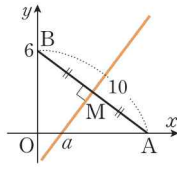
따라서 (i), (ii)에 의하여 구하는 값은

$$(-2) + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$$

- 15 **문제 이해** 오른쪽 그림과 같이
지면이 x 축, 벽이 y 축이 되
도록 좌표축을 잡으면

$$\overline{OA}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\overline{OA} = 8$$



▶ 3점

해결 과정 직선 AB의 기울기는 $-\frac{3}{4}$ 이므로 햇빛

이 통과하는 직선은 기울기가 $\frac{4}{3}$ 이고 선분 AB
의 중점 (4, 3)을 지난다.

따라서 이 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{4}{3}(x - 4), \quad y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{3} \quad \text{▶ 3점}$$

답 구하기 이때 a 의 값은 이 직선의 x 절편과 같

$$\text{으므로} \quad a = \frac{7}{4}, \quad 4a = 7 \quad \text{▶ 2점}$$

$$16 \quad \frac{|12k - 5 \cdot 2 - 4|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = 2, \quad |12k - 14| = 26$$

$$k < 0 \text{이므로} \quad -(12k - 14) = 26$$

$$\text{따라서} \quad k = -1$$

- 17 직선 $3x - 4y = 0$ 과 평행한 직선의 방정식을
 $y = \frac{3}{4}x + k$, 즉 $3x - 4y + 4k = 0$ 으로 놓으면

$$\frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 4k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1$$

$$k = \frac{3}{4} \quad \text{또는} \quad k = -\frac{7}{4}$$

따라서 이 직선의 양수인 y 절편은 $\frac{3}{4}$ 이다.

$$18 \quad \frac{|a \cdot 1 + b \cdot (-1)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$|a - b| = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 0, \quad a + b = 0$$

$$19 \quad (k - 3)x + (1 - k)y - 2 = 0$$

$$f(k) = \frac{|-2|}{\sqrt{(k - 3)^2 + (1 - k)^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2k^2 - 8k + 10}} = \frac{2}{\sqrt{2(k - 2)^2 + 2}}$$

따라서 $k = 2$ 일 때, 최댓값 $\sqrt{2}$ 를 갖는다.

- 20 직선 OP는 원점을 지나고, 직선 $x + 2y = 10$ 과
수직이므로 직선 OP의 방정식은 $y = 2x$
두 직선 $y = 2x$, $x + 2y = 10$ 의 교점 P의 좌
표는

$$P(2, 4)$$

$$\text{따라서} \quad a + b = 2 + 4 = 6$$

- 21 **해결 과정** $\frac{1}{2}ab = 9$ 이므로

$$ab = 18 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{에서} \quad bx + ay - ab = 0$$

원점과 이 직선 사이의 거리가 3이므로

$$\frac{|-ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3, \quad \frac{18}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 6, \quad a^2 + b^2 = 36 \quad \dots\dots \textcircled{8} \quad \text{▶ 5점}$$

답 구하기 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 이므로 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$

에 의하여

$$(a + b)^2 = 36 + 2 \times 18 = 72$$

그런데 $a > 0$, $b > 0$ 이므로

$$a + b = 6\sqrt{2} \quad \text{▶ 3점}$$

- 22 A(1, 5), B(4, -2)를 지나는 직선의 방정식
은 $7x + 3y - 22 = 0$

원점 O에서 \overline{AB} 까지의 거리는

$$\frac{|-22|}{\sqrt{7^2 + 3^2}} = \frac{22}{\sqrt{58}}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4 - 1)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{58}$$

$$\text{따라서} \quad \triangle OAB = \frac{1}{2} \times \sqrt{58} \times \frac{22}{\sqrt{58}} = 11$$

- 23 직선 $2x - y + 1 = 0$ 위의 한 점 (0, 1)과 직선
 $2x - y - 9 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 \cdot 0 - 1 - 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

- 24 직선 AD의 방정식을 구하면

$$y = 2x + 2, \quad \text{즉} \quad 2x - y + 2 = 0$$

점 B(3, 0)과 직선 $2x - y + 2 = 0$ 사이의 거
리가 두 선분 AD, BC 사이의 거리이므로

$$\frac{|2 \cdot 3 - 0 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

III-3. 원의 방정식

01 원의 방정식

기 본

01 [답] (1) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$ (2) $x^2 + y^2 = 26$

02 [답] -10

03 [답] (1) $(4, 0)$, 4 (2) $(2, -1)$, 2

04 [답] (1) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$
(2) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$

표 준

01 [답] $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$

구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라 하면 점 C 는 \overline{AB} 의 중점이므로

$$a = \frac{5-1}{2} = 2, b = \frac{1-3}{2} = -1, \text{ 즉 } C(2, -1)$$

원의 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(2-5)^2 + (-1+1)^2} = 3$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$$

02 [답] $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$

원의 중심을 $C(a, a-3)$ 이라 하면 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2 + (a-5)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + (a-2)^2}$$

$$a = 2$$

따라서 원의 중심은 $C(2, -1)$ 이고 원의 반지름의 길이는 $\overline{AC} = \sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$$

03 [답] $y = -x + 1$

$$x^2 + y^2 - 2y = 0 \text{에서 } x^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$x^2 + 4x + y^2 - 6y - 3 = 0 \text{에서}$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(0, 1)$, $(-2, 3)$ 이고, 두 원의 넓이를 각각 이등분하

는 직선은 반드시 두 원의 중심을 지나야 하므로 구하는 직선의 방정식은

$$y-1 = \frac{3-1}{-2-0}(x-0), \text{ 즉 } y = -x + 1$$

04 [답] ⑤

구하는 원의 반지름의 길이를 $r(r > 0)$ 라 하면

$$\text{원의 방정식은 } (x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$$

이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1-r)^2 + (2-r)^2 = r^2, r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$(r-1)(r-5) = 0, \text{ 즉 } r = 1 \text{ 또는 } r = 5$$

따라서 두 원의 넓이의 합은 $\pi + 25\pi = 26\pi$

발 전

01 [답] $(1, -2)$

$$x^2 + y^2 - 2kx + 8ky + 34k - 21 = 0 \text{에서}$$

$$(x-k)^2 + (y+4k)^2 = 17k^2 - 34k + 21$$

이므로 중심이 점 $(k, -2k)$ 이고 반지름의 길이는 $\sqrt{17k^2 - 34k + 21}$ 이다.

$$\sqrt{17k^2 - 34k + 21} = \sqrt{17(k-1)^2 + 4} \text{에서}$$

$k=1$ 일 때 원의 반지름의 길이가 최소가 되므로 넓이가 최소가 될 때의 원의 중심의 좌표는 $(k, -2k) = (1, -2)$

02 [답] $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 16$

두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이를 각각 a, b 라고 하면 원 C_1 의 중심의 좌표는 (a, a) 이다.

원 C_1 의 중심은 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 위에 있으므로 $3a - 4a + 1 = 0, a = 1$

따라서 원 C_1 의 중심의 좌표는 $(1, 1)$ 이고 반지름의 길이는 1이다.

오른쪽 그림에서

$$(b+1) : (b-1) = 5 : 3$$

$$5(b-1) = 3(b+1)$$

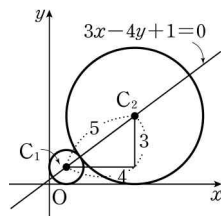
$$b = 4$$

따라서 원 C_2 의 중심의

좌표는 $(5, 4)$ 이고 반지

름의 길이는 4이므로 구하는 원 C_2 의 방정식은

$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 16$$



III-3. 원의 방정식

02 원과 직선의 위치 관계

기본

01 [답] 7, 1

02 [답] (1) $-2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$

(2) $k = -2\sqrt{2}$ 또는 $k = 2\sqrt{2}$

(3) $k < -2\sqrt{2}$ 또는 $k > 2\sqrt{2}$

03 [답] $y = 3x \pm 2\sqrt{10}$

04 [답] $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$

표준

01 [답] ⑤

$$\frac{|-a|}{\sqrt{3^2+4^2}} < 1, |a| < 5, -5 < a < 5$$

02 [답] 16

원 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 의 중심인 점 $(2, -3)$ 과 직선 $x-2y+2=0$ 사이의 거리는 $2\sqrt{5}$ 이고, 원의 반지름의 길이는 2이므로

$$M = 2\sqrt{5} + 2, m = 2\sqrt{5} - 2$$

따라서 $Mm = 16$

03 [답] ④

직선 $x+2y-2=0$ 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이므로

$$a = 2$$

원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 기울기가 2인 직선의 방정식은 $y = 2x \pm \sqrt{5}$

따라서 $b = \pm\sqrt{5}$ 이므로 $a^2 + b^2 = 2^2 + 5 = 9$

04 [답] $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

원의 중심의 좌표를 $(t, 2t)$ 로 놓으면

$$r = \frac{|t+4t-3|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|t+4t-7|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$(5t-3) = \pm(5t-7)$ 에서 $5t-3 \neq 5t-7$ 이므로

$$5t-3 = -5t+7, \text{ 즉 } t = 1$$

따라서 원의 중심의 좌표는 $(1, 2)$ 이고 반지름의 길이는 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 이므로 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$$

발전

01 [답] $\frac{2\sqrt{39}}{13}$

원 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 의

중심의 좌표를 $C(2, 0)$,

\overline{AB} 의 중점을 M 이라고

하면 $\overline{CA} = 2$, $\overline{AM} = 1$ 이

므로

$$\overline{CM} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

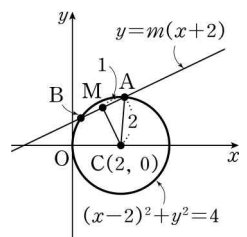
$$\frac{|2m-0+2m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \sqrt{3} \text{ 이므로 } 13m^2 = 3$$

$$m > 0 \text{ 이므로 } m = \frac{\sqrt{39}}{13}$$

즉, 직선 $y = \frac{\sqrt{39}}{13}(x+2)$ 의 x 절편은 -2 이

고, y 절편은 $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ 이므로 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2\sqrt{39}}{13} = \frac{2\sqrt{39}}{13}$$



02 [답] $2+3\sqrt{2}$

접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y = mx + a$$

원의 중심인 점 $(0, 2)$ 와 직선 $mx - y + a = 0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 3과 같아야 하므로

$$\frac{|m \times 0 - 2 + a|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = 3, |a-2| = 3\sqrt{m^2+1}$$

$$9m^2 - (a^2 - 4a - 5) = 0$$

이 이차방정식의 두 근을 m_1, m_2 라 하면

$$m_1 m_2 = -\frac{1}{9}(a^2 - 4a - 5) = -1$$

$$a^2 - 4a - 14 = 0, a = 2 \pm 3\sqrt{2}$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 2 + 3\sqrt{2}$

III-3. 원의 방정식

- 01 (1) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 3$
 (2) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2$ 02 ① 03 ④
 04 ④ 05 2 06 ② 07 ② 08 ②
 09 5 10 ③ 11 ② 12 21 13 $\sqrt{3}$
 14 ⑤ 15 ③ 16 ④ 17 ⑤
 18 $y = 3x \pm 10\sqrt{2}$ 19 ① 20 ②
 21 ② 22 ② 23 ④ 24 $\sqrt{3}$

- 05 **문제 이해** 원의 방정식을
 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 으로 놓으면 ▶ 2점

해결 과정 $c = 0, 9 + 3a + c = 0,$

$$5 + a + 2b + c = 0$$

이므로 $a = -3, b = -1, c = 0$

따라서 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \quad \text{▶ 3점}$$

답 구하기 따라서 $p = \frac{3}{2}, q = \frac{1}{2}$ 이므로

$$p + q = 2 \quad \text{▶ 3점}$$

- 06 $(1-a)^2 + (2-b)^2 = (3-a)^2 + (2-b)^2$ 이므로
 $4a - 8 = 0, a = 2$
 또 $b = 2a - 1$ 이므로 $b = 2 \cdot 2 - 1 = 3$
 $r = \sqrt{(1-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2}$
 따라서 $abr = 6\sqrt{2}$

- 08 $(x+2a)^2 + (y-a)^2 = 5a^2 - 10a + 15$ 에서
 $\sqrt{5a^2 - 10a + 15} = \sqrt{5(a-1)^2 + 10} \geq \sqrt{10}$
 $a = 1$ 일 때 원의 넓이가 최소가 되므로 중심의
 좌표는 $(-2, 1)$ 이다.

- 12 **해결 과정** $a = \frac{-1+7}{2} = 3$

$$b = \frac{1+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}}{2} = 1 \quad \text{▶ 4점}$$

중심 $(3, 1)$ 과 점 $(7, 0)$ 사이의 거리는 반지름
 의 길이와 같으므로

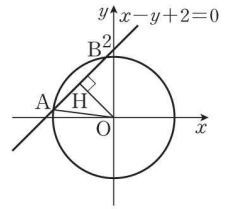
$$r^2 = (7-3)^2 + (0-1)^2 = 17 \quad \text{▶ 2점}$$

답 구하기 따라서 $a + b + r^2 = 21$ ▶ 1점

- 13 **해결 과정** 오른쪽 그림에서

$$\overline{AH} = 1,$$

$$\overline{OH} = \frac{|2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2} \quad \text{▶ 4점}$$



답 구하기 직각삼각형 OAH에서

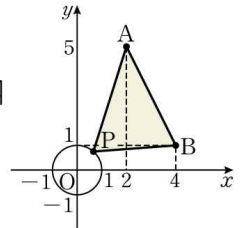
$$r = \overline{OA} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} \quad \text{▶ 3점}$$

- 14 직선 AB의 방정식은

$$2x + y - 9 = 0$$

점 P와 직선 사이의 거리
 의 최솟값은

$$\frac{|2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 - 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} - 1 = \frac{9\sqrt{5}}{5} - 1$$



또, $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 이므로 $\triangle PAB$ 의 넓이의 최솟
 값은 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{9\sqrt{5}-5}{5} = 9 - \sqrt{5}$

- 15 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$
 를 지나므로 $9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$
 $16a - b = 31 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

원 $(x-1)^2 + (y-2a)^2 = 4a^2 - b + 1$ 이 x 축에
 접하므로 $2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, b = 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{8}$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$16a - 1 = 31, a = 2$$

따라서 $a + b = 2 + 1 = 3$

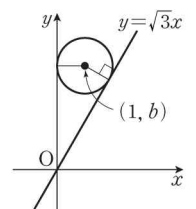
- 16 원의 방정식을 $(x+r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ ($r > 0$)
 으로 놓으면 $(-4+r)^2 + (2-r)^2 = r^2$
 $r = 2$ 또는 $r = 10$
 따라서 큰 원의 반지름의 길이가 10이므로 넓이
 는 $\pi \times 10^2 = 100\pi$

- 17 원이 y 축에 접하므로
 $a = 1$

$$\frac{|\sqrt{3} - b|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = 1 \text{ 이}$$

므로

$$\sqrt{3} - b = \pm 2$$



$$b > 0 \text{ 이므로 } b = 2 + \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } a + b = 3 + \sqrt{3}$$

- 20 접선의 기울기를 m 이라 하면 기울기가 m 이고 점 $(1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = m(x - 1) + 3 = mx - m + 3$$

$$mx - y - m + 3 = 0$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 접선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 1과 같아야 하므로

$$\frac{|-m + 3|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 1, m = \frac{4}{3}$$

$$m = \frac{4}{3} \text{ 를 } mx - y - m + 3 = 0 \text{에 대입하면}$$

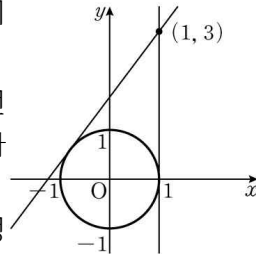
$$\frac{4}{3}x - y - \frac{4}{3} + 3 = 0, 4x - 3y + 5 = 0$$

한편, 오른쪽 그림과 같이 점 $(1, 3)$ 에서 원

$x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선 중 y 축과 평행한 접선을 가지므로 $x = 1$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x = 1 \text{ 또는 } 4x - 3y + 5 = 0$$



- 21 점 P의 좌표를 (x, y) 로 놓으면

$$\sqrt{(x+3)^2 + y^2} : \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 2 : 1$$

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 = (2\sqrt{2})^2$$

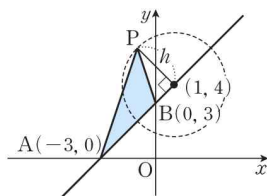
$\triangle PAB$ 의 높이를 h

라 하면 오른쪽 그림에서 $\triangle PAB$ 의 넓이는

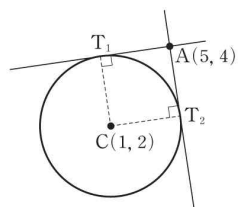
$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h$$

따라서 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ 이고, $h = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대이므로 구하는 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 6$$



- 22 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 C라 하고, 점 A에서 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 T_1 , T_2 라 하면 사각형



AT_1CT_2 는 정사각형이다. 이때 $\overline{CA} = 2\sqrt{5}$ 이고, $\overline{CT_1} : \overline{CA} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{CT_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{CA} = \sqrt{10}$$

따라서 양수 r 의 값은 $\sqrt{10}$ 이다.

- 23 점 (x_n, y_n) 에서의 접선의 방정식은

$$x_n x + y_n y = 1 \quad \text{..... ㉠}$$

점 (x_n, y_n) 은 원 위의 점이므로

$$x_n^2 + y_n^2 = 1 \quad \text{..... ㉡}$$

직선 ㉠이 점 $(n, 0)$ 을 지나므로

$$x_n n = 1, x_n = \frac{1}{n} \quad \text{..... ㉢}$$

㉢을 ㉡에 대입하면

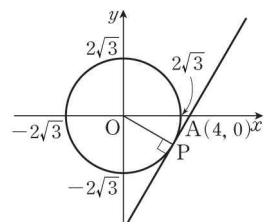
$$y_n^2 = 1 - x_n^2 = 1 - \frac{1}{n^2} \\ = \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$$

따라서

$$(y_2 \times y_3 \times \cdots \times y_8)^2 \\ = \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}\right) \times \cdots \times \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{8}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\text{이므로 } y_2 \times y_3 \times \cdots \times y_8 = \frac{3}{4}$$

- 24 **문제 이해** 직선 AP의 기울기가 최대가 되는 경우는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면에서 직선 AP가 원에 접하는 경우이다. ▶ 3점



해결 과정 직선 AP의 기울기를 m 이라 하면 직선 AP의 방정식은

$$y = m(x - 4), mx - y - 4m = 0$$

이때 원의 중심인 점 $(0, 0)$ 과 직선 AP 사이의 거리는 $2\sqrt{3}$ 이 되어야 하므로

$$\frac{|-4m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{3}, m^2 = 3 \quad \text{▶ 4점}$$

$$\text{답 구하기 } m > 0 \text{ 이므로 } m = \sqrt{3}$$

따라서 직선 AP의 기울기의 최댓값은 $\sqrt{3}$ 이다. ▶ 2점

III-4. 도형의 이동

01 평행이동

기 본

- 01 [답] (1) (2, 3) (2) (4, 4)
(3) (5, 2) (4) (1, 7)

- 02 [답] $a = -1, b = 1$

- 03 [답] $2x - 3y + 14 = 0$

- 04 [답] (1) $y = x^2 - 4x + 4$
(2) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

표 준

- 01 [답] (-6, 7)

주어진 평행이동은 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다.

