• 수학 영역 •

정 답

1	②	2	⑤	3	⑤	4	④	5	③
6	④	7	④	8	①	9	②	10	③
11	⑤	12	③	13	①	14	①	15	⑤
16	②	17	③	18	④	19	③	20	①
21	②	22	11	23	8	24	234	25	84
26	7	27	5	28	10	29	13	30	320

해 설

1. [출제의도] 근호를 포함한 식의 값을 계산한다.

$\sqrt{\frac{20}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{5}} = \sqrt{\frac{20}{3} \times \frac{6}{5}}$
$= \sqrt{8}$
$= 2\sqrt{2}$

2. [출제의도] 다항식을 전개하여 일차항의 계수를 구한다.

$(2x-1)(x+3) = 2x^2+6x-x-3$
$= 2x^2+5x-3$
따라서 다항식 $(2x-1)(x+3)$ 의 전개식에서
x 의 계수는 5 이다.

3. [출제의도] 삼각비의 값을 이용하여 식의 값을 계산한다.

$\sin 60° \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= \frac{3}{4}$

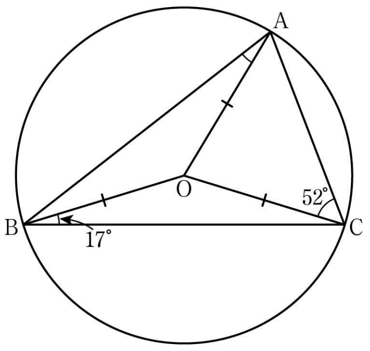
4. [출제의도] 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

$y = -x^2+4x+3$
$= -(x^2-4x+4-4)+3$
$= -(x^2-4x+4)+7$
$= -(x-2)^2+7$
이므로
이차함수 $y=-x^2+4x+3$ 의 그래프의
꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.
따라서 y 좌표는 7 이다.

5. [출제의도] 히스토그램을 이해하여 실생활 문제와 관련된 자료의 값을 구한다.

한 달 동안의 봉사 시간이
6 시간 이상 9 시간 미만인 학생의 수는 6,
9 시간 이상 12 시간 미만인 학생의 수는 9
이므로 한 달 동안의 봉사 시간이
6 시간 이상 12 시간 미만인 학생의 수는
$6+9=15$

6. [출제의도] 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.



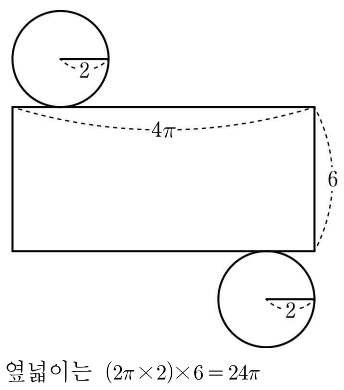
삼각형 ABC 의 외접원의 중심이 O 이므로
세 선분 OA, OB, OC 는 이 원의 반지름이다.
즉, $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
삼각형 OAB 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이고
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로
$\angle OAB = \angle ABO$
삼각형 OCA 는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OCA = \angle CAO = 52°$
삼각형 OBC 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle BCO = 17°$
이고
$\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC$
$= \angle ABO + 17°$
$= \angle OAB + 17°$ …… ㉠
$\angle BCA = \angle BCO + \angle OCA$
$= 17° + 52°$ …… ㉡
$\angle CAB = \angle CAO + \angle OAB$
$= 52° + \angle OAB$ …… ㉢
삼각형 ABC 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180°$
㉠, ㉡, ㉢에서
$2 \times (\angle OAB + 17° + 52°) = 180°$
$\angle OAB + 17° + 52° = 90°$
따라서 $\angle OAB = 21°$

7. [출제의도] 일차부등식을 이해하여 상수의 값을 구한다.

$\frac{x+5}{2} - x \le a$
$x+5-2x \le 2a$
$-x \le 2a-5$
$x \ge -2a+5$
일차부등식의 해가 $x \ge 4$ 이므로
$-2a+5=4$
$-2a=-1$
따라서 $a=\frac{1}{2}$

8. [출제의도] 입체도형의 부피를 이용하여 원기둥의 겉넓이를 구한다.

밑면의 반지름의 길이가 3 이고 높이가 8 인
원뿔의 밑넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ 이므로 부피는
$\frac{1}{3} \times 9\pi \times 8 = 24\pi$
원기둥의 밑넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi$ 이므로
원기둥의 높이를 x 라 하면
부피는 $4\pi \times x = 4\pi x$
원뿔과 원기둥의 부피가 서로 같으므로
$4\pi x = 24\pi$
그러므로 $x=6$
원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.



원기둥의 옆넓이는 $(2\pi \times 2) \times 6 = 24\pi$
따라서 원기둥의 겉넓이는 $(4\pi \times 2) + 24\pi = 32\pi$

9. [출제의도] 두 일차함수의 그래프를 이해하여 연립일차방정식을 푼다.

두 직선
$ax+4y=12$ …… ㉠
$2x+ay=a+5$ …… ㉡
가 만나는 점이 y 축 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(0, t)$ 라 하자.
$x=0$, $y=t$ 를 ㉠에 대입하면
$4t=12$, $t=3$
그러므로 두 직선이 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
$x=0$, $y=3$ 을 ㉡에 대입하면
$3a=a+5$
따라서 $a=\frac{5}{2}$

10. [출제의도] 실수의 대소 관계를 이해하여 주어진 조건을 만족시키는 정수의 개수를 구한다.

$2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로
$-3 < -\sqrt{6} < -2$
$-1 < 2-\sqrt{6} < 0$
또한 $3 < \sqrt{15} < 4$ 이므로
$8 < 5+\sqrt{15} < 9$
따라서 $2-\sqrt{6}$ 보다 크고 $5+\sqrt{15}$ 보다 작은 정수의 개수는 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 9이다.

11. [출제의도] 피타고라스 정리를 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

직각삼각형에서 가장 긴 변이 빗변이므로
$x+3$ 이 빗변의 길이다.
피타고라스 정리에 의하여
$(x+3)^2 = x^2+(x+1)^2$
$x^2+6x+9 = x^2+x^2+2x+1$
$x^2-4x-8=0$
근의 공식에 의하여
$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}$
$= \frac{4\pm\sqrt{48}}{2}$
$= 2\pm2\sqrt{3}$
$x>2$ 이므로 $x=2+2\sqrt{3}$

12. [출제의도] 일차방정식을 이용하여 실생활 문제와 관련된 값을 구한다.

이 학교에서 구입한 구슬을 한 상자에 250 개씩
n 개의 상자에 담았을 때 50 개의 구슬이 남으므로
구슬의 총 개수는
$250n+50$ …… ㉠
한편, 구슬을 한 상자에 200 개씩 $n+1$ 개의 상자에 담았을 때 100 개의 구슬이 남으므로 구슬의 총 개수는
$200(n+1)+100$ …… ㉡
㉠, ㉡에서
$250n+50 = 200(n+1)+100$
$250n+50 = 200n+300$
$50n=250$, $n=5$
따라서 이 학교에서 구입한 구슬의 총 개수는
$250\times5+50=1300$

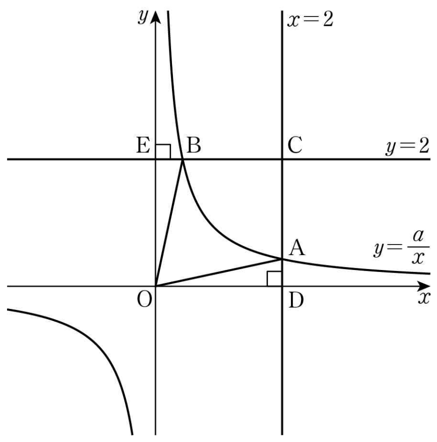
13. [출제의도] 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀고 주어진 조건을 만족시키는 값을 구한다.

$x^2-x-2=0$
$(x+1)(x-2)=0$
$x=-1$ 또는 $x=2$
(i) $x=-1$ 이 공통인 해인 경우
$2x^2+kx-6=0$ 에
$x=-1$ 을 대입하면
$2\times(-1)^2+k\times(-1)-6=0$
$2-k-6=0$
$k=-4$
(ii) $x=2$ 가 공통인 해인 경우
$2x^2+kx-6=0$ 에
$x=2$ 를 대입하면
$2\times2^2+k\times2-6=0$
$8+2k-6=0$
$k=-1$
(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합은 $(-4)+(-1)=-5$

14. **[출제의도] 반비례 관계를 이해하여 반비례 관계식을 구한다.**

점 A는 직선 $x=2$ 위의 점이므로 점 A의 x좌표는 2이고 이 점은 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{A}\left(2,\ \frac{a}{2}\right)$

점 B는 직선 $y=2$ 위의 점이므로 점 B의 y좌표는 2이고 이 점은 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{B}\left(\frac{a}{2},\ 2\right)$



그림과 같이 직선 $x=2$가 x축과 만나는 점을 D, 직선 $y=2$가 y축과 만나는 점을 E라 하면 $\mathrm{D}(2,\ 0)$, $\mathrm{E}(0,\ 2)$

삼각형 ODA와 삼각형 OBE는 직각삼각형이므로

$$\triangle\mathrm{ODA}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OD}}\times\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{a}{2}=\frac{a}{2}$$

$$\triangle\mathrm{OBE}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OE}}\times\overline{\mathrm{BE}}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{a}{2}=\frac{a}{2}$$