이 평행이동에 의하여 점 $(-3, 1)$ 로 옮겨지는 점의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a + 3 = -3, b - 6 = 1 \text{ 이므로 } a = -6, b = 7$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-6, 7)$ 이다.

- 02 [답] -3

점 $(2, a)$ 를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(3, a+2)$$

점 $(3, a+2)$ 가 직선 $2x + y = 5$ 위의 점이므로

$$6 + (a+2) = 5, a = -3$$

- 03 [답] -4

$y = x + 3$ 에서 x 에 $x-2$, y 에 $y-k$ 를 대입하면

$$y - k = (x - 2) + 3, \text{ 즉 } y = x + 1 + k$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6 = 0 \text{에서 } (x-3)^2 + y^2 = 15$$

직선 $y = x + 1 + k$ 이 위의 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(3, 0)$ 을 지나야 하므로

$$0 = 3 + 1 + k$$

$$\text{따라서 } k = -4$$

- 04 [답] ②

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0 \text{에서}$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$$

$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$ 에서 x 에 $x-a$ 를, y 에 $y-b$ 를 대입하면

$$(x-a-3)^2 + (y-b+2)^2 = 1$$

이 원이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 일치하므로

$$-a-3=0, -b+2=0$$

$$a=-3, b=2$$

$$\text{따라서 } a+b=-3+2=-1$$

발 전

- 01 [답] 3

세 점 $A(-2, 2)$, $B(4, b)$, $C(a, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 $G(m, n)$ 이라 하면

$$m = \frac{-2+4+a}{3} = \frac{a+2}{3}$$

$$n = \frac{2+b+2}{3} = \frac{b+4}{3}$$

점 $G(m, n)$ 을 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 원점으로 옮겨지므로

$$\frac{a+2}{3} - 1 = 0, \frac{b+4}{3} - 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a=1, b=2 \text{ 이므로}$$

$$a+b=1+2=3$$

- 02 [답] 9

직선 $y = ax + b$ 에서 x 에 $x+3$ 을, y 에 $y-1$ 을 대입하면

$$y-1 = a(x+3) + b$$

$$y = ax + 3a + b + 1$$

이 직선이 직선 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 와 y 축 위에서 수직으로 만나므로

$$a \times \frac{1}{3} = -1, 3a + b + 1 = -2$$

$$a = -3, b = 6$$

$$\text{따라서 } b-a = 6 - (-3) = 9$$

III-4. 도형의 이동

02 대칭이동

기 본

- 01 [답] (1) x 축: $(3, -5)$, y 축: $(-3, 5)$,
원점: $(-3, -5)$
(2) x 축: $(1, 4)$, y 축: $(-1, -4)$,
원점: $(-1, 4)$

- 02 [답] (1) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$
(2) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$
(3) $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$

- 03 [답] (1) $(5, 3)$ (2) $(2, -4)$
(3) $(-1, 6)$ (4) $(-7, -2)$

- 04 [답] (1) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ (2) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$

표 준

01 [답] ⑤

점 (a, b) 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-a, -b)$
점 $(-a, -b)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(a, -b)$
이 점이 점 $(3, -4)$ 와 일치하므로
 $a = 3, b = 4$
따라서 $a + b = 3 + 4 = 7$

02 [답] -7

직선 $y = 3x + k$ 에서 y 에 $-y$ 를 대입하면
 $-y = 3x + k$, 즉 $y = -3x - k$
 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$
직선 $y = -3x - k$ 가 원의 넓이를 이등분하려면
원의 중심인 점 $(3, -2)$ 를 지나야 하므로
 $-2 = -3 \times 3 - k$, 즉 $k = -7$

03 [답] ⑤

점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(-1 + a, 3 + b)$$

이 점을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(3 + b, -1 + a)$

이 점이 처음의 점 $A(-1, 3)$ 과 일치하므로
 $3 + b = -1, -1 + a = 3$, 즉 $a = 4, b = -4$
따라서 $a^2 + b^2 = 4^2 + (-4)^2 = 32$

04 [답] $a = -12, b = \frac{1}{4}$

직선 $y = 4x + a$ 에서 x 에 y 를, y 에 x 를 대입

하면 $x = 4y + a$, 즉 $y = \frac{1}{4}x - \frac{a}{4}$

이 직선이 직선 $y = bx + 3$ 과 일치하므로

$$b = \frac{1}{4}, -\frac{a}{4} = 3$$

$$\text{따라서 } a = -12, b = \frac{1}{4}$$

발 전

01 [답] $2\sqrt{30}$

$y = mx + 3$ 에서 x 에 $-x$ 를 대입하면

$$mx + y - 3 = 0$$

원의 중심인 점 $(1, -1)$ 과 직선

$mx + y - 3 = 0$ 사이의 거리 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|m-1-3|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{2}, |m-4| = \sqrt{2(m^2+1)}$$

$$m^2 + 8m - 14 = 0, m = -4 \pm \sqrt{30}$$

따라서 $\alpha = -4 + \sqrt{30}, \beta = -4 - \sqrt{30}$ 이므로

$$\alpha - \beta = -4 + \sqrt{30} - (-4 - \sqrt{30}) = 2\sqrt{30}$$

02 [답] $\sqrt{2}$

점 A 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $B(b, a)$

두 점 A, B 가 포물선 $y = x^2 - 1$ 위의 점이므로

$$b = a^2 - 1 \cdots \cdots \textcircled{A}, a = b^2 - 1 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①에서 ②을 변끼리 빼면

$$b - a = a^2 - b^2, b - a = (a - b)(a + b)$$

이때 $a \neq b$ 이므로 $a + b = -1$, 즉 $b = -a - 1$

$b = -a - 1$ 을 ②에 대입하여 풀면

$$a = 0 \text{ 또는 } a = -1$$

따라서 $A(0, -1), B(-1, 0)$ 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(0+1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2}$$

III-4. 도형의 이동

- 01 (1) $(-3, 6)$ (2) $(1, 5)$ 02 ① 03 $2\sqrt{5}$
 04 (1) $y = 2x^2 + 8x + 5$
 (2) $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 1$ 05 ③ 06 ②
 07 5 08 ② 09 ⑤ 10 ④
 11 $4\sqrt{10}$
 12 (1) $5x + 4y + 3 = 0$ (2) $5x + 4y - 3 = 0$
 (3) $5x - 4y - 3 = 0$ (4) $4x - 5y - 3 = 0$
 13 ③ 14 ④ 15 ③ 16 $-\frac{12}{5}$
 17 ③ 18 $3\sqrt{2} - 2$ 19 ① 20 ①
 21 ③ 22 5 23 ③ 24 ⑤

- 03 **해결 과정** 앞면이 6회 나오고 뒷면이 2회 나오면 점 $P(1, -1)$ 은 x 축의 방향으로 $6 - 2 = 4$ 만큼, y 축의 방향으로 $-6 + 2 \times 2 = -2$ 만큼 평행이동하므로 점 Q 의 좌표는 $(5, -3)$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 선분 PQ 의 길이는 $\sqrt{(5-1)^2 + \{(-3-(-1))\}^2} = 2\sqrt{5}$ ▶ 3점
- 05 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 $3(x-1) + (y-n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0$
 따라서 $-n - 8 = -1$ 이므로 $n = -7$
- 06 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$
- 07 두 원 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 반지름의 길이가 서로 같아야 하므로 $r^2 = 5$
- 08 원 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ 의 중심인 점 $(2, -1)$ 이 원점으로 옮겨지므로 $2 + a = 0$, $-1 + b = 0$
 따라서 $a = -2$, $b = 1$ 이므로 $a + b = -1$
- 09 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y

축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3$$

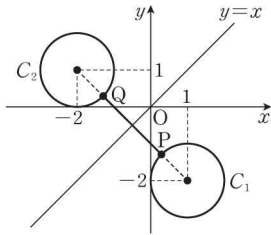
이 직선이 \overline{PR} 의 중점 $(3, 3)$ 을 지나므로

$$3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, 3a - 2b + 3 = 0$$

- 10 x 축, y 축, 원점 대하여 대칭이동을 반복하면 x 좌표와 y 좌표의 부호만 달라진다.
 따라서 좌표평면 위에 나타날 수 없는 점은 ④ $(2, 1)$ 이다.
- 11 **문제 이해** 점 P 의 좌표를 (a, b) 라 하면 점 Q 의 좌표는 $(-a, -b)$ ▶ 2점
해결 과정 두 점 $P(a, b)$, $Q(-a, -b)$ 는 곡선 $y = x^2 - 3x - 4$ 위의 점이므로 $b = a^2 - 3a - 4 \cdots \textcircled{A}$, $-b = (-a)^2 - 3(-a) - 4 \cdots \textcircled{B}$
 \textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하여 풀면 $2a^2 - 8 = 0$, $a^2 = 4$
 $a = 2$ 또는 $a = -2$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 $a = 2$, $b = -6$ 또는 $a = -2$, $b = 6$ 이므로 $\overline{PQ} = \sqrt{(2+2)^2 + (-6-6)^2} = 4\sqrt{10}$ ▶ 2점
- 14 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $(-x)^2 + y^2 - 4(-x) + 6y + 12 = 0$
 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$
 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 1$
- 15 $y = kx + 1$ 에 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -kx + 1$
 이 직선이 원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ 의 중심 $(3, -2)$ 를 지나야 하므로 $-2 = -3k + 1$, $k = 1$
- 16 원 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$
 이 원이 직선 $mx - y = 0$ 에 접하므로 $\frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2$, $5m^2 + 12m = 0$
 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 m 의 값의 합은 $-\frac{12}{5}$ 이다.

- 17 원 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 $x^2 + (y-2)^2 = 4$
원의 중심 $(0, 2)$ 가 직선 $y=2x+k$ 위에 있으므로 $2=2 \times 0 + k, k=2$

- 18 **해결 과정** 원 $C_1: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원 C_2 의 방정식은 $C_2: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ▶ 3점
오른쪽 그림과 같이 두 점 P, Q 사이의 거리의 최솟값은 두 원의 중심인 점 $(1, -2)$ 와 점 $(-2, 1)$ 사이의 거리에서 두 원의 반지름의 길이의 합을 뺀 것과 같다. ▶ 2점



답 구하기 따라서 구하는 최솟값은

$$\sqrt{(-3)^2 + 3^2} - 2 = 3\sqrt{2} - 2 \quad \text{▶ 3점}$$

- 19 직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 직선의 방정식은 $y+3=m(x-4)$ ㉠
직선 ㉠을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 $x+3=m(y-4)$ ㉡
직선 ㉡을 x 축에 대하여 대칭이동하면 $x+3=m(-y-4)$ ㉢
직선 ㉢이 점 $A(4, -3)$ 을 지나므로 $4+3=m(3-4), m=-7$

- 20 원 $x^2 + y^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 ㉠
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 9$
원 ㉠을 y 축에 대하여 대칭이동하면
 $(-x-a)^2 + (y-b)^2 = 9$
 $(x+a)^2 + (y-b)^2 = 9$
 $x^2 + y^2 + 2ax - 2by + a^2 + b^2 - 9 = 0$
 $2a=4, 2b=6, a^2 + b^2 - 9 = k$ 이므로
 $a=2, b=3, k=4$
따라서 $a+b-k=1$

- 21 도형 $f(y-1, -x)=0$ 은 도형 $f(x, y)=0$ 을 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후 y 축에

대하여 대칭시키고 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭한 것이므로 ㉢이다.

- 22 **문제 이해** 직선 $ax + (b-1)y = 2$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(b-1)x + ay = 2$ ▶ 3점

해결 과정 이 직선과 직선 $(a+1)x + by = 1$ 이 일치하므로 $\frac{a+1}{b+1} = \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

$$\frac{a+1}{b+1} = \frac{1}{2} \text{에서 } 2a-b=-3 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \text{에서 } a-2b=0 \cdots \cdots \text{㉡}$$

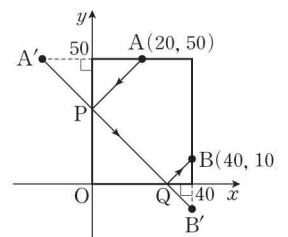
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=-1 \quad \text{▶ 4점}$$

답 구하기 따라서 $a^2 + b^2 = 5$ ▶ 1점

- 23 직선 l 은 두 원의 중심을 이은 선분의 수직이등분선이다. 직선 l 의 방정식을 $y=ax+b(a, b$ 는 상수)로 놓으면 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가 $\frac{5-1}{2-(-2)}=1$ 이므로 직선 l 의 기울기는 $a=-1$
두 원의 중심을 이은 선분의 중점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고, 직선 l 이 이 점을 지나므로 $b=3$
따라서 직선 l 의 방정식은 $y=-x+3$

- 24 오른쪽 그림과 같이 직사각형을 좌표평면 위에 나타내고 점 A를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 B를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{AP} = \overline{A'P}, \overline{QB} = \overline{QB'}$
따라서 경비원의 이동 거리는
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \geq \overline{A'B'}$
이때 $A'(-20, 50), B'(40, -10)$ 이므로 구하는 이동 거리는



$$\begin{aligned} \overline{A'B'} &= \sqrt{(40+20)^2 + (-10-50)^2} \\ &= 60\sqrt{2} \text{ (m)} \end{aligned}$$

III 도형의 방정식

- 01 ③ 02 ④ 03 ③ 04 ② 05 ①
 06 ④ 07 ① 08 ④ 09 ③ 10 ②
 11 ④ 12 ② 13 ⑤ 14 ② 15 ①
 16 ④ 17 ② 18 ③ 19 ③
 20 해설 참조 21 45
 22 (1) (0, 2) (2) $y = -2x + 7$
 23 $2\sqrt{5}$
 24 (1) $3x - 4y + 12 = 0$ (2) 11 25 3

- 02 두 점 P, Q의 좌표를 각각 (a, 0), (0, b)라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서

$$\sqrt{(a+1)^2 + 2^2} = \sqrt{(a-4)^2 + 5^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$10a = 36, \text{ 즉 } a = \frac{18}{5}$$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{1^2 + (b-2)^2} = \sqrt{4^2 + (b-5)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$6b = 36, \text{ 즉 } b = 6$$

따라서

$$\overline{PQ} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{324}{25} + 36} = \frac{6\sqrt{34}}{5}$$

- 04 점 D는 \overline{AB} 를 3 : 1로 내분하는 점이다. 이때 점 D의 좌표는

$$D\left(\frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3+1}, \frac{3 \times (-2) + 1 \times 2}{3+1}\right)$$

즉, D(4, -1)

따라서 m은 직선 OD의 기울기이므로

$$m = -\frac{1}{4}$$

- 09 직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b = 2a - 4 \dots\dots \textcircled{A}$$

\overline{AB} 를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right) \text{이고, 이 점은 직선}$$

$x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

$$a + 2b - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$$

$$\text{따라서 } 3a + b = 5$$

- 11 원의 방정식은 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \text{이므로}$$

$$k = -4$$

- 12 \overline{AB} 의 중점의 x좌표는

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1$$

\overline{CD} 의 중점의 y좌표는

$$y = \frac{2+2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}}{2} = 2$$

이므로 원의 중심의 좌표를 P라 하면

$$P(1, 2)$$

$$\overline{PA} = \sqrt{(1+2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 넓이는

$$(\sqrt{13})^2 \pi = 13\pi$$

- 13 $y = -2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 3$ 에 대입하여 전개하면 $5x^2 - 4kx + k^2 - 3 = 0$

$$\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 3) = 0 \text{이어야 하므로}$$

$$-k^2 + 15 = 0, k = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{그런데 } k > 0 \text{이므로 } k = \sqrt{15}$$

- 14 직각삼각형 OPQ에서

$$\overline{PQ}^2 = \overline{OQ}^2 - 1 \text{이고,}$$

\overline{OQ} 의 길이의 최솟값, 즉,

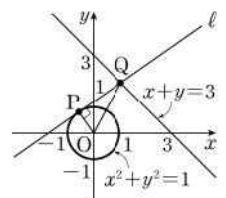
원점 O에서 직선

$x + y = 3$ 까지의 거리는

$$\frac{|-3|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{PQ} \geq \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

따라서 \overline{PQ} 의 길이의 최솟값은 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ 이다.