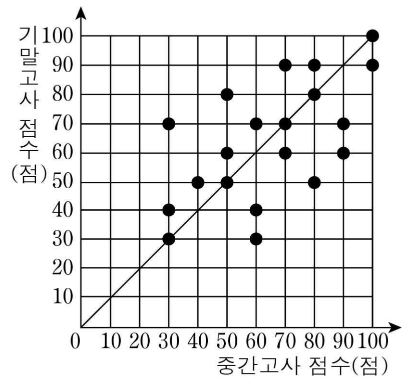
사각형 ODCE는 한 변의 길이가 2인 정사각형이므로

$$\square\mathrm{OACB}=\square\mathrm{ODCE}-\triangle\mathrm{ODA}-\triangle\mathrm{OBE}=2\times2-\frac{a}{2}-\frac{a}{2}=4-a=\frac{22}{7}$$

따라서 $a=\frac{6}{7}$

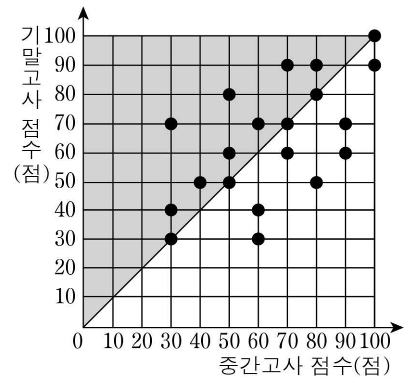
15. **[출제의도] 산점도를 이해하여 <보기>의 참, 거짓을 추론한다.**

ㄱ. 중간고사와 기말고사의 점수에 변화가 없는 학생의 수는 그림에서 대각선 위의 점의 개수와 같다.



따라서 중간고사와 기말고사의 점수에 변화가 없는 학생의 수는 5이다. (참)

ㄴ. 기말고사 점수가 중간고사 점수보다 높은 학생의 수는 그림에서 대각선의 위쪽에 있는 점의 개수와 같다.



따라서 기말고사 점수가 중간고사 점수보다 높은 학생의 수는 8이므로

$\frac{8}{20}\times100=40(\%)$ (참)

ㄷ. ㄱ에서 중간고사와 기말고사의 점수에 변화가 없는 학생의 수는 5,

중간고사 점수가 기말고사 점수보다
10점 낮은 학생의 수는 5,
20점 낮은 학생의 수는 1,
30점 낮은 학생의 수는 1,
40점 낮은 학생의 수는 1,

중간고사 점수가 기말고사 점수보다
10점 높은 학생의 수는 2,
20점 높은 학생의 수는 2,
30점 높은 학생의 수는 3
이다.

학급 학생 20명에 대하여

(중간고사 점수의 총합)−(기말고사 점수의 총합)

$=(-10)\times5+(-20)\times1+(-30)\times1+(-40)\times1$
$\quad+10\times2+20\times2+30\times3$
$=10$

이므로 중간고사 점수의 총합은 기말고사 점수의 총합보다 10점 높다.

그러므로 중간고사 점수의 평균은 기말고사 점수의 평균보다 크다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[보충 설명]

학급 학생 20명의 중간고사 점수의 총합은 1290점이고 기말고사 점수의 총합은 1280점이므로

중간고사 점수의 평균은 $\frac{1290}{20}=64.5$(점)이고

기말고사 점수의 평균은 $\frac{1280}{20}=64$(점)이므로

중간고사 점수의 평균이 기말고사 점수의 평균보다 0.5점 크다.

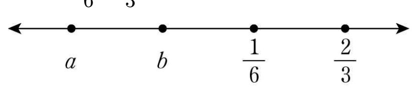
16. **[출제의도] 수직선 위에서 실수의 대소 관계를 추론한다.**

두 실수 a, b에 대하여 $a<b$라 하자.

이웃한 두 점 사이의 거리가 서로 같으면서

네 실수 a, b, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$의 대소 관계로 가능한 경우는 다음과 같다.

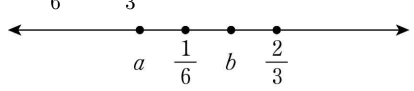
(ⅰ) $a<b<\frac{1}{6}<\frac{2}{3}$인 경우



$\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$이므로 이웃한 두 점 사이의 거리는 $\frac{1}{2}$

$b=\frac{1}{6}-\frac{1}{2}<0$이고, $a<b<0$이므로 $ab>0$이 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅱ) $a<\frac{1}{6}<b<\frac{2}{3}$인 경우

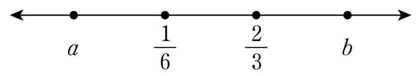


이웃한 두 점 사이의 거리는 $\frac{1}{4}$

$a=\frac{1}{6}-\frac{1}{4}<0$이고 $b=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}>0$이므로 $ab<0$이고

$a+b=\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

(ⅲ) $a<\frac{1}{6}<\frac{2}{3}<b$인 경우



이웃한 두 점 사이의 거리는 $\frac{1}{2}$

$a=\frac{1}{6}-\frac{1}{2}<0$이고 $b=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}>0$이므로 $ab<0$이고

$a+b=\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$

(ⅳ) $\frac{1}{6}<a<b<\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}<a<\frac{2}{3}<b$, $\frac{1}{6}<\frac{2}{3}<a<b$인 경우는 $ab>0$이 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅰ)~(ⅳ)에서 $a+b$의 최댓값은 $\frac{5}{6}$

마찬가지 방법으로 $a>b$인 경우 $a+b$의 최댓값은 $\frac{5}{6}$

따라서 구하는 최댓값은 $\frac{5}{6}$

17. **[출제의도] 경우의 수를 이용하여 주어진 사건의 확률을 구한다.**

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$a^2\times3^b\times5$가 $2^2\times3^5$의 배수가 되기 위해서는 a가 2의 배수이어야 한다.

(ⅰ) $a=2$인 경우
$2^2\times3^b\times5$의 값이 $2^2\times3^5$의 배수가 되도록 하는 b의 값은 5, 6

(ⅱ) $a=4$인 경우
$4^2\times3^b\times5$의 값이 $2^2\times3^5$의 배수가 되도록 하는 b의 값은 5, 6

(ⅲ) $a=6$인 경우

$$6^2\times3^b\times5=(2\times3)^2\times3^b\times5=2^2\times3^2\times3^b\times5=2^2\times3^{2+b}\times5$$

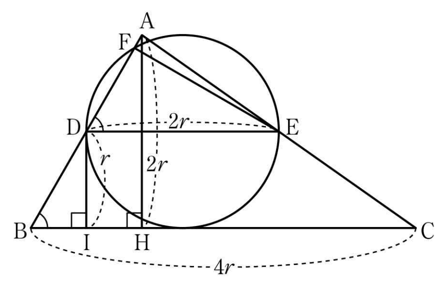
이므로
$2^2\times3^{2+b}\times5$가 $2^2\times3^5$의 배수가 되도록 하는 b의 값은 3, 4, 5, 6

(ⅰ)~(ⅲ)에서 $a^2\times3^b\times5$가 $2^2\times3^5$의 배수인 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는

$(2,\ 5)$, $(2,\ 6)$,
$(4,\ 5)$, $(4,\ 6)$,
$(6,\ 3)$, $(6,\ 4)$, $(6,\ 5)$, $(6,\ 6)$
의 8이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

18. **[출제의도] 삼각형과 원의 성질을 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구하는 과정을 추론한다.**



원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{\mathrm{DE}}=2r$이다.

삼각형 ADE와 삼각형 ABC에서

$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{AC}}=1:2$이고 각 A는 공통이므로

삼각형 ADE와 삼각형 ABC는 서로 닮음이고

닮음비는 $1:2$이다. 따라서

$\overline{\mathrm{BC}}=2\times\overline{\mathrm{DE}}=4r$

점 D에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 I라 하면

선분 DE가 지름인 원이 선분 BC에 접하므로

$\overline{DI}=r$
점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면
삼각형 BID와 삼각형 BHA에서
각 B는 공통이고 $\angle BID=\angle BHA=90°$이므로
삼각형 BID와 삼각형 BHA는 서로 닮음이고
닮음비는 $1:2$이다.
그러므로
$\overline{AH}=2\times\overline{DI}=\boxed{2}\times r$이고

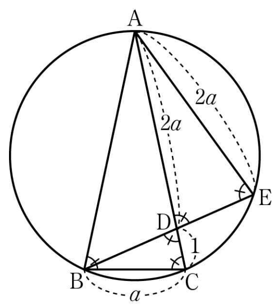
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$
$=\frac{1}{2}\times4r\times2r$
$=4r^2$
$=16$

이므로 $r^2=4$이고 $r>0$이므로 $r=\boxed{2}$이다.
삼각형 ADE와 삼각형 ABC는 닮음비가 $1:2$이므로
두 삼각형의 넓이의 비는 $1:4$이다.
$\triangle ADE=\frac{1}{4}\times\triangle ABC=4$이다.
삼각형 FDE에서 꼭짓점 F는 원 위의 점이고
각 DFE는 호 DE에 대한 원주각이므로
$\angle DFE=90°$이다.
삼각형 ADE와 삼각형 ABC가 서로 닮음이므로
$\angle FDE=\angle ABC=60°$
$\overline{DE}=2r=4$이므로 $\overline{DF}=2$, $\overline{EF}=2\sqrt{3}$
그러므로 삼각형 FDE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}$
$=\boxed{2\sqrt{3}}$

이다.
따라서 구하는 삼각형 AFE의 넓이는 $4-\boxed{2\sqrt{3}}$
이다.
그러므로 $a=2$, $b=2$, $c=2\sqrt{3}$에서 $a\times b\times c=8\sqrt{3}$

19. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구하는 문제를 해결한다.