- 15 $y = x - 1$ 을 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하여 전개하면
 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$
 따라서 $x = 2$ 또는 $x = -1$
 교점의 좌표는 $(2, 1)$, $(-1, -2)$
 원의 중심과 교점을 지나는 직선의 기울기는 각
 각 $\frac{1}{2}$, 2
 즉, 두 접선의 기울기는 -2 , $-\frac{1}{2}$ 이므로
 구하는 값은 $-2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$

- 19 점 $B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, \dots$ 를 차례로 구하면
 $A_1(1, 0) \rightarrow B_1(0, 1) \rightarrow A_2(1, 1) \rightarrow B_2(1, 1)$
 $\rightarrow A_3(2, 1) \rightarrow B_3(1, 2) \rightarrow A_4(2, 2) \rightarrow$
 $B_4(2, 2) \rightarrow A_5(3, 2) \rightarrow B_5(2, 3) \rightarrow \dots$ 이므로
 $A_1(1, 0), A_3(2, 1), A_5(3, 2), A_7(4, 3),$
 \dots , 즉 $A_{2n-1}(n, n-1) (n = 1, 2, \dots)$
 따라서 점 A_{99} 의 좌표는 $(50, 49)$

- 20 **문제 이해** $A(-a, 0)$, $B(a, 0)$, $C(3b, 3c)$ 로
 놓으면 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표는
 $\left(\frac{-a+a+3b}{3}, \frac{3c}{3}\right)$, 즉 (b, c) ▶ 2점
해결 과정 $\overline{AG}^2 + \overline{BG}^2 + \overline{CG}^2$
 $= 2a^2 + 6b^2 + 6c^2$ ▶ 2점
 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = 6a^2 + 18b^2 + 18c^2$
답 구하기 따라서
 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = 3(\overline{AG}^2 + \overline{BG}^2 + \overline{CG}^2)$
 ▶ 2점

- 21 **문제 이해** $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\overline{QA} = \overline{QB}$ 이므로 두 점
 P, Q 는 \overline{AB} 의 수직이등분선 위의 점이다. ▶ 2점
해결 과정 \overline{AB} 의 중점의 좌표는 $(4, 2)$, \overline{AB} 의
 수직이등분선의 기울기가 2이므로 \overline{AB} 의 수직이
 등분선의 방정식은
 $y - 2 = 2(x - 4)$, $y = 2x - 6$
 즉, $P(3, 0)$, $Q(0, -6)$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 $\overline{PQ}^2 = 3^2 + (-6)^2 = 45$
 ▶ 1점

- 22 (1) 점 A 의 좌표를 $(0, a)$ ($a > 0$)로 놓으면
 $\overline{AB} = \sqrt{1^2 + a^2} = \sqrt{5}$
 따라서 $a = 2$ 이므로 점 A 의 좌표는
 $(0, 2)$ ▶ 3점
 (2) 직선 AB 의 기울기가 -2 이므로 직선 CD 의
 방정식을 $y = -2x + k$ 로 놓으면
 $\frac{|2 - k|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \sqrt{5}$, $2 - k = \pm 5$
 $k > 0$ 이므로 $k = 7$ ▶ 4점
 따라서 직선 CD 의 방정식은
 $y = -2x + 7$ ▶ 1점

- 23 **해결 과정** $(1 + k)x + (1 - 2k)y - 4 - k = 0$ 에서
 $r = \frac{|-(1 + k) - (1 - 2k) - 4 - k|}{\sqrt{(1 + k)^2 + (1 - 2k)^2}}$
 $= \frac{6}{\sqrt{5\left(k - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}}}$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 r 의 최댓값은 $2\sqrt{5}$ 이다. ▶ 3점

- 24 (1) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1$, $y = \frac{3}{4}x + 3$
 즉, $3x - 4y + 12 = 0$ ▶ 2점
 (2) $\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 원의 중심과 직선 $3x - 4y + 12 = 0$ 사이의
 거리는 $\frac{|12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{5}$ 이므로
 $\triangle PAB$ 의 높이는 $\frac{22}{5}$ ▶ 4점
 구하는 값은 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{22}{5} = 11$ ▶ 2점

- 25 **해결 과정** 점 C 는 점 A 를 x 축의 방향으로 1만
 큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므
 로 $4(x - 1) - 3(y + 1) + 11 = 0$ ▶ 2점
 점 R 는 점 P 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축
 의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
 $4(x + 1) - 3(y - 1) - 18 = 0$ ▶ 2점
답 구하기 최소 거리는 직선 $4x - 3y + 4 = 0$ 위
 의 점 $(-1, 0)$ 에서 직선 $4x - 3y - 11 = 0$ 사
 이의 거리이므로 $\frac{|-4 - 11|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$ ▶ 4점

IV-1. 집합

01 집합

기본

01 [답] (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

02 [답] (1) ∈ (2) ∉ (3) ∉ (4) ∈

03 [답] (1) $A = \{2, 3, 5, 7\}$
(2) $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

04 [답] (1) 3 (2) 1 (3) 0 (4) 3

표준

01 [답] ④

- ㄱ. 키가 160 cm 이하라는 기준에 의하여 그 대상을 분명히 알 수 있으므로 집합이다.
 ㄴ. 0보다 작은 자연수는 없으므로 공집합이다.
 ㄷ. 1에 가장 가까운 자연수는 2이므로 집합이다.
 ㄹ. 목소리가 큰 학생의 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
 ㅁ. 이차방정식 $x^2 - x - 2 = 0$ 의 해는 $-1, 2$ 이므로 집합이다.
 따라서 집합인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ의 4개이다.

02 [답] ②

- ① 0은 자연수가 아니므로 $0 \notin \mathbb{N}$
 ② -2 는 정수이므로 $-2 \in \mathbb{Z}$
 ③ $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니므로 $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
 ④ $-\sqrt{9} = -3$ 이므로 $-\sqrt{9}$ 는 유리수이다.
 따라서 $-\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$
 ⑤ 0.1은 유리수이므로 $0.1 \in \mathbb{Q}$

03 [답] ③

- ③ $\{1, 2, 4\}$

04 [답] ②, ④

- ② $n(\{0\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$
 ④ $n(\{1, 2, 3\}) + n(\{1, 2\}) = 3 + 2 = 5$

발전

01 [답] 11

$A = \{a, b, c\}$ 이므로
 $B = \{a+b, b+c, c+a\}$
 $a < b < c$ 라 하면
 $a+b=12, c+a=15, b+c=19 \dots\dots \textcircled{7}$
 $\textcircled{7}$ 을 변끼리 더하면 $2(a+b+c)=46$ 이므로
 $a+b+c=23 \dots\dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에 의하여
 $a=4, b=8, c=11$
 따라서 집합 A 의 원소 중 가장 큰 수는 11이다.

02 [답] 6

6의 양의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 k 의 값이 될 수 있는 자연수는 6, 7, 8, ...이다.
 따라서 자연수 k 의 최솟값은 6이다.

IV-1. 집합

02 집합 사이의 포함 관계

기 본

01 [답] (1) $A \subset B$ (2) $A = B$ (3) $B \subset A$

02 [답] (1), (3)

03 [답] (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

04 [답] (1) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$
(2) \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$

표 준

01 [답] ④

집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}\}$ 의 원소가 1, 2, $\{3, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합은 \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{\{3, 4\}\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, \{3, 4\}\}$, $\{2, \{3, 4\}\}$, $\{1, 2, \{3, 4\}\}$ 따라서 $\emptyset \subset A$, $\{1\} \subset A$, $\{1, 2\} \subset A$, $\{2, \{3, 4\}\} \subset A$ 이지만 $\{3, 4\} \not\subset A$ 이고 $\{3, 4\} \in A$ 이다.

02 [답] ①

$A = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$,
 $B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\}$ 이므로 $A \subset B$ 따라서 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은 ①이다.

03 [답] ②

$B = \{x \mid x+1 < 4\}$ 에서 $x+1 < 4$ 를 정리하면 $x < 3$
 $C = \{x \mid -2 < 1-x \leq 4\}$ 에서 $-2 < 1-x \leq 4$ 를 정리하면 $-3 \leq x < 3$ 따라서 $A = \{x \mid 0 \leq x < 3\}$, $B = \{x \mid x < 3\}$, $C = \{x \mid -3 \leq x < 3\}$ 이므로 세 집합 A , B , C 사이의 포함 관계는 $A \subset C \subset B$

04 [답] ⑤

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$
 $x-1 < x+1$ 이므로 $x-1 = 5$ 따라서 $x = 6$

발 전

01 [답] 0

$A \subset B$ 이므로 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 속한다.

즉, $1 \in A$ 에서 $1 \in B$ 이므로

$a+3=1$ 또는 $2a+1=1$

(i) $a+3=1$ 이면 $a=-2$

이때 $A = \{0, 1\}$, $B = \{-3, 1, 2\}$ 이므로 $A \not\subset B$

(ii) $2a+1=1$ 이면 $a=0$

이때 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $A \subset B$

(i), (ii)에서 $a=0$

02 [답] 10

$n(B)=4$ 이고 집합 B 의 원소 중 가장 작은 수가 5이므로 B 의 나머지 원소는 6, 7, 8, 9, 10 중 3개이다.

6, 7, 8, 9, 10 중 서로 다른 3개를 선택하는 방법은

$(6, 7, 8)$, $(6, 7, 9)$, $(6, 7, 10)$, $(6, 8, 9)$,
 $(6, 8, 10)$, $(6, 9, 10)$, $(7, 8, 9)$,
 $(7, 8, 10)$, $(7, 9, 10)$, $(8, 9, 10)$

의 10가지이므로 집합 B 의 개수는 10이다.

IV-1. 집합

03 합집합과 교집합

기 본

- 01 [답] (1) $A \cap B = \{6, 8\}$,
 $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$
 (2) $A \cap B = \{t\}$,
 $A \cup B = \{a, e, h, m, s, t\}$

- 02 [답] (1), (3)

- 03 [답] 3

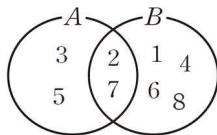
- 04 [답] $\{a, b, d\}$

표 준

- 01 [답] ②
 $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이고 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cap B$ 이므로
 $A \cap B = \{2, 4, 10\}$

- 02 [답] $B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $A \cap B$, $A \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$

- 03 [답] $\{1, 3, 4, 6, 7\}$

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $6 \in A$

따라서 $a = 6$ 이므로

$A = \{1, 3, 4, 6\}$, $B = \{4, 6, 7\}$

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$

- 04 [답] ②

경주에 가 본 학생의 집합을 A , 여수에 가 본 학생의 집합을 B 라 하면

$n(A) = 15$, $n(B) = 9$, $n(A \cap B) = 6$

이때 경주나 여수에 가 본 학생의 집합은

$A \cup B$ 이므로

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 15 + 9 - 6 = 18$$

따라서 경주나 여수에 가 본 학생은 모두 18명이다.

발 전

- 01 [답] 20

$A_4 \cap A_6$ 은 4와 6의 공배수의 집합, 즉 12의 배수의 집합이므로

$$A_4 \cap A_6 = A_{12}$$

따라서 $A_p \subset A_{12}$ 을 만족시키는 p 는 12의 배수이므로 자연수 p 의 최솟값은 12이다.

또 $B_{16} \cap B_{24}$ 는 16과 24의 공약수의 집합, 즉 8의 약수의 집합이므로

$$B_{16} \cap B_{24} = B_8$$

따라서 $B_q \subset B_8$ 을 만족시키는 q 는 8의 약수이므로 자연수 q 의 최댓값은 8이다.

따라서 구하는 값은

$$12 + 8 = 20$$

- 02 [답] 최솟값: 12, 최댓값: 15

$(A \cap B) \subset A$, $(A \cap B) \subset B$ 이므로

$$n(A \cap B) \leq n(A), n(A \cap B) \leq n(B)$$

또, $n(A \cap B) \geq 5$ 이므로 $5 \leq n(A \cap B) \leq 8$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

(i) $(A \cap B) = 5$ 일 때,

$$n(A \cup B) = 8 + 12 - 5 = 15$$

(ii) $(A \cap B) = 8$ 일 때,

$$n(A \cup B) = 8 + 12 - 8 = 12$$

(i), (ii)에서

$$12 \leq n(A \cup B) \leq 15$$

따라서 $n(A \cup B)$ 의 최솟값은 12, 최댓값은 15이다.

IV-1. 집합

04 여집합과 차집합

기 본

- 01 [답] (1) $A^C = \{2, 4, 5, 6, 9, 10, 12\}$
 (2) $B^C = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 12\}$
 (3) $C^C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

- 02 [답] (1) $A - B = \{1, 3\}$ (2) $A - B = \{a, c\}$
 (3) $A - B = \{2, 3, 6\}$

- 03 [답] $\{1, 4, 8, 10\}$

- 04 [답] $\cap, B, A, A \cap B$

표 준

- 01 [답] ③

벤다이어그램으로 표현된 두 집합 A, B 사이의 포함 관계는 $B \subset A$ 이므로

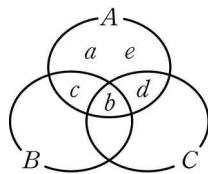
- ① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = B$
 ④ $A^C \subset B^C$ ⑤ $A \cup B^C = U$

그러나 ③ $A^C \cap B^C = (A \cup B)^C = A^C (\neq B^C)$

- 02 [답] ④

$$\begin{aligned} (A - B) \cap (A - C) &= (A \cap B^C) \cap (A \cap C^C) \\ &= A \cap (B^C \cap C^C) \\ &= A \cap (B \cup C)^C \\ &= A - (B \cup C) = \{a, e\} \end{aligned}$$

따라서 주어진 조건을 벤다이어그램으로 나타내면
오른쪽 그림과 같으므로
 $d \in (C - B)$



- 03 [답] ④

$$\begin{aligned} (B - A) - A &= (B - A) \cap A^C = (B \cap A^C) \cap A^C \\ &= B \cap (A^C \cap A^C) = B \cap A^C \\ &= B - A \end{aligned}$$

$B - A = \emptyset$ 이므로 $B \subset A$

따라서 항상 $B \subset A$ 를 만족하는 것은

- ④ $A \cup B^C = U$ 이다.

- 04 [답] 10

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 7 = 50 - n(A \cup B)$$

$$n(A \cup B) = 43$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$43 = 30 + 23 - n(A \cap B)$$

$$\text{따라서 } n(A \cap B) = 10$$

발 전

- 01 [답] -9

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x^2 - 3x - 4 > 0\} \\ &= \{x \mid (x+1)(x-4) > 0\} \\ &= \{x \mid x < -1 \text{ 또는 } x > 4\} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} B &= \{x \mid -1 \leq x \leq 5\} \\ &= \{x \mid (x+1)(x-5) \leq 0\} \\ &= \{x \mid x^2 - 4x - 5 \leq 0\} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a = -4, b = -5 \text{ 이므로 } a + b = -9$$

- 02 [답] 21

학생 전체의 집합을 U , A 안전을 찬성하는 학생의 집합을 A , B 안전을 찬성하는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 50, n(A) = 30, n(B) = 33$$

두 안전을 모두 반대하는 학생의 집합은

$A^C \cap B^C$ 이고, 두 안전을 모두 찬성하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로

$$n(A^C \cap B^C) = \frac{1}{3}n(A \cap B) + 1$$

$$n(U) - n(A \cup B) = \frac{1}{3}n(A \cap B) + 1$$

$$n(U) - \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\}$$

$$= \frac{1}{3}n(A \cap B) + 1$$

$$50 - 30 - 33 + n(A \cap B) = \frac{1}{3}n(A \cap B) + 1$$

$$\frac{2}{3}n(A \cap B) = 14, \text{ 즉 } n(A \cap B) = 21$$

따라서 두 안전을 모두 찬성하는 학생 수는 21이다.

IV-1. 집합

- 01 ③ 02 ③ 03 26 04 ② 05 ③
 06 ④ 07 ① 08 ④ 09 ② 10 ④
 11 6 12 12 13 30 14 5 15 ①
 16 ③ 17 4 18 ② 19 ⑤ 20 16
 21 ⑤ 22 ② 23 10 24 41

- 02 $A = \{1, 3, 5, 15\}$ 이므로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.
- 03 **해결 과정** $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 8, 15\}$
 ▶ 4점
답 구하기 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $3 + 8 + 15 = 26$ ▶ 3점
- 04 ㄱ. $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$ (거짓)
 ㄴ. $B = \emptyset$ 이면 집합 B 의 원소가 하나도 없으므로 $n(B) = 0$ (참)
 ㄷ. $n(\{3\}) - n(\{1\}) = 1 - 1 = 0$ (거짓)
 이상에서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.
- 05 ① $2 \in A$ ② $5 \notin A$
 ④ $\{1, 2, 3\} \subset A$ ⑤ $A \not\subset \{2, 3, 4\}$
- 06 ④ 집합 A 의 원소는 \emptyset , $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$ 이므로 $\{\{1\}\} \subset A$ 이다.
- 07 ㄱ. $n(\emptyset) = 0$ 이므로 $n(A) = 0$
 따라서 $A = \emptyset$ 이다. (참)
 ㄴ. $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다. (거짓)
 ㄷ. $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다. (거짓)
 이상에서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.
- 08 $x - 1 = x - y$ 이면 $y = 1$
 $y + 5 = x + 3y$ 이므로 $x = 3$
 $x - 1 = x + 3y$ 이면 $y = -\frac{1}{3}$ 이므로 음수가 된다.
 따라서 $x + y = 4$

- 09 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$
 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^4 - 1 = 15$
 따라서 $m + n = 31$
- 10 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$
- 11 **해결 과정** (i) $A \cap B = \{3, 5\}$ 에서 $5 \in A$
 이때 $a - 1 = 5$, 즉 $a = 6$ 이면
 $A = \{3, 5, 9\}$, $A \cap B = \{3, 5, 9\}$
 가 되므로 $a \neq 6$ ▶ 3점
 따라서 $a + 3 = 5$, 즉 $a = 2$ 이다.
 (ii) $A \cap B = \{3, 5\}$ 에서 $3 \in B$, $5 \in B$
 이때 $b - 1 = 3$, 즉 $b = 4$ 이면
 $B = \{3, 5, 7, 9\}$
 가 되므로 주어진 조건을 만족시킨다.
 따라서 $b = 4$ ▶ 3점
답 구하기 $a + b = 2 + 4 = 6$ ▶ 2점
- 12 (i) $A \cap B = \{1, 2\}$ 일 때
 $3 \notin B$ 이어야 하므로 집합 B 는 1, 2를 원소로 갖고 3은 원소로 갖지 않아야 한다.
 따라서 집합 B 의 개수는 $2^{5-3} = 2^2 = 4$
 (ii) $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때
 $2 \notin B$ 이어야 하므로 집합 B 는 1, 3을 원소로 갖고 2는 원소로 갖지 않아야 한다.
 따라서 집합 B 의 개수는 $2^2 = 4$
 (iii) $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때
 $1 \notin B$ 이어야 하므로 집합 B 는 2, 3을 원소로 갖고 1은 원소로 갖지 않아야 한다.
 따라서 집합 B 의 개수는 $2^2 = 4$
 이상에서 집합 B 의 개수는 $4 + 4 + 4 = 12$
- 13 $A_{12} \cap A_{18} = \{1, 2, 3, 6\} = A_6$
 $B_6 \cap B_8 = \{24, 48, \dots\} = B_{24}$
 따라서 $p = 6$, $q = 24$ 이므로 $p + q = 30$
- 14 원소 중에서 최소인 것이 $\frac{1}{2}$ 인 집합은
 $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ 의 1개
 원소 중에서 최소인 것이 $\frac{1}{2^2}$ 인 집합은

$\left\{\frac{1}{2^2}\right\}, \left\{\frac{1}{2^2}, \frac{1}{2}\right\}$ 의 2개

원소 중에서 최소인 것이 $\frac{1}{2^3}$ 인 집합은

$\left\{\frac{1}{2^3}\right\}, \left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}\right\}, \left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2}\right\},$

$\left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2}\right\}$ 의 2²개

⋮

원소 중에서 최소인 것이 $\frac{1}{2^{10}}$ 인 집합은

$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots, \frac{1}{2^9}\right\}$ 의 부분집합과 $\left\{\frac{1}{2^{10}}\right\}$ 의

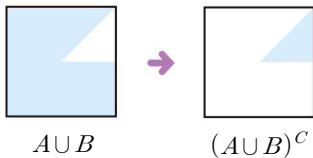
합집합인 경우이므로 2⁹개

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

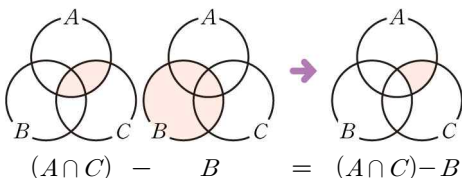
$$= \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2^2} \times 2 + \frac{1}{2^3} \times 2^2 + \dots + \frac{1}{2^{10}} \times 2^9$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

15



16

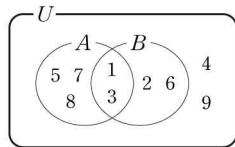


17

세 집합 U, A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $A \cap B = \{1, 3\}$

이므로 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은 $1 + 3 = 4$



18

$$(A \cap B) \cup (A - B) = (A \cap B) \cup (A \cap B^C) \\ = A \cap (B \cup B^C) = A$$

20

문제 이해 $(A \cap B) \cup X = X, X \cap (A \cup B) = X$ 에서
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ ▶ 3점

해결 과정 즉,

$\{3, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 X 는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중에서 3, 4를 원소로 갖는 부분집합이다. ▶ 2점

답 구하기 따라서 집합 X 의 개수는

$$2^{6-2} = 2^4 = 16$$

▶ 3점

22

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^C) \\ = 30 - 17 = 13$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - (A \cap B) \text{에서}$$

$$13 = n(A) + n(B) - 8$$

$$\text{따라서 } n(A) + n(B) = 21$$

23

체육, 봉사, 예술 동아리에 가입한 학생들의 집합을 각각 A, B, C 라 하자.