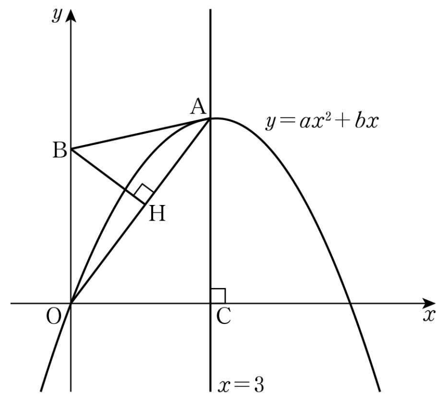


각 ACB와 각 AEB는 호 AB에 대한 원주각이므로
$\angle ACB=\angle AEB$
$\angle ADB+\angle AEB=180°$이고
$\angle ADB+\angle ADE=180°$이므로
$\angle AEB=\angle ADE$
각 ADE와 각 BDC는 맞꼭지각이므로
$\angle ADE=\angle BDC$이고
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC$
삼각형 ABC와 삼각형 BCD에서
$\angle ABC=\angle BCD$, $\angle ACB=\angle BDC$이므로
삼각형 ABC와 삼각형 BCD는 서로 닮음이다.
$\overline{BC}=a$라 하면 $\overline{AE}=2a$이고
삼각형 ADE는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AD}=\overline{AE}=2a$
따라서 $\overline{AC}=2a+1$
삼각형 ABC와 삼각형 BCD는 서로 닮음이므로
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$
$2a+1:a=a:1$
$a^2=2a+1$
$a^2-2a-1=0$
근의 공식에 의하여

$a=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$
$=\frac{2\pm\sqrt{8}}{2}$
$=\frac{2\pm2\sqrt{2}}{2}$
$=1\pm\sqrt{2}$

$a>0$이므로 $a=1+\sqrt{2}$

20. [출제의도] 이차함수의 그래프의 성질을 이용하여 상수의 값을 구하는 문제를 해결한다.



그림과 같이 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는
원점을 지나고 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다.
점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 하면
삼각형 OAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{OC}=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{BH}$

$\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times3=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times2$

이므로 $\overline{OA}=5$
직각삼각형 AOC에서
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{OA}^2=\overline{OC}^2+\overline{AC}^2$
$\overline{AC}^2=\overline{OA}^2-\overline{OC}^2$
$=5^2-3^2=16$
그러므로 $\overline{AC}=4$
따라서 점 A의 좌표는 $(3,4)$이다.
$y=ax^2+bx$
$=a(x-3)^2+4$
이차함수 $y=a(x-3)^2+4$의 그래프가
원점을 지나므로

$9a+4=0$, $a=-\frac{4}{9}$

$y=-\frac{4}{9}(x-3)^2+4=-\frac{4}{9}x^2+\frac{8}{3}x$

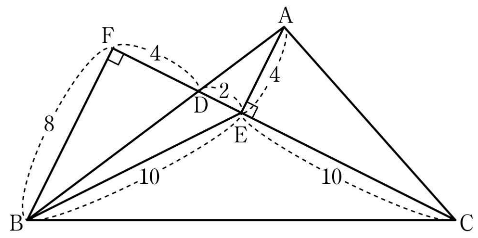
따라서 $a=-\frac{4}{9}$, $b=\frac{8}{3}$이므로

$a+b=\left(-\frac{4}{9}\right)+\frac{8}{3}=\frac{20}{9}$

[다른 풀이]
삼각형 BOH는 $\angle OHB=90°$인 직각삼각형이므로
$\angle HBO+\angle BOH=90°$
또한 $\angle BOH+\angle AOC=90°$이므로
$\angle HBO=\angle AOC$
두 삼각형 BOH, OAC에서
$\angle OHB=\angle ACO=90°$이고
$\angle HBO=\angle AOC$이므로
삼각형 BOH와 삼각형 OAC는 서로 닮음이다.
$\overline{BO}=\frac{10}{3}$, $\overline{BH}=2$, $\overline{OC}=3$이므로
$\overline{BO}:\overline{OA}=\overline{BH}:\overline{OC}$
$\frac{10}{3}:\overline{OA}=2:3$
$2\times\overline{OA}=3\times\frac{10}{3}$
$\overline{OA}=5$
삼각형 OAC는 $\angle OCA=90°$인 직각삼각형이므로
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{OA}^2=\overline{OC}^2+\overline{AC}^2$
$\overline{AC}^2=\overline{OA}^2-\overline{OC}^2$
$=5^2-3^2=16$
그러므로 $\overline{AC}=4$
따라서 점 A의 좌표는 $(3,4)$이다.

21. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 도형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.

그림과 같이 점 B에서 선분 CD의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하자.



두 삼각형 ADE, BDF에서 $\angle DEA=\angle DFB=90°$이고
맞꼭지각의 크기는 같으므로 $\angle ADE=\angle BDF$
그러므로 삼각형 ADE와 삼각형 BDF는
서로 닮음이다.
$\overline{AD}:\overline{BD}=1:2$이므로 $\overline{AE}:\overline{BF}=1:2$이다.
$\overline{AE}=4$이므로 $\overline{BF}=8$
삼각형 BEF는 $\angle EFB=90°$인 직각삼각형이므로
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{BF}^2+\overline{EF}^2=\overline{BE}^2$
$\overline{EF}^2=\overline{BE}^2-\overline{BF}^2$
$=10^2-8^2$
$=36$
그러므로 $\overline{EF}=6$
$\overline{ED}:\overline{DF}=1:2$이므로
$\overline{ED}=2$, $\overline{DF}=4$
그러므로

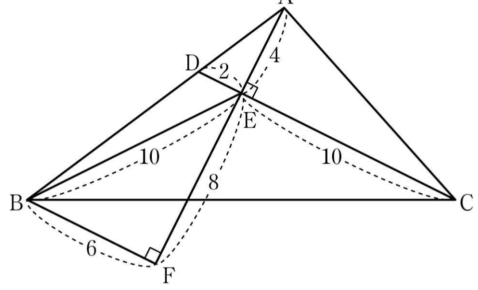
$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{AE}$
$=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{EC})\times\overline{AE}$
$=\frac{1}{2}\times(2+10)\times4$
$=\frac{1}{2}\times12\times4$
$=24$

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{BF}$
$=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{EC})\times\overline{BF}$
$=\frac{1}{2}\times(2+10)\times8$
$=\frac{1}{2}\times12\times8$
$=48$

$\triangle ABC=\triangle ADC+\triangle DBC$
$=24+48$
$=72$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 72

[다른 풀이]
그림과 같이 선분 AE의 연장선 위에 $\overline{BF}\,/\!/\,\overline{DC}$가 되도록 하는 점을 F라 하자.



$\overline{BD}=2\times\overline{AD}$에서 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:2$이고
$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EF}=1:2$이다.

$\overline{AE}=4$ 이므로 $\overline{EF}=8$

삼각형 EBF는 $\angle EFB=90°$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BF}^2+\overline{EF}^2=\overline{BE}^2$

$\overline{BF}^2=\overline{BE}^2-\overline{EF}^2$

$=10^2-8^2$

$=36$

그러므로 $\overline{BF}=6$

삼각형 ADE와 삼각형 ABF는 서로 닮음이고

닮음비가 $1:3$이므로 $\overline{DE}:\overline{BF}=1:3$

$\overline{BF}=6$이므로 $\overline{DE}=2$

그러므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{AE}$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{EC})\times\overline{AE}$

$=\frac{1}{2}\times(2+10)\times 4$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 4$

$=24$

두 삼각형 ADC와 DBC의 넓이의 비는

선분 AD와 선분 DB의 길이의 비와 같고

$\overline{AD}:\overline{DB}=1:2$이므로

$\triangle ADC:\triangle DBC=1:2$

$\triangle DBC=2\times\triangle ADC$이므로

$\triangle DBC=24\times 2$

$=48$

$\triangle ABC=\triangle ADC+\triangle DBC$

$=24+48$

$=72$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 72

22. [출제의도] 직선의 방정식의 상수의 값을 구한다.

직선 $y=3x+a$가 점 $(-3, 2)$를 지나므로

$x=-3$, $y=2$를 대입하면

$2=3\times(-3)+a$

$a=11$

23. [출제의도] 다항식의 인수분해를 이용하여 자연수의 값을 구한다.

$x^2-2x-80=(x+8)(x-10)$

이므로 두 일차식 $x+8$, $x-10$은

다항식 $x^2-2x-80$의 인수이다.

따라서 구하는 자연수 a의 값은 8이다.

24. [출제의도] 다각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

n각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(n-2)$이므로

오각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times 3=540°$이다.

그러므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=105°+x°+y°+109°+92°$

$=540°$

따라서 $x+y=234$

25. [출제의도] 소인수분해의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 자연수의 최댓값을 구한다.

n은 4의 배수이므로 2를 소인수로 가진다.