또, 세 동아리 중 두 동아리

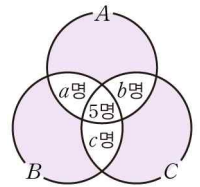
에만 가입한 학생 수를 각각

a, b, c 라 하면 구하는 학생

수는 오른쪽 벤 다이어그램에서

색칠한 부분에 속하는 학생

수의 합과 같다.



$$n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$30 = 19 + 16 + 20 - (a + 5) - (b + 5)$$

$$- (c + 5) + 5$$

$$a + b + c = 15$$

따라서 하나의 동아리에만 가입한 학생 수는

$$30 - (a + b + c + 5) = 30 - (15 + 5) = 10$$

24

문제 이해 물리를 선택한 학생의 집합을 A , 화학을 선택한 학생의 집합을 B 라 하면 두 과목 모두 선택한 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다. ▶ 2점

해결 과정 (i) $A \subset B$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는 최대이고, 이때

$$n(A \cap B) = 24$$

(ii) $n(A \cup B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는 최소이고, 이때

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 24 + 28 - 35 = 17 \quad \text{▶ 5점}$$

답 구하기 따라서 최댓값과 최솟값의 합은

$$24 + 17 = 41$$

▶ 1점

IV-2. 명제

01 명제와 조건

기 본

01 [답] 명제: (1), (4), 조건: (2), (3)

02 [답] (1) {2, 3, 5, 7} (2) {2, 6}

03 [답] [가정] n^2 은 짝수이다.
[결론] n 은 짝수이다.

04 [답] ④

표 준

01 [답] $\{(a, b, c) \mid a \neq b \text{ 또는 } b \neq c \text{ 또는 } c \neq a\}$ 조건 p 는 ' $a=b=c$ '와 같으므로 $\sim p$ 의 진리 집합은 $\{(a, b, c) \mid a \neq b \text{ 또는 } b \neq c \text{ 또는 } c \neq a\}$

02 [답] ④

 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 2, 3, 4, 5, 6은 모두 60의 약수이다. $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 2, 3, 4, 6은 24의 약수이지만 5는 24의 약수가 아니다.

따라서 주어진 명제가 거짓임을 보이는 반례가 될 수 있는 것은 5이다.

03 [답] (1) 참 (2) 거짓

주어진 명제의 가정을 p , 결론을 q 라 하고, 각각의 진리집합을 P , Q 라 하자.(1) $p: -1 \leq x \leq 1$, $q: -2 \leq x \leq 2$ 에서
 $P = \{-1, 0, 1\}$, $Q = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.(2) $p: x^2 = 16$, $q: x^2 - 8x + 16 = 0$ 에서
 $P = \{-4, 4\}$, $Q = \{4\}$
따라서 $P \not\subset Q$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

04 [답] ②

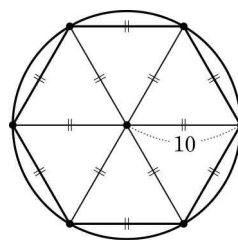
'어떤 직사각형은 평행사변형이 아니다.'

즉 '평행사변형이 아닌 직사각형이 있다.'이다.

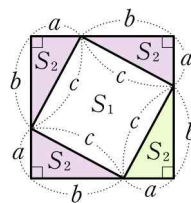
발 전

01 [답] ③

반지름의 길이가 10인 원 및 원의 내부에 7개의 점을 찍을 때, 임의의 서로 다른 두 점 사이의 거리가 10 이상이 되게 하는 방법은 오른쪽 그림과 같이 원에 내

접하는 정육각형의 꼭짓점 및 원의 중심에 점을 찍는 것이다. 그러나 1개의 점을 더 찍으면 두 점 사이의 거리 d 에 대해 $d < 10$ 인 경우가 반드시 존재한다.① 모든 n 에 대하여 $d_n < 10$ 을 만족하도록 점을 찍을 수 있다.② 점이 8개이므로 반드시 $d_n < 10$ 인 경우가 존재한다.④ 어떤 n 에 대하여 $d_n > 10$ 을 만족하도록 점을 찍을 수 있다.⑤ 원의 지름 위에 같은 간격으로 8개의 점을 찍으면 모든 n 에 대하여 $d_n > 2$ 이다.

02 [답] 풀이 참조

주어진 그림에서 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형의 넓이를 S , 한 변의 길이가 c 인 정사각형의 넓이를 S_1 , 가로와 세로의 길이가 각각 a , b 인 직각삼각형의 넓이를 S_2 라 하면 $S = S_1 + 4S_2$ 이므로

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

IV-2. 명제

02 명제의 역과 대우

기 본

01 [답] (1) p (2) $\sim p$ (3) $\sim p$ (4) q

02 [답] 역: x 가 3의 배수이면 x 는 6의 배수이다.
 대우: x 가 3의 배수가 아니면 x 는 6의 배수가 아니다.

03 [답] ⑤

04 [답] $\geq, 0, >, >, \text{대우}$

표 준

01 [답] ④

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이므로
 ‘ a 와 b 가 모두 유리수이면 $a+b$ 도 유리수이다.’의 대우는
 ‘ $a+b$ 가 유리수가 아니면 a 와 b 가 모두 유리수인 것은 아니다.’,
 즉 ‘ $a+b$ 가 무리수이면 a 와 b 중 적어도 하나는 무리수이다.’이다.

02 [답] ④

명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 대우는
 $\sim q \rightarrow p$
 주어진 명제가 참이므로 대우 $\sim q \rightarrow p$ 도 항상 참이다.

03 [답] 4

명제 $\sim q \rightarrow p$ 의 대우 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로
 $P^C \subset Q$
 한편, $P = \{1, 3\}$ 에서 $P^C = \{2, 4, 5, 6\}$
 $P^C \subset Q \subset U$ 이므로 집합 Q 는 전체집합 U 의 부분집합이면서 집합 P^C 의 원소 2, 4, 5, 6을 반드시 원소로 갖는다.
 따라서 집합 Q 가 될 수 있는 것은
 $\{2, 4, 5, 6\}$, $\{1, 2, 4, 5, 6\}$,
 $\{2, 3, 4, 5, 6\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 의 4개이다.

04 [답] 풀이 참조

‘ $x+y \geq 2$ 이면 $x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ 이다.’의 대우는
 ‘ $x < 1$, $y < 1$ 이면 $x+y < 2$ 이다.’
 이다. 부등식의 성질에 의해 1보다 작은 두 수의 합은 2보다 작은 수이므로 대우는 참이다.
 따라서 주어진 명제는 참이다.

발 전

01 [답] 6

명제 ‘한쪽 면에 소수가 적혀있으면 다른 쪽 면에 모음이 적혀있다.’의 대우는 ‘한쪽 면에 자음이 적혀있으면 다른 쪽 면에 1 또는 합성수가 적혀있다.’이므로 한쪽 면에 소수인 3, 7이 적힌 카드와 자음인 b, c, d, f 가 적힌 카드의 다른 쪽 면을 확인해야 한다.
 즉, 6개의 카드를 확인해야 한다.

02 [답] 풀이 참조

세 수 a, b, c 가 모두 3의 배수가 아니라고 하면
 $a = 3k \pm 1$, $b = 3l \pm 1$, $c = 3m \pm 1$
 $(k, l, m \text{은 정수})$
 로 놓을 수 있다.
 $a^2 = (3k \pm 1)^2 = 9k^2 \pm 6k + 1 = 3(3k^2 \pm 2k) + 1$
 $(k' \text{은 정수})$
 이고 같은 방법으로
 $b^2 = 3l' + 1$, $c^2 = 3m' + 1$ ($l', m' \text{은 정수}$)
 이므로
 $a^2 + b^2 = 3(k' + l') + 2 = 3n + 2$ ($n \text{은 정수}$)
 이때 $c^2 = 3m' + 1$ 이므로
 $a^2 + b^2 \neq c^2$ (가정에 모순)
 따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 a, b, c 중 적어도 하나는 3의 배수이다.

IV-2. 명제

03 [답] 충분조건과 필요조건

기 본

01 [답] (1) 충분조건 (2) 필요충분조건

02 [답] (3), (4)

03 [답] -5

04 [답] $Q \subset P$

표 준

01 [답] 54

두 조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면 $P = Q$

$$(0-3)^2 = a, \text{ 즉 } a = 9$$

$$(x-3)^2 = 9 \text{ 이므로 } x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

$$\text{즉, } b = 6$$

$$\text{따라서 } ab = 54$$

02 [답] (1) 필요 (2) 필요충분

두 조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면

$$(1) P = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}, Q = \{1, 3\} \text{ 이므로 } Q \subset P \text{ 이다.}$$

따라서 p 는 q 이기 위한 [필요] 조건이다.

$$(2) x^2 + y^2 - 2xy = (x-y)^2 = 0 \text{ 에서 } x = y$$

$$\text{즉, } P = \{(x, y) \mid x = y\}$$

$$2y = x + y, 2x + y = 3x \text{ 에서 } x = y$$

$$\text{즉, } Q = \{(x, y) \mid x = y\}$$

따라서 $P = Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한

[필요충분] 조건이다.

03 [답] ③

$x-2 \neq 0$ 은 $x^2 + ax - 10 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로 명제 ' $x^2 + ax - 10 \neq 0$ 이면 $x-2 \neq 0$ 이다.'는 참이다. 따라서 이 명제의 대우

' $x=2$ 이면 $x^2 + ax - 10 = 0$ 이다.'도 참이다.

$$\text{즉, } 2^2 + 2a - 10 = 0 \text{ 이므로 } a = 3$$

04 [답] (1) $R \subset Q \subset P$ (2) 충분조건

(1) p 는 q 이기 위한 필요조건이므로

$$Q \subset P$$

$\sim q$ 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이므로

$$Q^C \subset R^C, \text{ 즉 } R \subset Q$$

따라서 세 집합 P , Q , R 사이의 포함 관계는 $R \subset Q \subset P$

(2) $R \subset P$ 이므로 r 는 p 이기 위한 충분조건이다.

발 전

01 [답] 15

세 조건 p , q , r 의 진리집합을 각각 P , Q , R 라 하면 $P \subset R$ 이고 $R \subset Q$ 이므로 $P \subset R \subset Q$ 가 성립한다.

한편, $2x^2 - 7x - 22 = (2x - 11)(x + 2)$ 에서

$$P = \left\{ x \mid x > \frac{11}{2}, x \text{는 자연수} \right\}$$

$$= \{6, 7, 8, \dots\}$$

$$Q = \left\{ x \mid x > \frac{5}{3}, x \text{는 자연수} \right\} = \{2, 3, 4, \dots\}$$

$$R = \{x \mid x > k, x \text{는 자연수}\}$$

$$= \{k+1, k+2, k+3, \dots\}$$

이므로

$$\{6, 7, 8, \dots\} \subset \{k+1, k+2, k+3, \dots\} \subset \{2, 3, 4, \dots\}$$

따라서 $k=1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 모든 자연수 k 의 값의 합은 15이다.

02 [답] (2), (4)

$\sim q \Rightarrow \sim p, r \Rightarrow s$ 이므로 조건을 추가하여 명제 $p \rightarrow s$ 가 참이 되게 하는 방법은 다음과 같은 세 가지 경우가 있다.

$\sim q \Rightarrow \sim p$ 에서 $p \Rightarrow q$ 도 참이므로

$$(i) p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, r \Rightarrow s \text{ 이면 } p \Rightarrow s$$

$$(ii) p \Rightarrow q, q \Rightarrow s \text{ 이면 } p \Rightarrow s$$

$$(iii) p \Rightarrow r, r \Rightarrow s \text{ 이면 } p \Rightarrow s$$

따라서 명제 $p \rightarrow s$ 가 참이 되게 하기 위해서는 $q \Rightarrow r, q \Rightarrow s, p \Rightarrow r$ 중 하나 또는 각각의 대우 $\sim r \Rightarrow \sim q, \sim s \Rightarrow \sim q,$

$\sim r \Rightarrow \sim p$ 중 하나가 필요하다.

IV-2. 명제

04 [답] 절대부등식

기 본

01 [답] $-6 < k < 6$

02 [답] 풀이 참조

$$a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2$$

$$\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 + ab + b^2 \geq 0$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 \geq -ab$$

(단, 등호는 $a = b = 0$ 일 때 성립한다.)03 [답] \sqrt{ab} , 2, \sqrt{b} , \sqrt{b}

04 [답] (1) 2 (2) 12

표 준

01 [답] 풀이 참조

(i) $|a| \geq |b|$ 일 때,

$$|a-b|^2 - (|a| - |b|)^2 = 2(|ab| - ab) \geq 0$$

이때 $|a| - |b| \geq 0$, $|a-b| \geq 0$ 이므로

$$|a| - |b| \leq |a-b|$$

(ii) $|a| < |b|$ 일 때, $|a| - |b| < 0 \leq |a-b|$ (i), (ii)에서 $|a| - |b| \leq |a-b|$ (단, 등호는 $ab \geq 0$ 일 때 성립한다.)

02 [답] 44

 $x > 0$, $y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{4}{y}\right)\left(y + \frac{16}{x}\right) &= xy + 16 + 4 + \frac{64}{xy} \\ &\geq 20 + 2\sqrt{xy \cdot \frac{64}{xy}} = 36 \end{aligned}$$

등호는 $xy = \frac{64}{xy}$ 일 때 성립하므로 $(xy)^2 = 64$ $x > 0$, $y > 0$ 이므로 $xy = 8$ 따라서 $a = 8$, $b = 36$ 이므로

$$a + b = 8 + 36 = 44$$

03 [답] 50

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x , y 라

$$\text{하면 } \sqrt{x^2 + y^2} = 10, \text{ 즉 } x^2 + y^2 = 100$$

 $x^2 > 0$, $y^2 > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot y^2} = 2xy, 100 \geq 2xy$$

$$xy \leq 50 \text{ (단, 등호는 } x = y \text{일 때 성립한다.)}$$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 50이다.

04 [답] -169

$$(2^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (2x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 13 \text{이므로 } 169 \geq (2x + 3y)^2$$

$$-13 \leq 2x + 3y \leq 13$$

(단, 등호는 $x = \frac{y}{2}$ 일 때 성립한다.)따라서 구하는 곱은 $13 \cdot (-13) = -169$

발 전

01 [답] 8

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} \text{ (등호는 } x = y \text{일 때 성립)}$$

$$y + z \geq 2\sqrt{yz} \text{ (등호는 } y = z \text{일 때 성립)}$$

$$z + x \geq 2\sqrt{zx} \text{ (등호는 } z = x \text{일 때 성립)}$$

이므로

$$\begin{aligned} (x+y)(y+z)(z+x) &\geq 2\sqrt{xy} \cdot 2\sqrt{yz} \cdot 2\sqrt{zx} \\ &= 8xyz \end{aligned}$$

여기서 등호가 성립하는 경우는 $x = y = z$ 일 때이다. 따라서 k 의 최댓값은 8이다.

02 [답] 4

$$\begin{aligned} |ax + by|^2 - (\sqrt{ax^2 + by^2})^2 &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (ax^2 + by^2) \\ &= ax^2(a-1) + by^2(b-1) + 2abxy \\ &= ax^2(a-1) + (1-a)y^2(-a) + 2a(1-a)xy \\ &= (x^2 - 2xy + y^2)a(a-1) = (x-y)^2a(a-1) \\ a+b=1 \text{이므로 } f(a) &= b-1 = 1-a-1 = -a \\ g(x, y) &= (x-y)^2 \\ \text{따라서 } f(5) + g(3, 6) &= -5 + (3-6)^2 = 4 \end{aligned}$$

IV-2. 명제

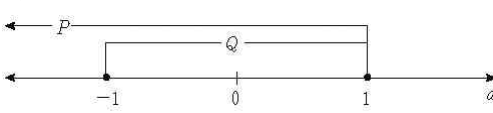
01 ⑤	02 ⑤	03 {2, 3, 5}	04 ⑤
05 ③	06 ③	07 ③	08 4
09 ④			
10 ③	11 10	12 (가) 홀수 (나) 홀수	
13 ⑤	14 ③	15 ⑤	16 ②
17 ②			
18 ③, ⑤	19 ②	20 4	21 ②
22 7	23 9	24 ②	

- 03 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 원소 중 소수는 2, 3, 5
이므로 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- 04 주어진 명제가 거짓임을 보이기 위한 예는 'x 또는 y가 무리수이지만 xy는 유리수인 것'이다.
따라서 알맞은 예는 ⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 이다.
- 05 $Q \subset P$ 이므로 명제 $q \rightarrow p$ 는 항상 참이다.
- 06 ③ $x = -1$ 이면 $(-1)^3 = -1$ 이지만 $(-1)^2 \neq -1$ 이다.
- 07 $\neg. a < b < 0$ 이면 $|a| > |b|$ 이므로 $a^2 > b^2$ (참)
ㄴ. [반례] $a = 2, b = 1$ 이면 $|2| + |1| \geq |3|$ 이지만 $2 \times 1 > 0$ (거짓)
ㄷ. $a^3 = 8$ 이면 $a^3 - 8 = 0$ 이므로 $a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4) = 0$ 이다.
따라서 $a = 2$ 이다. (참)
이상에서 참인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

- 08 **해결 과정** 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 $Q \subset P^C$
즉, $Q \subset \{4, 5\}$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 주어진 조건을 만족시키는 집합 Q의 개수는 $2^2 = 4$ ▶ 3점

- 09 명제 '모든 $x \in A$ 에 대하여 $x \notin B$ 이다.'가 참이므로 $A \subset B^C$
즉, 두 집합 A, B는 서로소이다.
또, 명제 '어떤 $x \in C$ 에 대하여 $x \notin A$ 이다.'가 참이므로 $C \not\subset A$
따라서 세 집합 A, B, C를 벤 다이어그램으로 나타내면 ④와 같다.
- 10 주어진 명제의 부정은 '어떤 사람은 수학적 사고를 하지 않는다.', 즉 '수학적 사고를 하지 않는 사람도 있다.'이다.
- 11 $\{x \mid a \leq x \leq a+2\} \cap \{x \mid -5 < x \leq 3\} \neq \emptyset$
이어야 한다.
따라서 $a \leq 3, -5 < a+2$
이어야 하므로 $-7 < a \leq 3$
이를 만족시키는 정수 a의 개수는 -6, -5, -4, ..., 2, 3으로 10개이다.
- 14 역 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 그 대우인 $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.
- 15 명제 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $q \rightarrow \sim r$ 이므로 세 명제 $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow p$ 가 모두 참이다.
즉, $P = Q = R^C$
 $\neg. Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ (참)
ㄴ. $Q = R^C$ 이므로 $Q^C = (R^C)^C = R$ (참)
ㄷ. $P = R^C$ 이므로 $P \cap R = \emptyset$ (참)
이상에서 ㄴ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.
- 16 (가), (라)에 의하여 D의 휴대 전화는 a 또는 c 회사의 제품임을 알 수 있다.
또, (나), (다), (라)에서 A는 B, C, D와 다른 회사의 제품을 사용하므로 (가)에 의하여 A의 휴대 전화는 a 또는 c 회사의 제품임을 알 수 있다.
따라서 (가)에 의하여 B와 C는 같은 회사의 제품을 사용하므로 B와 C는 모두 b 회사의 제품을 사용한다.

- 17 (가) $(x-1)(x-2)=0$ 의 진리집합은 $\{1, 2\}$ 이고 $\{1\} \subset \{1, 2\}$ 이므로 $(x-1)(x-2)=0$ 은 $x=1$ 이기 위한 필요조건이다.
(나) $x-2>0$ 의 진리집합은 $\{x \mid x>2\}$ 이고 $\{3\} \subset \{x \mid x>2\}$ 이므로 $x=3$ 은 $x-2>0$ 이기 위한 충분조건이다.

- 18 ① $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = \pm b$
 $p \longleftrightarrow q$
 즉, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ② $a > 0$ 이고 $b < 0$ 이면 $ab < 0$ 이다.
 $p \longleftrightarrow q$
 즉, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ③ $p \longleftrightarrow q$
 즉, p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 [반례] $a=3, b=0$ 이면 $3+0>2$ 이지만 $3>1, 0<1$ 이다.
 ④ $a^2 - 5a = 0 \Leftrightarrow a=0$ 또는 $a=5$
 $p \longleftrightarrow q$
 즉, p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 ⑤ 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

 즉 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 따라서 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은 ③, ⑤이다.

- 19 $a \leq 2$ 이므로 a 의 최댓값은 2이다.
 또, $b \geq -4$ 이므로 b 의 최솟값은 -4이다.
 따라서 구하는 합은
 $2 + (-4) = -2$

- 20 **문제 이해** 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로 $Q = P$ ▶ 3점
해결 과정 $a = (1+2)^2 = 9$
 한편, 방정식 $(x+2)^2 = 9$ 의 근은
 $x=1$ 또는 $x=-5$
 이므로 $b=-5$ ▶ 4점
답 구하기 따라서 $a+b=9-5=4$ ▶ 1점

- 21 $(A \cup B) - (A \cap B) = A - B$
 $\Leftrightarrow B - A = \emptyset$
 $\Leftrightarrow B \subset A$

- 22 $x^2 + \frac{25}{x^2+3} = x^2 + 3 + \frac{25}{x^2+3} - 3$ 에서
 $x^2 + 3 > 0, \frac{25}{x^2+3} > 0$ 이므로
 $x^2 + \frac{25}{x^2+3} \geq 2\sqrt{(x^2+3) \times \frac{25}{x^2+3}} - 3$
 $= 10 - 3 = 7$
 (단, 등호는 $x^2+3 = \frac{25}{x^2+3}$ 일 때 성립)
 따라서 주어진 식의 최솟값은 7이다.

- 23 **해결 과정** 점 $P(a, b)$ 는 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점이므로
 $b = -2a + 6, 2a + b = 6$
 $S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times b = b$
 $S_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times a = 2a$ ▶ 4점
 $\sqrt{S_1 \times S_2} = \sqrt{2ab} \leq \frac{2a+b}{2} = 3$
 (단, 등호는 $2a = b$ 일 때 성립) ▶ 4점
답 구하기 따라서 $S_1 \times S_2$ 의 최댓값은 9이다. ▶ 2점

- 24 $\{(2S_1)^2 + (S_2)^2\} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 1^2 \right\}$
 $\geq \left\{ \frac{1}{2}(2S_1) + S_2 \right\}^2$
 $(4S_1^2 + S_2^2) \left(\frac{1}{4} + 1 \right) \geq (S_1 + S_2)^2$
 $\frac{5}{4}(4S_1^2 + S_2^2) \geq (4\pi)^2 (\because S_1 + S_2 = 4\pi)$
 $4S_1^2 + S_2^2 \geq \frac{64}{5}\pi^2$
 따라서 $4S_1^2 + S_2^2$ 의 최솟값은 $\frac{64}{5}\pi^2$ 이다.

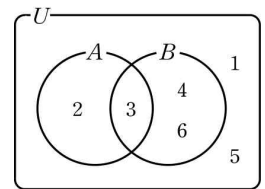
IV 집합과 명제

- 01 ④ 02 ② 03 ① 04 ④ 05 ②
 06 ② 07 ① 08 ④ 09 ① 10 ④
 11 ② 12 ② 13 ① 14 ④ 15 ⑤
 16 ① 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20 4
 21 26 22 (1) 90 (2) 10 23 18
 24 (1) 10 (2) 25 25 $-3 < k < 0$

- 03 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$,
 $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 따라서 집합 C 의 모든 원소의 합은
 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$
- 04 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수는 8이
 므로 집합 $P(A)$ 의 원소의 개수는 8이다.
- 05 집합 X 는 원소 1, 2를 반드시 포함하는 집합
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이므로
 $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 5\}$,
 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$,
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 의 8개이다.
- 06 $A \subset B$ 를 만족하려면 $a - 2 \leq -1$, $b + 3 > 5$ 이
 여야 하므로 $a \leq 1$, $b > 2$
 이때 정수 a 의 최댓값은 1, 정수 b 의 최솟값은
 3이므로
 $M = 1$, $m = 3$
 따라서 $|M - m| = 2$
- 07 $2 \in A$ 이므로
 $3a + 5 = 2$, $a = -1$
 $A \cap B = \{1, 2\}$ 이므로 $b = 1$ 또는 $b = 2$ 이다.
 (i) $b = 1$ 이면
 $B = \{-4, -1, 1\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$
 이 되어 주어진 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) $b = 2$ 이면
 $B = \{-4, 1, 2\}$ 이므로 $A \cap B = \{1, 2\}$
 따라서 $a = -1$, $b = 2$ 이므로
 $a + b = -1 + 2 = 1$

$$08 \quad (A \cup B) \cap (A \cap B)^C = (A \cup B) - (A \cap B) \\ = \{2, 4, 6\}$$

이므로 이를 벤다이어
 그램으로 나타내면 오
 른쪽 그림과 같다.



$$A^C \cap B^C = (A \cup B)^C \\ = \{1, 5\}$$

따라서 집합 $A^C \cap B^C$
 의 모든 원소의 합은 $1 + 5 = 6$

- 09 $\{A \cap (A^C \cap B^C)^C\} \cup \{B \cap (A \cup B^C)\}$
 $= \{A \cap (A \cup B)\} \cup \{(B \cap A) \cup (B \cap B^C)\}$
 $= A \cup \{(A \cap B) \cup \emptyset\}$
 $= A \cup (A \cap B) = A$
 즉 $A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$
- 11 조건 p, q, r, s, t, u 의 진리집합을 각각 P ,
 Q, R, S, T, U 라 하면
 $P^C = \{(x, y, z) | x \neq 0 \text{ 또는 } y \neq 0 \text{ 또는 } z \neq 0\}$
 $Q = \{(x, y, z) | x = y = z = 0\}$
 $R = \{(x, y, z) | x \neq 0 \text{ 또는 } y \neq 0 \text{ 또는 } z \neq 0\}$
 $S = \{(x, y, z) | x = 0 \text{ 또는 } y = 0 \text{ 또는 } z = 0\}$
 $T = \{(x, y, z) | x \neq 0 \text{ 그리고 } y \neq 0 \text{ 그리고 } z \neq 0\}$
 $U = \{(x, y, z) | x = y = z = 0\}$
- 14 ① $z < 0$ 이면 $xz < yz$ 이므로 거짓인 명제이다.
 ② $2 + i$ 는 허수이지만 $x \neq 0$ 이므로 거짓인 명
 제이다.
 ③ $x = 1, y = 2, z = 0$ 이면 $xz = yz$ 이지만
 $x \neq y$ 이므로 거짓인 명제이다.
 ⑤ 주어진 명제도 참이고 역 ' $x = y = 0$ 이면
 $|x| + y^2 = 0$ 이다.'도 참인 명제이다.
- 15 $p \rightarrow q$ 에서 $P \subset Q$, $\sim p \rightarrow r$ 에서 $P^C \subset R$
 즉, $R^C \subset P$ 이므로 $R^C \subset P \subset Q$
 $\therefore P - Q = \emptyset$ 이므로 $(P - Q) \subset R$
 $\therefore Q^C \subset R$ 이므로 $\sim q \rightarrow r$ 은 참이다.
- 17 $x = 0$ 이면 $\sqrt{2}x = 0$ 이므로 $\{0\} \subset A$
 $x \neq 0$ 이면 $\{x, \sqrt{2}x, 2x, 2\sqrt{2}x, \dots\} \subset A$

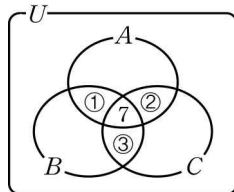
- ① [대우] $0 \notin A$ 이면 $1 \notin A$
 [반례] $\{1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots\} \subset A$ (거짓)
 ② [대우] $0 \notin A$ 이면 A 의 원소는 유한개이다.
 [반례] $\{1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots\} \subset A$ (거짓)
 ④ [대우] $x + \sqrt{2} \in A$ 이면 $x \notin A$
 [반례] $x = 0$ 일 때, $\{0, \sqrt{2}, 2, \dots\} \subset A$ (거짓)
 ⑤ [대우] $x + y \in A$ 이면 $x \notin A$ 또는 $y \notin A$
 [반례] $x = 1, y = -1$ 일 때,
 $\{\dots, -\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}, \dots\} \subset A$ (거짓)

- 20 [문제 이해] $A - B = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ▶ 2점
 [해결 과정] 집합 X 는 원소 1, 2, 3을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

▶ 1점
 [답 구하기] 따라서 집합 X 는
 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\},$
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 4개이다. ▶ 2점

- 21 [해결 과정] $A_n \subset A_6 \cap A_8 = A_{24}$ 를 만족시키는 n 은 24의 배수이므로 n 의 최솟값 $a = 24$ 이다. ▶ 3점
 $(A_4 \cup A_6) \subset A_n$ 을 만족시키는 집합 A_n 은 4 또는 6의 배수를 원소로 하므로 n 의 최댓값 b 는 4와 6의 최대공약수인 2이다. ▶ 3점
 [답 구하기] 따라서 $a + b = 26$ ▶ 1점

- 22 (1) 학생 전체의 집합을 U , A, B, C 문제를 푼 학생의 집합을 각각 A, B, C 라 하면
 $n(U) = 100, n(A) = 55, n(B) = 42,$
 $n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 7$ ▶ 3점
 두 문제만 푼 학생은
 ① + ② + ③ = 29이므로
 $n(A \cup B \cup C)$
 $= 55 + 42 + 36$
 $- (\text{①} + 7) - (\text{②} + 7) - (\text{③} + 7) + 7$
 $= 119 - (\text{①} + \text{②} + \text{③}) = 119 - 29 = 90$
 따라서 적어도 한 문제를 푼 학생 수는 90이다. ▶ 3점



- (2) $n(A^c \cap B^c \cap C^c)$
 $= n(U) - n(A \cup B \cup C)$
 $= 100 - 90 = 10$
 따라서 한 문제도 풀지 못한 학생 수는 10이다. ▶ 3점

- 23 [문제 이해] 네 조건 p, q, r, s 의 진리집합을 각각 P, Q, R, S 라 하면 ▶ 1점
 [해결 과정]
 $P = \{x | 3 \leq x \leq 7\} \subset \{x | x \leq a\} = Q$
 에서 $a \geq 7$
 $S = \{x | 11 < x \leq 200\} \subset \{x | x > a\} = R$
 에서 $a \leq 11$
 이므로 $7 \leq a \leq 11$ ▶ 4점
 따라서 $M + m = 11 + 7 = 18$ ▶ 1점

- 24 (1) $\overline{AB} = b, \overline{AC} = c$ 라 하면 $\overline{BC} = 5$ 이므로 상수 k 에 대하여
 $S_1 = 5^2 k, S_2 = b^2 k, S_3 = c^2 k$
 $5^2 k = b^2 k + c^2 k, b^2 + c^2 = 5^2 \dots \text{㉠}$ ▶ 2점
 한편, 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 1^2)(b^2 + c^2) \geq (b + c)^2 \dots \text{㉡}$ ▶ 2점
 (단, 등호는 $b = c$ 일 때 성립한다.)
 ㉠, ㉡으로부터 $b + c \leq \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$
 $\sqrt{2} M = \sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 10$ ▶ 2점
 (2) $b = c$ 일 때 $b + c$, 즉 $\overline{AB} + \overline{AC}$ 의 값이 최대이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이 S 에 대하여
 $4S = 4 \times \frac{1}{2} \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right)^2 = 4 \times \frac{25}{4} = 25$ ▶ 3점

- 25 [해결 과정] (i) $k = 0$ 일 때, 주어진 부등식은 성립하지 않는다. ▶ 2점
 (ii) $k \neq 0$ 일 때, 주어진 부등식이 모든 실수에 x 에 대하여 성립하므로 $k < 0$
 $x^2 + 2(k-1)x - 4(k-1) > 0$ ▶ 3점
 방정식 $x^2 + 2(k-1)x - 4(k-1) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 4(k-1) < 0$
 $(k+3)(k-1) < 0$, 즉 $-3 < k < 1$
 [답 구하기] (i), (ii)에서 $-3 < k < 0$ ▶ 1점

V-1. 함수

01 함수

기본

01 답 ㄱ

02 답 정의역: $\{-1, 0, 1\}$
공역: $\{-2, -1, 0, 1\}$
치역: $\{-2, -1\}$

03 답 (1) 정의역: $\{x | x \text{는 실수}\}$
치역: $\{y | y \text{는 실수}\}$
(2) 정의역: $\{x | x \text{는 실수}\}$
치역: $\{y | y \geq 1\}$
(3) 정의역: $\{x | x \neq 0 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y | y \neq 0 \text{인 실수}\}$

04 답 항등함수: (1), 상수함수: (2)

표준

01 답 ②

ㄱ. $x \rightarrow |x|$ 에서 $0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2$
따라서 X 에서 Y 로의 함수이다.
ㄴ. $x \rightarrow x^3$ 에서 $2 \rightarrow 2^3 = 8 \notin Y$
따라서 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.
ㄷ. $x \rightarrow x+1$ 에서 $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3$
따라서 X 에서 Y 로의 함수이다.
ㄹ. $x \rightarrow x^2+2$ 에서 $2 \rightarrow 2^2+2 = 6 \notin Y$
따라서 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.
ㅁ. $x \rightarrow x-1$ 에서 $0 \rightarrow -1 \notin Y$
따라서 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.
이상에서 X 에서 Y 로의 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 답 2

$f(-1) = 3, f(3) = -1$ 이어야 하므로
 $f(-1) = 1+a = 3, a = 2$

03 답 6

두 함수가 서로 같으면 정의역과 공역이 각각 같고 정의역의 모든 원소 $-1, 0, 1$ 에 대하여

두 함수의 함숫값이 같다.

즉, $g(-1) = f(-1) = 0, g(0) = f(0) = 1,$

$g(1) = f(1) = 1$ 이므로

$a-b+c = 0, c = 1, a+b+c = 1$

따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = 1$ 이므로

$4(a^2+b^2+c^2) = 4\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1\right) = 6$

04 답 ①

함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x < 0$ 일 때, 직선의 기울기가 양수이어야 하므로
 $a > 0$

발전

01 답 ②

$f(x) = [x] + [-x]$ 에서

(i) $x = n$ (n 은 정수)인 경우

$[x] = n, [-x] = -n$

$f(x) = [x] + [-x] = n + (-n) = 0$

(ii) $n < x < n+1$ (n 은 정수)인 경우

$[x] = n$ 이고

$n < x < n+1$ 에서 $-n-1 < -x < -n$

$[-x] = -n-1$

$f(x) = [x] + [-x] = n + (-n-1) = -1$

따라서 구하는 치역은 $\{-1, 0\}$ 이다.

02 답 18

f 는 일대일함수이고, $f(1) = -1, f(2) \neq 2$ 이므로 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $-2, 0, 1$ 중 하나이다.

$f(2) = -2$ 인 경우 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $0, 1, 2$ 중 하나이므로 3개이고, $f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 제외한 2개이므로 일대일함수의 개수는

$3 \times 2 = 6$

$f(2) = 0, f(2) = 1$ 인 경우도 마찬가지로 일대일함수의 개수가 각각 6이다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$6+6+6 = 18$

V-1. 함수

02 합성함수

기본

01 [답] (1) 7 (2) a

02 [답] (1) 9 (2) 10 (3) 22 (4) $\frac{3}{2}$

03 [답] 6

04 [답] $(f \circ g)(x) = 3 - x^2$
 $(g \circ f)(x) = x^2 - 6x + 9$

표준

01 [답] (1) 2 (2) 0 (3) 1 (4) $\frac{1}{2}$
 (1) $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(2) = 2$
 (2) $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(2) = 0$
 (3) $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(0) = 1$
 (4) $(g \circ g)\left(\frac{1}{2}\right) = g\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

02 [답] $f(g(x)) = -2x + 7$
 $f(1) = 3$ 이므로 $2 + a = 3$ 에서 $a = 1$
 $g(2) = 1$ 이므로 $2b + 3 = 1$ 에서 $b = -1$
 즉, $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -x + 3$ 이므로
 $f(g(x)) = f(-x + 3) = -2x + 7$

03 [답] ①
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) = x+2$
 $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(x+2) = x+3$
 \vdots
 $(\underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{n\text{개}})(x) = x + \boxed{n}$
 따라서 구하는 값은 n 이다.