두 자리의 자연수 중 4의 배수인 것을

큰 수부터 소인수분해하면

$96=4\times 24=2^5\times 3$의 소인수의 개수는 2, 3의 2,

$92=4\times 23=2^2\times 23$의 소인수의 개수는 2, 23의 2,

$88=4\times 22=2^3\times 11$의 소인수의 개수는 2, 11의 2,

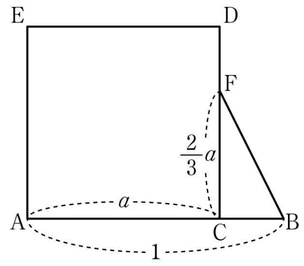
$84=4\times 21=2^2\times 3\times 7$의 소인수의 개수는 2, 3, 7의 3

⋮

따라서 조건을 만족시키는

두 자리 자연수의 최댓값은 84

26. [출제의도] 주어진 상황을 이차방정식으로 표현하고 선분의 길이를 구한다.



$\overline{AC}=a$라 하자. 사각형 ACDE는 정사각형이므로

$\square ACDE=a^2$

선분 CD를 삼등분하는 점 중 점 D에 가까운 점이

F이므로 $\overline{CF}=\frac{2}{3}a$

$\overline{BC}=1-a$이므로

$\triangle BFC=\frac{1}{2}\times(1-a)\times\frac{2}{3}a$

$=\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}a^2$

그러므로

$\square ACDE+\triangle BFC=a^2+\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}a^2$

$=\frac{2}{3}a^2+\frac{1}{3}a$

이므로

$\frac{2}{3}a^2+\frac{1}{3}a=\frac{5}{8}$

$16a^2+8a-15=0$

$(4a+5)(4a-3)=0$

$a=-\frac{5}{4}$ 또는 $a=\frac{3}{4}$

$0<a<1$이므로 $a=\frac{3}{4}$

따라서 $p=4$, $q=3$이므로 $p+q=4+3=7$

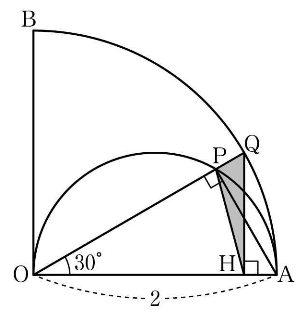
27. [출제의도] 삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.

삼각형 OHQ에서 $\overline{OQ}=2$

$\frac{\overline{HQ}}{\overline{OQ}}=\sin 30°$이므로

$\overline{HQ}=\overline{OQ}\times\sin 30°$

$=2\times\frac{1}{2}=1$



그림과 같이 선분 AP를 그으면

각 OPA는 반원에 대한 원주각이므로

$\angle OPA=90°$

삼각형 OAP에서

$\frac{\overline{OP}}{\overline{OA}}=\cos 30°$이므로

$\overline{OP}=\overline{OA}\times\cos 30°$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\overline{PQ}=\overline{OQ}-\overline{OP}$

$=2-\sqrt{3}$

삼각형 PHQ에서 $\angle HQP=60°$이므로

$\triangle PHQ=\frac{1}{2}\times\overline{HQ}\times\overline{PQ}\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 1\times(2-\sqrt{3})\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{4}$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로 $a+b=2+3=5$

28. [출제의도] 중앙값과 평균의 의미를 이해하여 자료의 변량을 추론하고 그 분산을 구한다.

자료의 개수가 8이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 네 번째 변량과 다섯 번째 변량의 평균이다.

$a\le b\le c$라 하자.

$a\le 5$이면 중앙값이 7이 될 수 없으므로 $a>5$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 4, 5, ⋯ 이므로 네 번째 변량은 5이다.

중앙값이 7이므로 a, b, c, 12 중

다섯 번째 변량은 a이고

$\frac{5+a}{2}=7$

$a=9$

한편, 평균이 7이므로

$\frac{3+4+4+5+9+12+b+c}{8}=7$

$37+b+c=56$에서

$b+c=19$

$9\le b\le c$이므로 $b=9$, $c=10$이다.

주어진 자료는 3, 4, 4, 5, 9, 9, 10, 12이고

평균이 7이므로 이 자료의 편차는 차례로

-4, -3, -3, -2, 2, 2, 3, 5

따라서 구하는 분산은

$\frac{(-4)^2+(-3)^2+(-3)^2+(-2)^2+2^2+2^2+3^2+5^2}{8}=10$

29. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.

삼각형 ADB가 $\angle ADB=90°$인 이등변삼각형이므로

빗변은 선분 AB이고, $\overline{AD}=\overline{BD}$이다.

점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

직선 DH는 선분 AB의 수직이등분선이다.