04 [답] $\frac{5}{2}$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-2x + k)$
 $= 3(-2x + k) - 1 = -6x + 3k - 1$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x - 1) \\ = -2(3x - 1) + k = -6x + k + 2$$

이때 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하므로

$$3k - 1 = k + 2 \text{에서} \quad k = \frac{3}{2}$$

따라서 $g(x) = -2x + \frac{3}{2}$ 이므로

$$(g \circ g)(1) = g(g(1)) = g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

발전

01 [답] ②
 $(f \circ g)(6) + (f \circ g)(7) = f(g(6)) + f(g(7)) \\ = f(2) + f(3) \\ = 2 + 0 = 2$

02 [답] 풀이 참조

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ 2-2x & \left(\frac{1}{2} \leq x < 1\right) \end{cases}$$

$0 \leq x < \frac{1}{4}$ 일 때, $0 \leq f(x) = 2x < \frac{1}{2}$ 이므로

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x) = 4x$$

$\frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{1}{2} \leq f(x) = 2x < 1$ 이므로

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x) = 2 - 4x$$

$\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{1}{2} \leq f(x) = 2 - 2x < 1$ 이므로

로

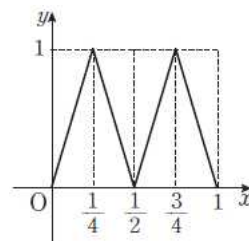
$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2 - 2x) = 4x - 2$$

$\frac{3}{4} \leq x < 1$ 일 때, $0 \leq f(x) = 2 - 2x < \frac{1}{2}$ 이므로

로

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2 - 2x) = -4x + 4$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.

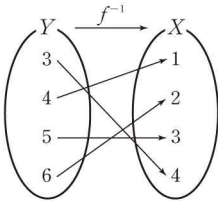


V-1. 함수

03 역함수

기본

01 [답] (1)



(2) $f(1) = 4, f^{-1}(3) = 4$

(3) $(f^{-1} \circ f)(1) = 1, (f \circ f^{-1})(3) = 3$

02 [답] 3

03 [답] $\frac{1}{3}y + \frac{4}{3}, \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

04 [답] (1) $y = 2x + 6$ (2) $y = \frac{1}{3}x - 2$

표준

01 [답] -1

$f^{-1}(3) = -1$ 에서 $f(-1) = 3$ 이므로

$-a + 2 = 3$

따라서 $a = -1$

02 [답] ②

$(f^{-1})^{-1}(3) + (f \circ f^{-1})(4) = f(3) + 4$

$= 3 + 4 = 7$

03 [답] 2

$f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$ 이므로

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+2) = (x+2) - 3$
 $= x - 1$

$y = x - 1$ 로 놓고 x 에 대하여 풀면

$x = y + 1$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = x + 1$

이므로 $(g \circ f)^{-1}(x) = x + 1$

따라서

$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x) = \{(g \circ f)^{-1} \circ h\}(x)$

$= (g \circ f)^{-1}(h(x))$

$= (g \circ f)^{-1}(x^2 + 1)$

$= (x^2 + 1) + 1$

$= x^2 + 2$

이므로 $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x)$ 는 $x = 0$ 일 때, 최솟값 2를 갖는다.

04 [답] 12

함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다.

따라서 $\frac{1}{2}x + 3 = x$ 에서 $x = 6$

즉, 교점의 좌표는 (6, 6)이다.

따라서 $a = 6, b = 6$ 이므로

$a + b = 12$

발전

01 [답] 0

$f(2x+1) = 4x-3$ 에서 $2x+1 = t$ 로 놓으면

$x = \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}$ 이므로

$f(t) = 4\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}\right) - 3 = 2t - 5$

따라서 $f(x) = 2x - 5$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 역함수는 $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 이므로

로

$f(1) + f^{-1}(1) = -3 + 3 = 0$

02 [답] (1) 3 (2) 2

(1) $f(f(1)) = f(2) = 3$

(2) $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 5$ 이므로

$f^{-1}(2) = 1, f^{-1}(3) = 2, f^{-1}(5) = 3$

따라서

$(f \circ f)^{-1}(5) = (f^{-1} \circ f^{-1})(5)$

$= f^{-1}(f^{-1}(5)) = f^{-1}(3) = 2$

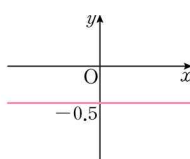
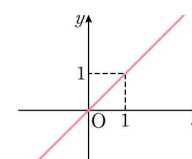
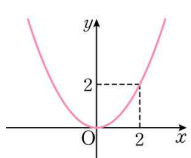
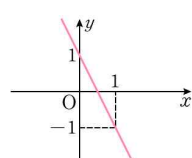
V-1. 함수

01 ③	02 ③	03 ③	04 14	05 ⑤
06 ③	07 4	08 6	09 ①	10 ①
11 ④	12 ④	13 ④	14 13	15 ①
16 ⑤	17 ③	18 1	19 ②	20 3
21 ③	22 2	23 ③	24 4	

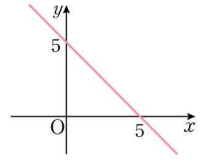
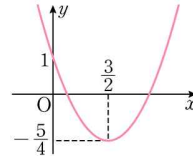
- 02 ㄱ. $f(x) = -x$ 에 대하여
 $f(-1) = 1 \in X$, $f(0) = 0 \in X$,
 $f(1) = -1 \in X$
 이므로 함수이다.
- ㄴ. $g(x) = x + 1$ 에 대하여 $g(1) = 2 \notin X$ 이므로
 $g(1)$ 이 정의되지 않는다.
 따라서 함수가 아니다.
- ㄷ. $h(x) = x^2$ 에 대하여
 $h(-1) = 1 \in X$, $h(0) = 0 \in X$,
 $h(1) = 1 \in X$
 이므로 함수이다.
- 이상에서 함수가 되는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

- 03 $f(-1) = g(-1)$ 에서 $-1 + a = -a + b$
 $f(0) = g(0)$ 에서 $a = b$
 $f(1) = g(1)$ 에서 $1 + a = a + b$
 따라서 $a = 1$, $b = 1$ 이므로 $2a + b = 3$

- 04 $f(100) = f(10 \times 10) = f(10) + f(10)$
 $= 2f(10) = 2f(2 \times 5)$
 $= 2\{f(2) + f(5)\}$
 $= 2(2 + 5) = 14$

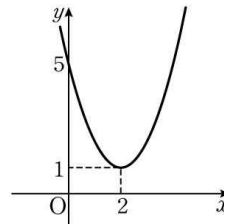
- 06 ㄱ. $y = -0.5$  ㄴ. $y = x$ 
- ㄷ. $y = \frac{1}{2}x^2$  ㄹ. $y = -2x + 1$ 

ㄱ. $y = x^2 - 3x + 1$ ㄴ. $y = 5 - x$



따라서 일대일대응인 것은 ㄴ, ㄹ, ㅂ으로 3개이다.

- 07 **문제 이해** $y = x^2 - 4x + 5$
 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 $y = mx - m - 1$
 $= m(x - 1) - 1$
 의 그래프는 점 $(1, -1)$
 을 지나는 직선이다.



▶ 3점

해결 과정 (i) $a < 2$ 인 경우

주어진 함수는 일대일대응이 아니다.

(ii) $a \geq 2$ 인 경우

주어진 함수는 일대일대응이다.

따라서 a 의 최솟값은 2이고, $x = 2$ 에서 직선은 점 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로 주어진 직선의 방정식에 $(2, 1)$ 을 대입하면

$$1 = 2m - m - 1, m = 2$$

▶ 3점

답 구하기 따라서 a 의 최솟값과 그때의 m 의 값의 곱은 $2 \times 2 = 4$

▶ 2점

- 09 $(f \circ g \circ h)(1) = f(g(h(1))) = f(g(1))$
 $= f(-4) = 8$

- 11 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2f(x) + a$
 $= 2(3x + 2) + a = 6x + a + 4$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 2$
 $= 3(2x + a) + 2 = 6x + 3a + 2$
 $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ 에서
 $6x + a + 4 = 6x + 3a + 2, a = 1$

- 12 $(f \circ f \circ f)(1) = f(f(f(1))) = f(f(2))$
 $= f(5) = 26$

- 13 $(g \circ h)(x) = f(x) \Leftrightarrow 2h(x) + 3 = x + 1$
 따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x - 1$

- 14 **해결 과정** (i) $f(1) = 1$ 이면
 $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(1) = 1 \neq 3$
 이므로 $f(1) \neq 1$ ▶ 2점
- (ii) $f(1) = 2$ 이면
 $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(2) = 3$ ▶ 2점
- (iii) $f(1) = 3$ 이면
 $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(3) = 3$
 으로 함수 f 가 일대일대응이 아니므로
 $f(1) \neq 3$ ▶ 2점
- 답 구하기** 이상에서 $f(1) = 2, f(2) = 3$ 이므로
 $2f(1) + 3f(2) = 4 + 9 = 13$ ▶ 2점

15 $f^1\left(\frac{1}{7}\right) = f\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{2}{7}$
 $f^2\left(\frac{1}{7}\right) = f\left(f\left(\frac{1}{7}\right)\right) = f\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{4}{7}$
 $f^3\left(\frac{1}{7}\right) = f\left(f^2\left(\frac{1}{7}\right)\right) = f\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{6}{7}$
 $f^4\left(\frac{1}{7}\right) = f\left(f^3\left(\frac{1}{7}\right)\right) = f\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{2}{7}$
 \vdots
 $f^{100}\left(\frac{1}{7}\right) = f^{3 \times 33 + 1}\left(\frac{1}{7}\right) = f^1\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{2}{7}$

16 $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ x+1 & (x < 0) \end{cases}$ 이므로
 $(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (g(x) \geq 0) \\ g(x)+1 & (g(x) < 0) \end{cases}$
 $= \begin{cases} 1 & (x \geq -1) \\ x+2 & (x < -1) \end{cases}$
 따라서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프는 ㉔이다.

18 $f^{-1}(1) = k$ 로 놓으면 $f(k) = 1$ 이므로
 $k+2 = 1, k = -1$
 따라서 $f^{-1}(1) = -1$ 이므로
 $f(0) + f^{-1}(1) = 2 + (-1) = 1$

19 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(2) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(2)$
 $= g^{-1}(2)$
 $g^{-1}(2) = k$ 라 하면 $g(k) = 2$
 $2k-1 = 2, k = \frac{3}{2}$
 따라서 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(2) = \frac{3}{2}$

20 **해결 과정** $f^{-1}(a) = k$ 로 놓으면
 $(g \circ f^{-1})(a) = g(f^{-1}(a)) = g(k) = -8$
 이므로 $-3k+1 = -8, k = 3$ ▶ 5점

답 구하기 즉, $f^{-1}(a) = 3$ 이므로
 $a = f(3) = 3$ ▶ 2점

21 $a = (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(1) = 0$
 $f^{-1}(a) = f^{-1}(0) = k$ 로 놓으면 $f(k) = 0$
 따라서 $k = 1$ 이므로 $f^{-1}(a) = 1$

22 $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ 이므로
 $g(2) = f(2 \times 2 - 1) = f(3) = 2$

23 함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $a + b = 3$ ㉔

또, 함수 $y = ax + b$ 의 역함수의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 점 $(3, 1)$ 을 지난다. 따라서
 $3a + b = 1$ ㉕

㉔, ㉕을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$ 이므로
 $b - a = 5$

24 **해결 과정** (i) $\frac{1}{2}x - 1 \geq 0$, 즉 $x \geq 2$ 일 때

$$f(x) = x + 1 - \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$$

$$= x + 1 - \frac{1}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$$

(ii) $\frac{1}{2}x - 1 < 0$, 즉 $x < 2$ 일 때

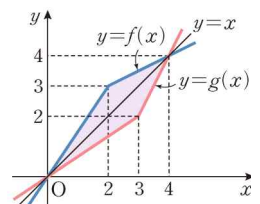
$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{2}x - 1 = \frac{3}{2}x$$

따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. ▶ 4점

답 구하기 이때 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 2$$

이므로 구하는 넓이는 $2 \times 2 = 4$ ▶ 4점



V-2. 유리함수와 무리함수

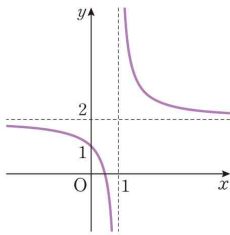
01 [답] 유리함수

기 본

- 01 [답] (1) $\{x \mid x \text{는 실수}\}$
 (2) $\{x \mid x \neq -1 \text{인 실수}\}$
 (3) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2} \text{인 실수}\right\}$

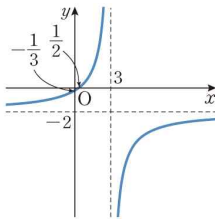
02 [답] 7, 1

03 [답]



점근선의 방정식: $x = 1, y = 2$

04 [답]



점근선의 방정식: $x = 3, y = -2$

표 준

01 [답] ②

(주어진 식)

$$= \frac{x+2}{(x+3)(x-1)} \times \frac{x(x+3)(x+4)}{(x+2)(x+4)} \times \frac{x-1}{5}$$

$$= \frac{x}{5}$$

02 [답] 0

함수 $y = \frac{2}{x+1} + 2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = \frac{2}{-2+1} + 2 = 0$$

03 [답] 1

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 이므로 $b = -2, c = 1$

이때 함수 $y = \frac{a}{x-2} + 1$ 의 그래프가 원점을

지나므로 $0 = \frac{a}{-2} + 1$ 에서 $a = 2$

따라서 $a = 2, b = -2, c = 1$ 이므로
 $a + b + c = 1$

04 [답] 6

$$y = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = -\frac{1}{x+1} + 2$$

이므로 $k = -1, m = -1, n = 2$

따라서 $k^2 + m^2 + n^2 = 1 + 1 + 4 = 6$

발 전

01 [답] 5

점 P의 좌표를 $\left(a, \frac{4}{a-1}\right)$ 라 하면 $Q(a, 0),$

$R\left(0, \frac{4}{a-1}\right)$ 이므로

$$\overline{PQ} + \overline{PR} = \frac{4}{a-1} + a = \frac{4}{a-1} + a - 1 + 1$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{4}{a-1} \times (a-1)} + 1 = 4 + 1 = 5$$

(단, 등호는 $\frac{4}{a-1} = a-1$ 일 때 성립)

따라서 $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 의 최솟값은 5이다.

02 [답] ③

$y = \frac{bx+1}{2x+a}$ 로 놓고 x 와 y 를 서로 바꾸면

$$x = \frac{by+1}{2y+a}$$

y 에 대하여 정리하면 $y = \frac{-ax+1}{2x-b}$

따라서 $f^{-1}(x) = \frac{-ax+1}{2x-b} = \frac{ex+f}{cx+d}$ 이므로

$$c = 2, d = -b, e = -a, f = 1$$

$$a + b + c + d + e + f$$

$$= a + b + 2 + (-b) + (-a) + 1 = 3$$

V-2. 유리함수와 무리함수

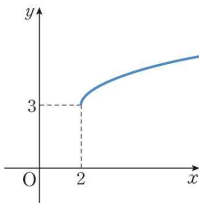
02 무리함수

기 본

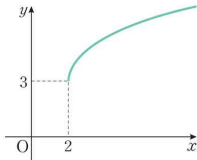
- 01 [답] 무리함수인 것: (2), (3)
 (2) 정의역: $\{x \mid x \geq -1\}$
 (3) 정의역: $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{2}\right\}$

02 [답] $\sqrt{6}$

03 [답] 2, 3



04 [답]



정의역: $\{x \mid x \geq 2\}$, 치역: $\{y \mid y \geq 3\}$

표 준

01 [답] 5

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \text{ 이므로} \\ f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(35) \\ &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{36} - \sqrt{35}) \\ &= \sqrt{36} - 1 = 5 \end{aligned}$$

02 [답] -6

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-x-3} - 2 \\ a &= -1, b = -3, c = -2 \text{ 이므로} \\ a + b + c &= -6 \end{aligned}$$

03 [답] 제2사분면

$$b = -1, c = 2$$

함수 $y = \frac{a}{x-1} + 2$ 의 그래프가 점 (0, 3)을 지나므로 $3 = -a + 2, a = -1$

따라서 $y = \sqrt{-x-1} + 2 = \sqrt{-(x+1)} + 2$ 이므로 그래프는 제2사분면을 지난다.

04 [답] 4

함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 의 그래프가 점 (1, 2)를 지나므로 $\sqrt{a+b} = 2$ 에서 $a+b=4$
 또, 역함수의 그래프가 점 (1, 2)를 지나므로 함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 의 그래프는 점 (2, 1)을 지난다. 즉, $\sqrt{2a+b} = 1$ 에서 $2a+b=1$
 ⑦, ⑨를 연립하여 풀면 $a = -3, b = 7$
 따라서 $f(x) = \sqrt{-3x+7}$ 이므로
 $f(-3) = \sqrt{9+7} = 4$

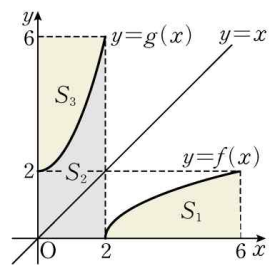
발 진

01 [답] $\frac{9}{4}$

점 A의 좌표가 (a, 0)이므로 점 D의 좌표는 (a, $3\sqrt{a}$)이다. 이때 두 점 C, D의 y좌표가 같으므로 $\sqrt{3x} = 3\sqrt{a}$ 에서
 $3x = 9a, x = 3a$
 즉, 점 C의 좌표는 (3a, $3\sqrt{a}$)이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$
 이므로 $3\sqrt{a} = 3a - a, 9a = 4a^2$
 $4a^2 - 9a = 0, a(4a-9) = 0$
 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = \frac{9}{4}$

02 [답] 12

$g(x) = x^2 + 2$ ($x \geq 0$)이므로 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
 이때 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 x축, y축, $x = 2, y = 6$ 으로 둘러싸인 직사각형에서 S_2 를 뺀 부분을 S_3 라 하면
 $S_1 = S_3$
 따라서 $S_1 + S_2 = S_3 + S_2 = 2 \times 6 = 12$



V-2. 유리함수와 무리함수

01 ②	02 ③	03 ①	04 ③	05 3
06 ④	07 4	08 ②	09 ③	10 4
11 ③	12 ⑤	13 ②	14 $-1 \leq x < 2$	
15 ②	16 ⑤	17 3	18 ④	19 9
20 6	21 ④	22 2	23 ②	24 ④

- 03 (우변) = $\frac{(a+c)x^2 + (2a+b)x + 2b-c}{(x^2-1)(x+2)}$
 $a+c=2, 2a+b=-3, 2b-c=1$ 이므로
 $a=-3, b=3, c=5$
 따라서 $a+b+c=5$

- 05 **해결 과정** 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면
 $y = \frac{k}{x-2} + 1$ ▶ 4점
답 구하기 그래프가 점 (3, 4)를 지나므로
 $4 = \frac{k}{3-2} + 1, k=3$ ▶ 3점

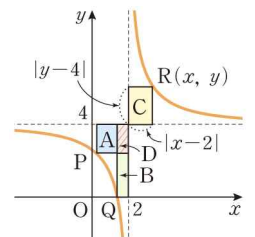
- 08 $y = \frac{-x+4}{x-3} = \frac{-(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} - 1$
 $-1 \leq x \leq 2 \Leftrightarrow -4 \leq x-3 \leq -1$
 $\Leftrightarrow -2 \leq \frac{1}{x-3} - 1 \leq -\frac{5}{4}$
 따라서 치역은 $\left\{y \mid -2 \leq y \leq -\frac{5}{4}\right\}$

- 10 **해결 과정** $f^1(1) = f(1) = -3$
 $f^2(1) = f(f(1)) = f(-3) = 1$
 $f^3(1) = f(f^2(1)) = f(1) = -3$
 $f^4(1) = f(f^3(1)) = f(-3) = 1$
 \vdots
 즉, n 이 홀수이면 $f^n(1) = -3$
 n 이 짝수이면 $f^n(1) = 1$
 이므로 $f^{99}(1) = -3$ ▶ 4점
 한편, $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ 에서 $f(3) = 7$ 이므로 ▶ 2점
답 구하기 $f(3) + f^{99}(1) = 7 - 3 = 4$ ▶ 2점

- 11 $(f \circ g)(x) = x$ 이므로 함수 $g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 는
 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ 의 역함수이다.
 함수 $y = \frac{2x-1}{x+3}$ 의 역함수는 $y = \frac{-3x-1}{x-2}$
 이므로 $g(x) = \frac{-3x-1}{x-2}$ 이다.
 이때 $g(x) = \frac{-3x-1}{x-2} = -\frac{7}{x-2} - 3$ 이므로
 $y = g(x)$ 의 그래프의 점근선의 방정식은
 $x=2, y=-3$

- 12 하천에 버려진 쓰레기를 10% 치우는 데 드는
 비용이 800만 원이므로
 $800 = \frac{10a}{100-10}, 800 = \frac{a}{9}$
 $a = 7200$
 따라서 $y = \frac{7200x}{100-x}$ 이므로 쓰레기를 90%를
 치우는 데 드는 비용은
 $\frac{7200 \times 90}{100-90} = 64800$ (만 원)

- 13 $y = \frac{2}{x-2} + 4$ 에서 $y-4 = \frac{2}{x-2}$
 $(x-2)(y-4) = 2$
 점 R의 좌표를 (x, y)
 라 하면 점 R를 꼭짓점
 으로 하고 이 점과 이웃
 하지 않는 두 변이 점근
 선과 겹치는 직사각형의
 가로, 세로의 길이는 각
 각 $|x-2|, |y-4|$ 이다.
 이 직사각형의 넓이는 $|(x-2)(y-4)| = 2$ 로
 점의 위치에 관계없이 일정함을 알 수 있다.
 위의 그림에서 빗금친 부분의 직사각형을 D라
 하면 $S_C = S_A + S_D = S_B + S_D$
 따라서 $S_A = S_B < S_C$

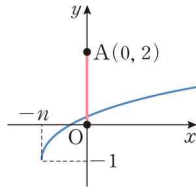


- 18 주어진 무리함수의 그래프는 정의역이
 $\{x \mid x \geq 3\}$ 이고 치역이 $\{y \mid y \geq -2\}$ 이므로
 $y = \sqrt{a(x-3)} - 2$ ($a > 0$)

로 놓으면 점 $(5, 0)$ 을 지나므로
 $0 = \sqrt{a(5-3)} - 2, \sqrt{2a} = 2, a = 2$
 따라서 무리함수의 식은
 $y = \sqrt{2(x-3)} - 2 = \sqrt{2x-6} - 2$
 이므로 $a = 2, b = -6, c = -2$
 $a+b+c = -6$

19 문제 이해 함수

$y = \sqrt{x+n} - 1$ 의 그래프
 는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래
 프를 x 축의 방향으로 $-n$
 만큼, y 축의 방향으로 -1
 만큼 평행이동한 것으로 오른쪽 그림과 같다.



▶ 2점

해결 과정 (i) 함수 $y = \sqrt{x+n} - 1$ 의 그래프가
 원점을 지날 때,

$$\sqrt{0+n} - 1 = 0 \text{ 이므로 } \sqrt{n} = 1$$

$$\text{따라서 } n = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) 함수 $y = \sqrt{x+n} - 1$ 의 그래프가 점
 $A(0, 2)$ 를 지날 때,

$$\sqrt{0+n} - 1 = 2 \text{ 이므로 } \sqrt{n} = 3$$

$$\text{따라서 } n = 9 \quad \text{▶ 4점}$$

답 구하기 (i), (ii)에서 함수 $y = \sqrt{x+n} - 1$ 의
 그래프가 선분 OA와 만나기 위해서는
 $1 \leq n \leq 9$ 이어야 하므로 이를 만족시키는 정수
 n 의 개수는 9이다. ▶ 2점

20 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여
 대칭이므로 함수 $y = x^2 - 4x + 1$ ($x \geq 2$)의 역
 함수는 $y = \sqrt{x+a} + b$ 이다.

$$y = x^2 - 4x + 1 \text{ ($x \geq 2$)을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$x = \sqrt{y+3} + 2$$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$y = \sqrt{x+3} + 2$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 2 \text{ 이므로 } ab = 6$$

22 문제 이해 두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 가 함수

$y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프 위에 있으므로

$$b = 2\sqrt{a}, d = 2\sqrt{c} \quad \text{▶ 3점}$$

해결 과정 이때 $\frac{b+d}{2} = 1$ 이므로

$$\frac{2\sqrt{a} + 2\sqrt{c}}{2} = 1, \sqrt{a} + \sqrt{c} = 1 \quad \text{▶ 3점}$$

답 구하기 따라서 직선 PQ의 기울기는

$$\begin{aligned} \frac{d-b}{c-a} &= \frac{2\sqrt{c} - 2\sqrt{a}}{c-a} \\ &= \frac{2(\sqrt{c} - \sqrt{a})}{(\sqrt{c} + \sqrt{a})(\sqrt{c} - \sqrt{a})} \\ &= \frac{2}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} = 2 \quad \text{▶ 3점} \end{aligned}$$

23 $f(x) = \sqrt{ax}, g(x) = \sqrt{bx}, h(x) = \sqrt{cx}$ 로
 놓으면 $f(x) = \sqrt{ax}$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을
 지나므로 $\sqrt{a} = 1, a = 1$

$g(x) = \sqrt{bx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지나므로
 $\sqrt{2b} = 2, 2b = 4, b = 2$

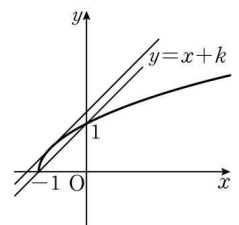
$h(x) = \sqrt{cx}$ 의 그래프가 점 $(4, 4)$ 를 지나므로
 $\sqrt{4c} = 4, 4c = 16, c = 4$

즉, $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \sqrt{2x}, h(x) = \sqrt{4x}$
 이므로

$$f(g(h(1))) = f(g(2)) = f(2) = \sqrt{2}$$

24 $n(A \cap B) = 2$ 이므로 함

수 $y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프
 와 함수 $y = x+k$ 의 그
 래프는 서로 다른 두 점에
 서 만난다.



(i) 두 그래프가 접할 때

$$\sqrt{x+1} = x+k \text{ 에서}$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 \text{ ($x \geq -1$)}$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \text{ ($x \geq -1$)}$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-4k+5=0, k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1+k, k = 1$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $1 \leq k < \frac{5}{4}$

V 함수

- 01 ③ 02 ④ 03 ③ 04 ② 05 ①
 06 ⑤ 07 ③ 08 ④ 09 ③ 10 ④
 11 ② 12 ③ 13 ① 14 ① 15 ③
 16 ③ 17 ② 18 ② 19 ③
 20 $\{-1, 0\}$ 21 2
 22 (1) P(4, 4) (2) -4 23 -5 24 15
 25 4

- 02 $f(2) = 2 + 1 = 3$
 $f(17) = f(13) = f(9) = f(5) = f(1) = 2$
 따라서 $f(2) + f(17) = 3 + 2 = 5$
- 03 $f(x) = a|x-1| + 3x - 4$ 에서
 (i) $x < 1$ 일 때

$$f(x) = -a(x-1) + 3x - 4$$

$$= -(a-3)x + a - 4$$

 (ii) $x \geq 1$ 일 때

$$f(x) = a(x-1) + 3x - 4$$

$$= (a+3)x - (a+4)$$

 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 (i), (ii)의
 일차함수 $f(x)$ 의 기울기의 부호가 서로 같아야
 하므로
 $-(a-3)(a+3) > 0$
 따라서 $-3 < a < 3$
- 05 $(h \circ g)(x) = f(x)$ 에서 $h(g(x)) = f(x)$ 이므로
 $h(-x+1) = 2x-3$
 $-x+1 = t$ 로 놓으면 $x = 1-t$ 이므로
 $h(t) = 2(1-t) - 3 = -2t - 1$
 따라서 $h(2) = -4 - 1 = -5$
- 08 $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(2) = 2$
 $f^{-1}(-3) = k$ 라 하면 $f(k) = -3$
 이때 함숫값이 음수이려면 $k < 1$ 이므로
 $-k^2 + 2k = -3, (k-3)(k+1) = 0$
 즉, $k = -1$
 따라서 $f^{-1}(-3) = -1$ 이므로
 $(f \circ f)(2) + f^{-1}(-3) = 2 - 1 = 1$

- 12 점 (4, 2)를 지나므로 $2 = \frac{k}{4}$ 에서 $k = 8$

곡선 $y = \frac{8}{x}$ 과 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를

α 라 하면 $\alpha = \frac{8}{\alpha}$ 에서

$$\alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

따라서 두 교점의 좌표는

$$(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}), (-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$$

이므로 두 교점 사이의 거리는

$$\sqrt{(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{64} = 8$$

- 13 $y = \frac{3-x}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 이므로 점근선의 방정식
 은 $x = 2, y = -1$

이때 함수 $y = \frac{3-x}{x-2}$ 의 그래프는 두 점근선

$x = 2, y = -1$ 의 교점인 (2, -1)에 대하여 대

칭이므로 $a = 2, b = -1$

따라서 $a + b = 1$

- 17 $y = \sqrt{ax+b} + c = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$

이므로 $a < 0, -\frac{b}{a} > 0, c < 0$

즉, $a < 0, b > 0, c < 0$

따라서 무리함수

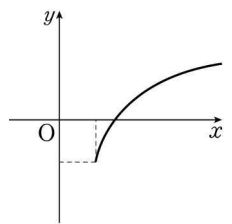
$$y = \sqrt{bx+c} + a$$

$$= \sqrt{b\left(x + \frac{c}{b}\right)} + a$$

의 그래프의 개형은 오른쪽

쪽 그림과 같이 제1, 4사

분면을 지난다.



- 19 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+6}$ 의 그래프와 그 역함
 수 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여
 대칭이므로 교점의 x 좌표는 곡선
 $f(x) = \sqrt{x+6}$ 과 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표
 와 같다. 즉, $\sqrt{x+6} = x$ 에서
 $x+6 = x^2, (x+2)(x-3) = 0$
 이때 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

- 20 **해결 과정** $f(x) = [x] + [-x]$ 에서 임의의 정수 n 에 대하여

(i) $x = n$ 인 경우

$$[x] = n, [-x] = -n$$

$$\text{즉, } [x] + [-x] = n + (-n) = 0 \quad \blacktriangleright 3\text{점}$$

(ii) $n < x < n+1$ 인 경우

$$-n-1 \leftarrow x < -n \text{이므로}$$

$$[x] = n, [-x] = -n-1$$

$$\text{즉, } [x] + [-x] = n + (-n-1) = -1$$

$\blacktriangleright 3\text{점}$

(i), (ii)에서 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x = n) \\ -1 & (n < x < n+1) \end{cases} \quad \blacktriangleright 1\text{점}$$

답 구하기 따라서 함수 $f(x)$ 의 치역은 $\{-1, 0\}$ 이다. $\blacktriangleright 1\text{점}$

- 21 **문제 이해** $f(x) = t$ 라고 하면 $f(f(x)) = f(x)$ 에서

$$f(t) = t$$

이 방정식의 실근은 함수 $y = f(t)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 t 좌표이므로 주어진 그래프에 의하여

$$t = -2, t = 1, t = 3 \quad \blacktriangleright 3\text{점}$$

해결 과정 (i) $t = -2$, 즉 $f(x) = -2$ 일 때

$$x = -2$$

(ii) $t = 1$, 즉 $f(x) = 1$ 일 때 $x = 1$

(iii) $t = 3$, 즉 $f(x) = 3$ 일 때 $x = 3$ $\blacktriangleright 4\text{점}$

답 구하기 이상에서 방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 모든 실근의 합은

$$-2 + 1 + 3 = 2 \quad \blacktriangleright 1\text{점}$$

- 22 (1) 두 함수 $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같으므로

$$x^2 - 2x + k = x, x^2 - 3x + k = 0$$

이 이차방정식의 한 근을 α ($\alpha > 0$)라 하면

$$\alpha^2 - 3\alpha + k = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7} \quad \blacktriangleright 4\text{점}$$

이때 교점은 $P(\alpha, \alpha)$ 이고

$$\overline{OP} = \sqrt{\alpha^2 + \alpha^2} = \sqrt{2}\alpha \text{이므로}$$

$$\sqrt{2}\alpha = 4\sqrt{2} \text{에서 } \alpha = 4$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(4, 4)$ 이다. $\blacktriangleright 2\text{점}$

$$(2) \textcircled{7} \text{에서 } 4^2 - 3 \cdot 4 + k = 0$$

$$k = -4$$

$\blacktriangleright 2\text{점}$

- 23 **해결 과정** 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축에 대하여

$$\text{대칭이동하면 } -y = \frac{k}{x}, y = -\frac{k}{x} \quad \blacktriangleright 1\text{점}$$

함수 $y = -\frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{k}{x-m} + n = \frac{nx - mn - k}{x-m} \quad \blacktriangleright 2\text{점}$$

답 구하기 이때 함수 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 의 그래프와 겹

$$\text{쳐지므로 } m = 1, n = 2, -mn - k = 3$$

$$\text{따라서 } k = -5 \quad \blacktriangleright 2\text{점}$$

- 24 **해결 과정** 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점

$(1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \frac{a+b}{1+c} \quad \cdots \cdots \textcircled{7} \quad \blacktriangleright 2\text{점}$$

한편, $f(x) = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{b-ac}{x+c} + a$ 이고 두 점 근선의 교점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로

$$-c = -3, a = 2$$

$$\text{즉, } a = 2, c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{8} \quad \blacktriangleright 2\text{점}$$

$$\textcircled{8} \text{을 } \textcircled{7} \text{에 대입하면 } 3 = \frac{2+b}{1+3} \text{에서 } b = 10$$

$\blacktriangleright 1\text{점}$

$$\text{답 구하기 따라서 } a + b + c = 2 + 10 + 3 = 15$$

$\blacktriangleright 1\text{점}$

- 25 **문제 이해** 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수

$f(x) = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이므로

$$g(x) = a\sqrt{-x+b}+c \quad \blacktriangleright 2\text{점}$$

해결 과정 주어진 그림으로부터 구하는 무리함수를 $g(x) = a\sqrt{-(x-2)}+1$ 로 놓을 수 있으므로 $b = 2, c = 1$

이때 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 점 $(-2, 3)$ 을 지나므로 $3 = 2a + 1$ 에서 $a = 1$ $\blacktriangleright 4\text{점}$

$$\text{답 구하기 따라서 } a + b + c = 4 \quad \blacktriangleright 1\text{점}$$

VI-1. 경우의 수

01 [답] 경우의 수

기 본

01 [답] 5

02 [답] 7

03 [답] 24

04 [답] 20

표 준

01 [답] 12

- (i) 나머지가 1인 경우
1, 6, 11, 16, 21, 26의 6개
(ii) 나머지가 3인 경우
3, 8, 13, 18, 23, 28의 6개
(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는
 $6 + 6 = 12$

02 [답] (1) 6 (2) 12

- (1) $2 \times 3 = 6$
(2) $2 \times 2 \times 3 = 12$

03 [답] 8

- A에서 C로 가는 방법: 4가지
C에서 B로 가는 방법: 2가지
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 2 = 8$

04 [답] 252

- 세 자리 자연수의 개수는
 $9 \times 10 \times 10 = 900$
1이 하나도 없는 세 자리 자연수의 개수는
 $8 \times 9 \times 9 = 648$
따라서 1이 적어도 한 개 들어 있는 세 자리
자연수의 개수는
 $900 - 648 = 252$

발 전

01 [답] ⑤

- (i) $x + y + z = 5$ 인 경우
 $(x, y, z) = (1, 1, 3), (1, 3, 1),$
 $(3, 1, 1), (1, 2, 2),$
 $(2, 1, 2), (2, 2, 1)$
(ii) $x + y + z = 4$ 인 경우
 $(x, y, z) = (1, 1, 2), (1, 2, 1),$
 $(2, 1, 1)$
(iii) $x + y + z = 3$ 인 경우
 $(x, y, z) = (1, 1, 1)$
 T 는 모든 양의 정수 x, y, z 의 값의 곱이므로
 $T = 2^9 \times 3^3$
따라서 T 의 모든 양의 약수의 개수는
 $(9 + 1) \times (3 + 1) = 40$

02 [답] 8

- 정육면체의 한 점 A를 꼭짓점으로 하는 정삼각형은 ACE, ACG, AEG로 3개이고, 정육면체의 꼭짓점은 8개이므로 정삼각형의 개수는 24이다.
이때 각 정삼각형은 3개씩 중복이 되므로 정삼각형의 개수는
 $24 \div 3 = 8$

VI-1. 경우의 수

02 순열

기 본

01 [답] (1) 12 (2) 6 (3) 360

02 [답] (1) 6 (2) 2

03 [답] 210

04 [답] (1) 3! (2) 2

표 준

01 [답] (1) 7 (2) 3

(1) $n(n-1)(n-2) = 5n(n-1)$ 이므로
 $n-2 = 5, n = 7$

(2) ${}_{10}P_r = 10 \cdot {}_9P_2 = 10 \times (9 \times 8)$ 이므로
 $r = 3$

02 [답] 156

(i) 천의 자리의 숫자가 6인 경우: ${}_5P_3 = 60$

(ii) 천의 자리의 숫자가 5인 경우: ${}_5P_3 = 60$

(iii) 천의 자리의 숫자가 4인 경우:
 백의 자리에 4, 5, 6이 올 수 있으므로
 $3 \times {}_4P_2 = 36$

이상에서 4300보다 큰 자연수의 개수는
 $60 + 60 + 36 = 156$

03 [답] (1) 48 (2) 36

(1) 여학생 2명을 묶어서 한 사람으로 생각하면
 남학생 3명과 함께 모두 4명이다. 4명을 일
 렬로 세우는 방법의 수는

4!

그 각각에 대하여 여학생 2명이 서로 자리
 를 바꾸는 방법의 수는

2!

따라서 구하는 방법의 수는

$4! \times 2! = 48$

(2) 양 끝에 남학생을 세우는 방법의 수는

${}_3P_2$

그 각각에 대하여 가운데에 나머지 3명의
 학생을 일렬로 세우는 방법의 수는

3!