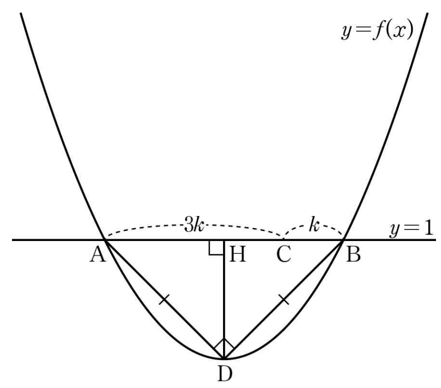
한편, 이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의

두 점 A와 B의 y좌표는 같으므로

선분 AB의 수직이등분선은

이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축이다.

그러므로 점 D는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 축의 교점이므로 꼭짓점이다.



그림과 같이 $\overline{BC}=k$라 하면

$\overline{AC}=3\times\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}=3k$

삼각형 DHA는 $\angle DHA=90°$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DH}=\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 4k$

$=2k$

$\triangle ADB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DH}$

$=\frac{1}{2}\times 4k\times 2k$

$=4k^2$

$=16$

$k^2=4$, $k=2$ $(k>0)$

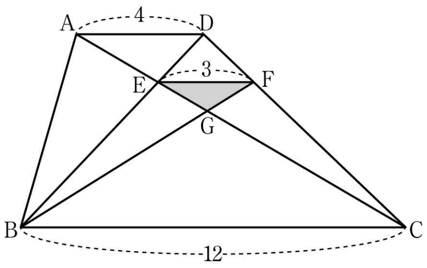
그러므로 점 A의 좌표는 $(-4, 1)$,

점 B의 좌표는 $(4, 1)$,

점 D의 좌표는 $(0, -3)$

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(0,\ -3)$ 이므로
$f(x)=px^2-3$ (p 는 상수)
$y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(4,1)$ 을 지나므로
$1=16p-3,\ \ p=\frac{1}{4}$
$f(x)=\frac{1}{4}x^2-3$
따라서 $f(8)=\frac{1}{4}\times 8^2-3=13$

30. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 도형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.



두 삼각형 ACD, ECF 에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}$ 이므로
삼각형 ACD 와 삼각형 ECF 는 서로 닮음이다.
$\overline{AD}:\overline{EF}=4:3$ 이므로
$\overline{CD}:\overline{CF}=4:3$,
$\overline{CF}:\overline{FD}=3:1$ …… ㉠
두 삼각형 DEF, DBC 에서 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
삼각형 DEF 와 삼각형 DBC 는 서로 닮음이다.
$\overline{EF}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{DC}=1:4$ 이므로
$\overline{BC}=12$
두 삼각형 EGF, CGB 에서 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
삼각형 EGF 와 삼각형 CGB 는 서로 닮음이다.
$\overline{FG}:\overline{BG}=\overline{EG}:\overline{CG}=\overline{EF}:\overline{CB}=1:4$ …… ㉡
두 삼각형 AED, CEB에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
삼각형 AED 와 삼각형 CEB 는 서로 닮음이다.
$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{DE}:\overline{BE}=1:3$ …… ㉢
삼각형 EGF 의 넓이를 S라 하면
㉡에서
$\triangle EBG=4\times\triangle EGF=4S$
$\triangle FGC=4\times\triangle EGF=4S$
㉠에서
$\triangle DEF=\frac{1}{3}\times\triangle ECF=\frac{1}{3}(\triangle EGF+\triangle FGC)=\frac{5}{3}S$
$\triangle ABE=\triangle ABD-\triangle AED=\triangle ACD-\triangle AED$
$\quad=\triangle DEC=\triangle DEF+\triangle EGF+\triangle FGC$
$\quad=\frac{5}{3}S+S+4S=\frac{20}{3}S$
㉡에서
두 삼각형 EGF 와 GBC 의 닮음비가 $1:4$ 이므로
넓이의 비는 $1^2:4^2=1:16$ 이 되어
$\triangle GBC=16\times\triangle EGF$
$\quad=16S$
㉢에서
두 삼각형 AED 와 CEB 의 닮음비가 $1:3$ 이므로
넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$ 가 되어
$\triangle AED=\frac{1}{9}\times\triangle CEB$
$\quad=\frac{1}{9}(\triangle EBG+\triangle GBC)$
$\quad=\frac{1}{9}(4S+16S)=\frac{20}{9}S$
사다리꼴 ABCD 의 넓이는
$\triangle ABE+\triangle EBG+\triangle GBC+\triangle FGC+\triangle EGF$
$+\triangle DEF+\triangle AED$
$=\frac{20}{3}S+4S+16S+4S+S+\frac{5}{3}S+\frac{20}{9}S=\frac{320}{9}S$
이므로 삼각형 EGF 의 넓이의 $\frac{320}{9}$ 배이다.
따라서 $k=\frac{320}{9}$ 이므로 $9k=9\times\frac{320}{9}=320$