따라서 구하는 방법의 수는

${}_3P_2 \times 3! = 3 \times 2 \times 3! = 36$

04 [답] (1) 72 (2) 144

(1) $3! \times 3! \times 2 = 72$

(2) 모음끼리 이웃하지 않도록 나열하려면 3개
 의 자음을 일렬로 배열한 후에 그 양 끝 두
 자리와 그 사이사이 두 자리, 즉 네 자리에
 3개의 모음을 넣으면 된다. 따라서 구하는
 방법의 수는

$3! \times {}_4P_3 = 6 \times 4 \times 3 \times 2 = 144$

발 전

01 [답] 432

남자 3명이 옆으로 나란히 서로 이웃하여 서는
 방법은 다음과 같이 3가지이다.

○○○○○ ○○○○ ○○○○
 ○○○ ○○○ ○○○

위의 그림의 색칠한 자리에 남자 3명이 서는
 방법의 수는 각각 3!이고, 남은 4개의 자리에
 여자 4명이 서는 방법의 수는 4!이므로 구하는
 방법의 수는 $3 \times 3! \times 4! = 432$

02 [답] 120

4명의 학생을 일렬로 앉히는 방법의 수는

$4! = 24$

이때 4명의 학생 사이사이에 4개의 의자를 놓
 는 방법은 다음과 같이 5가지이다.

♫ ♫ ♫ ♫ ♫
 ♫ ♫ ♫ ♫ ♫
 ♫ ♫ ♫ ♫ ♫
 ♫ ♫ ♫ ♫ ♫
 ♫ ♫ ♫ ♫ ♫

따라서 구하는 방법의 수는

$24 \times 5 = 120$

VI-1. 경우의 수

03 조합

기 본

01 [답] (1) 1 (2) 15 (3) 1

02 [답] (1) 7 (2) 4

03 [답] (1) 126 (2) 60

04 [답] 112

A, B 중 한 명이 선출되는 경우의 수는

$${}_2C_1 = 2$$

A, B를 제외한 8명에서 3명이 선출되는 경우의 수는

$${}_8C_3 = 56$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 56 = 112$$

표 준

01 [답] 풀이 참조

$$n \cdot {}_{n-1}C_{r-1}$$

$$= n \cdot \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-1-(r-1))!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= r \cdot \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= r \cdot {}_nC_r$$

02 [답] 84

a, b, c의 순서가 이미 정해져 있으므로 서로 다른 9개의 자연수에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑으면 된다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

$${}_9C_3 = 84$$

03 [답] ③

(i) 7명 중 4명이 보트 A에 타는 경우

$${}_7C_4 \times {}_3C_3 = 35$$

(ii) 7명 중 3명이 보트 A에 타는 경우

$${}_7C_3 \times {}_4C_4 = 35$$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는

$$35 + 35 = 70$$

04 [답] 52

삼각형이 되려면 8개의 점 중에서 3개를 택해야 하고, 이 중에서 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우는 제외해야 한다.

따라서 삼각형의 개수는

$${}_8C_3 - {}_4C_3 = 52$$

발 진

01 [답] 6

남녀 10명 중에서 남자가 n명이라 하면 대표 3명 중에서 적어도 여자 한 명을 포함하여 뽑는 방법의 수가 100이므로

$${}_{10}C_3 - {}_nC_3 = 100 \text{이다.}$$

$${}_nC_3 = 20 \text{이므로}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

$$n(n-1)(n-2) = 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$n = 6$$

따라서 남자는 6명이다.

02 [답] 1680

함수 $f: A \rightarrow B$ 가 일대일대응이 되기 위해서는 두 집합 A, B의 원소의 개수가 같아야 하므로 집합 S를 두 집합 A, B로 나누는 방법의 수는

$${}_8C_4$$

그 각각에 대하여 일대일대응인 f의 개수가 4!이므로 구하는 함수 f의 개수는

$${}_8C_4 \times 4! = 1680$$

VI-1. 경우의 수

01 ③	02 ③	03 12	04 ④	05 ④
06 657	07 ③	08 ⑤	09 ③	10 ②
11 ②	12 ①	13 ③	14 ②	15 ②
16 ⑤	17 4	18 ③	19 ⑤	20 40
21 ④	22 56	23 ③	24 ④	

- 01 (i) 차가 3인 경우 : (1, 4), (2, 5), (3, 6),
(4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지
(ii) 차가 4인 경우 : (1, 5), (2, 6), (5, 1),
(6, 2)의 4가지
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $6 + 4 = 10$
- 02 (i) $x + y = 0$ 인 경우 : (0, 0)의 1개
(ii) $x + y = 1$ 인 경우 : (0, 1), (1, 0)의 2개
(iii) $x + y = 2$ 인 경우 : (0, 2), (1, 1),
(2, 0)의 3개
(iv) $x + y = 3$ 인 경우 : (0, 3), (1, 2),
(2, 1), (3, 0)의 4개
(v) $x + y = 4$ 인 경우 : (0, 4), (1, 3),
(2, 2), (3, 1), (4, 0)의 5개
(vi) $x + y = 5$ 인 경우 : (0, 5), (1, 4),
(2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)의 6개
따라서 구하는 순서쌍의 개수는
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$
- 04 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
(i) 360의 양의 약수의 개수
 $(3+1)(2+1)(1+1) = 4 \times 3 \times 2 = 24$
(ii) 360의 양의 약수의 총합
 $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$
 $15 \times 13 \times 6 = 1170$
따라서 $a = 24$, $b = 1170$ 이므로
 $a + b = 1194$
- 05 10원짜리 동전이 5개이므로 0, ..., 5로 지불할 수 있는 방법은 6가지, 100원짜리 동전이 4개이므로 0, ..., 4로 지불할 수 있는 방법은 5가지, 1000원짜리 지폐가 1장이므로 지불할 수 있는

방법은 2가지이다. 이때
0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는
경우의 수는

$$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59$$

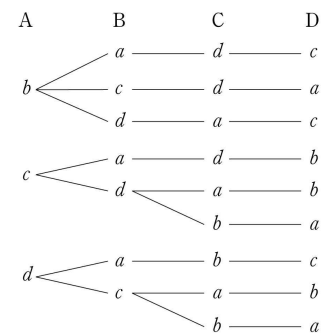
- 06 **해결 과정** 말해야 하는 자연수는 각 자리가 0, 1,
2, 4, 5, 7, 8만으로 이루어진다. 1을 001, 10
을 010과 같이 생각하면 말해야 하는 자연수의
개수는

$$7 \times 7 \times 7 - 1$$

▶ 4점

답 구하기 따라서 말하지 않아야 하는 수의 개수
는 $999 - (7 \times 7 \times 7 - 1) = 657$ ▶ 3점

- 07 4명을 각각 A, B, C, D라 하고 각각의 모자
를 a, b, c, d라 하면, 4명 모두 자기 모자가
아닌 것을 쓰게 되는 경우를 수형도로 나타내면
다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 9이다.

- 08 집합 C의 원소의 개수는
 $n(A) \times n(B) = 5 \times 6 = 30$
- 09 ${}_nP_4 = n(n-1)(n-2)(n-3)$, ${}_nP_2 = n(n-1)$
이므로 $n(n-1)(n-2)(n-3) = 6n(n-1)$
 $n^2 - 5n + 6 = 6$, $n = 5$
따라서 ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$
- 12 맨 앞과 맨 뒤에 남자 2명을 고정시키고 여학
생 3명을 일렬로 세운다. 이때 남자 2명은 자리
를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는
 $2 \times 3! = 12$
- 13 남학생 2명과 여학생 2명을 일렬로 세우는 경우
의 수에서 양쪽 끝이 모두 남자인 경우의 수를

빠면 된다.

따라서 $4! - 2! \times 2 = 20$

- 14 A □□□□ : $4! = 24$
 B □□□□ : $4! = 24$
 C □□□□ : $4! = 24$
 $24 + 24 + 24 = 72$ 이므로 89번째 단어의 첫 번째 문자는 D이다.
 DA □□□ : $3! = 6$
 DB □□□ : $3! = 6$
 $72 + 6 + 6 = 84$ 이므로 89번째 단어의 앞의 두 문자는 DC이다.
 앞의 두 문자가 DC인 단어를 사전식으로 나열하면 DCABE, DCAEB, DCBAE, DCBEA, DCEAB, DCEBA이므로 89번째 단어는 DCEAB이다.
 따라서 89번째 단어의 마지막 문자는 B이다.

- 15 (i) $\triangle \square \textcircled{t} \square \triangle \textcircled{l}$ 의 순서로 배열된 경우
 나머지 두 문자를 배열하는 경우의 수는 $2!$ 이고, r 와 v , t 와 l 이 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는
 $2! \times 2 \times 2 = 8$
 (ii) $\textcircled{l} \triangle \square \textcircled{t} \square \triangle$ 의 순서로 배열된 경우
 (i)에서의 경우의 수와 같으므로
 $2! \times 2 \times 2 = 8$
 따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $8 + 8 = 16$

- 16 호랑이를 1번 우리에 넣는 경우, 사자는 3, 5, 6번 우리에 넣을 수 있고, 사자를 넣고 남은 4개의 우리에 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 넣으면 되므로 경우의 수는 $3 \times 4!$
 마찬가지로 호랑이를 2~6번 우리에 넣는 경우의 수를 구하면 각각 $2 \times 4!$, $4 \times 4!$, $2 \times 4!$, $3 \times 4!$, $4 \times 4!$ 이므로 구하는 방법의 수는
 $3 \times 4! + 2 \times 4! + 4 \times 4! + 2 \times 4! + 3 \times 4! + 4 \times 4!$
 $4! \times (3 + 2 + 4 + 2 + 3 + 4) = 24 \times 18 = 432$

- 17 **해결 과정** ${}_{12}C_{r+2} = {}_{12}C_{2r-2}$ 에서
 (i) $r+2 = 2r-2$ 이면 $r = 4$
 (ii) $12 - (r+2) = 2r-2$ 이면 $r = 4$ ▶ 4점

답 구하기 (i), (ii)에 의하여 $r = 4$ ▶ 2점

- 19 $a = {}_5C_2 \times {}_5C_2 = 10 \times 10 = 100$
 $b = {}_{10}C_4 - {}_5C_4 = 210 - 5 = 205$
 $c = {}_8C_2 = 28$
 따라서 $c < a < b$

- 20 **문제 이해** 세 수의 합이 홀수가 되려면 세 수가 모두 홀수이거나 두 수는 짝수, 나머지 한 수는 홀수이어야 한다. ▶ 2점

해결 과정 (i) 세 수가 모두 홀수인 경우
 다섯 개의 홀수 1, 3, 5, 7, 9에서 세 수를 뽑는 경우이므로 ${}_5C_3 = 10$
 (ii) 두 수는 짝수, 나머지 한 수는 홀수인 경우
 네 개의 짝수 2, 4, 6, 8에서 두 수를 뽑고, 다섯 개의 홀수 1, 3, 5, 7, 9에서 한 수를 뽑는 경우이므로 ${}_4C_2 \times {}_5C_1 = 30$ ▶ 5점

답 구하기 (i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $10 + 30 = 40$ ▶ 1점

- 21 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ 이 모두 다르므로 B에서 세 개의 원소를 뽑아 가장 큰 수는 3에, 두 번째로 큰 수는 2에, 가장 작은 수는 1에 대응시키면 된다.
 따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 네 개에서 세 개를 뽑는 조합의 수이므로 ${}_4C_3 = 4$

- 23 6개의 평행선에서 서로 다른 2개의 평행선을 뽑고, 4개의 평행선에서 서로 다른 2개의 평행선을 뽑는 경우의 수이므로
 ${}_6C_2 \times {}_4C_2 = 90$

- 24 먼저 8가지의 색에서 4가지의 색을 뽑는 경우의 수는 ${}_8C_4$ 가지이고 뽑은 4가지의 색을 안쪽 원의 내부를 색칠하는 경우의 수는 $\frac{4!}{4} = 3!$
 내부를 색칠하게 되면 위치가 고정되므로 나머지 4가지의 색으로 바깥쪽 4개의 영역을 칠하는 경우의 수는 $4!$ 이다.
 따라서 구하는 방법의 수는
 ${}_8C_4 \times 3! \times 4! = 10080$

VI 경우의 수

01 ④	02 ②	03 ①	04 ③	05 ③
06 ⑤	07 ⑤	08 ④	09 ①	10 ②
11 ③	12 ②	13 ⑤	14 ①	15 ①
16 ④	17 ③	18 ②	19 ④	20 48
21 14400	22 59	23 해설 참조		
24 6	25 (1) 21 (2) 19			

- 03 $z = 1$ 인 경우와 $z = 2$ 인 경우의 순서쌍 (x, y) 는
 (i) $z = 1$ 인 경우 $(6, 1), (4, 2), (2, 3)$
 (ii) $z = 2$ 인 경우 $(3, 1), (1, 2)$
 따라서 구하는 개수는 5이다.
- 05 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$
- 06 남학생 순서를 고정하고 그 맞은편에 여학생을 배열하는 방법의 수와 같으므로 구하는 방법의 수는 ${}_5P_5 = 5! = 120$
- 08 6개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $6! = 720$
 자음은 s, l, v, r의 4개이므로 양쪽 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는 ${}_4P_2 \cdot 4! = 288$
 따라서 구하는 경우의 수는 $720 - 288 = 432$
- 09 (i) 만의 자리에 2가 오는 경우
 천의 자리의 숫자를 3, 4 중 하나로 정하고 나머지 숫자 3개를 일렬로 배열하면 되므로 구하는 자연수의 개수는 $2 \times 3! = 12$
 (ii) 만의 자리에 3 또는 4가 오는 경우
 나머지 숫자 4개를 일렬로 배열하면 되므로 구하는 자연수의 개수는 각각 $4!$
 (i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는 $12 + 4! + 4! = 60$

- 10 일대일대응인 함수 f 의 개수는 $4! = 24$
 $f(1) = 1$ 이고 일대일대응인 함수 f 의 개수는 $3! = 6$
 따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $24 - 6 = 18$
- 11 ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 이므로 $10 = \frac{60}{r!}$
 $r! = 6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$, 즉 $r = 3$
 또 ${}_nP_3 = 60 = 5 \cdot 4 \cdot 3$ 에서 $n = 5$
 따라서 $n + r = 5 + 3 = 8$
- 12 두 수 중 적어도 한 수는 짝수이어야 한다. 선택된 두 수가 모두 홀수인 경우의 수는 ${}_6C_2$ 이므로 구하는 경우의 수는 ${}_{12}C_2 - {}_6C_2 = 66 - 15 = 51$
- 13 9개의 팀이 서로 다른 팀과 1번씩 경기를 치르는 경우의 수는 ${}_9C_2 = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36$
 그런데 각 팀이 다른 팀과 6번씩 경기를 치르므로 전체 경기 수는 $36 \cdot 6 = 216$
- 14 지수와 민희는 함께 선출되고 영서는 선출되지 않아야 하므로 지수와 민희를 먼저 택하고 영서를 제외한 나머지 6명 중에서 3명을 택하는 조합의 수와 같다. 즉, 구하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$
- 15 빨간색 공 7개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는 ${}_7C_3 = 35$
 파란색 공 5개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_3 = 10$
 따라서 구하는 경우의 수는 $35 + 10 = 45$
- 16 모음 2개, 자음 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_5C_2 = 3 \cdot 10 = 30$
 4개의 문자를 일렬로 배열하는 방법의 수는 $4! = 24$ 이므로 구하는 문자열의 수는 $30 \times 24 = 720$

- 17 $a < c$ 를 만족시키는 두 자연수 a, c 를 정하는 방법의 수는
 ${}_7C_2 = 21$
 그 각각에 대하여 $b < d$ 를 만족시키는 두 자연수 b, d 를 정하는 방법의 수는
 ${}_5C_2 = 10$
 따라서 구하는 자연수의 개수는
 $21 \times 10 = 210$

- 18 전체 12명 중 4명을 뽑는 경우의 수는
 ${}_{12}C_4 = 495$
 중학생만 4명을 뽑는 경우의 수는
 ${}_6C_4 = 15$
 고등학생만 4명을 뽑는 경우의 수는
 ${}_6C_4 = 15$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $495 - (15 + 15) = 465$

- 19 8개의 점 중에서 3개를 선택하면 하나의 삼각형이 결정되므로 구하는 삼각형의 개수는
 ${}_8C_3 = 56$

- 20 **문제 이해** A에서 C를 왕복하는 데 B를 한 번만 거치는 방법은
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A, A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ ▶ 2점
해결 과정 (i) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 인 경우의 수는
 $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$
 (ii) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 인 경우의 수는
 $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ ▶ 3점
답 구하기 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $24 + 24 = 48$ ▶ 2점

- 21 **해결 과정** 동화책 3권과 소설책 2권을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는
 $5! = 120$ ▶ 2점
 동화책과 소설책 사이 및 양끝의 6개의 자리에 교과서 3권을 꽂는 방법의 수는
 ${}_6P_3 = 120$ ▶ 2점
답 구하기 따라서 구하는 방법의 수는
 $120 \cdot 120 = 14400$ ▶ 1점

- 22 **해결 과정** 500원짜리 동전을 지불하는 방법은
 0, 1, 2, 3개의 4가지
 100원짜리 동전을 지불하는 방법은
 0, 1, 2, 3, 4개의 5가지
 50원짜리 동전을 지불하는 방법은
 0, 1, 2개의 3가지 ▶ 4점
답 구하기 이때 0원을 지불하는 경우가 1가지이므로 구하는 경우의 수는
 $4 \cdot 5 \cdot 3 - 1 = 59$ ▶ 2점

- 23 **해결 과정** $n \cdot {}_{n-1}C_{r-1}$
 $= n \cdot \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$ ▶ 2점
 $= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$ ▶ 2점
 $= \frac{r \cdot n!}{r!(n-r)!}$ ▶ 2점
 $= r \cdot {}_nC_r$
 따라서 등식 $n \cdot {}_{n-1}C_{r-1} = r \cdot {}_nC_r$ 가 성립한다. ▶ 1점

- 24 **해결 과정** $f(2) = 4$ 이고 $x_1 < x_2$ 이면
 $f(x_1) > f(x_2)$ 이므로 1에 대응할 수 있는 Y의 원소는 5 또는 6이다. ▶ 3점
 또 $f(3) > f(4)$ 이므로 Y의 원소 1, 2, 3 중 2개를 뽑아 크기가 큰 수부터 차례로 $f(3), f(4)$ 에 대응시키면 된다. ▶ 3점
답 구하기 따라서 구하는 함수의 개수는
 $2 \times {}_3C_2 = 2 \cdot 3 = 6$ ▶ 2점

- 25 (1) 7개의 점으로 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는
 ${}_7C_2 = 21$ ▶ 3점
 (2) 일직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는
 ${}_3C_2 = 3$ ▶ 2점
 일직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는
 $21 - 3 + 1 = 19$ ▶ 2점