제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3i+(1-2i)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

① $1-3i$ ② $1-2i$ ③ $1-i$ ④ 1 ⑤ $1+i$

2. 두 다항식 $A=2x^2+3xy+2y^2$, $B=x^2+5xy+3y^2$에 대하여 $A-B$를 간단히 하면? [2점]

① $x^2+2xy-y^2$ ② $x^2-2xy-y^2$ ③ $x^2-2xy+y^2$
④ $-x^2+2xy+y^2$ ⑤ $-x^2-2xy-y^2$

3. 이차함수 $y=x^2+4x+a$의 그래프가 x축과 접할 때, 상수 a의 값은? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 부등식 $|x-2|<3$을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. x의 값에 관계없이 등식

$$3x^2+ax+4=bx(x-1)+c(x-1)(x-2)$$

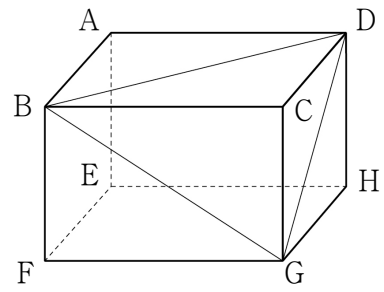
가 항상 성립할 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.) [3점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

6. 두 복소수 $x=\dfrac{1-i}{1+i}$, $y=\dfrac{1+i}{1-i}$에 대하여 $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① $-4i$ ② $2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 그림과 같이 겉넓이가 148이고, 모든 모서리의 길이의 합이 60인 직육면체 ABCD－EFGH가 있다. $\overline{BG}^2+\overline{GD}^2+\overline{DB}^2$의 값은? [3점]



① 136 ② 142 ③ 148 ④ 154 ⑤ 160

8. 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+bx+6$을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 4이다. $f(x+2)$가 $x-1$로 나누어떨어질 때, $b-a$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. $x=-2+3i$, $y=2+3i$ 일 때, $x^3+x^2y-xy^2-y^3$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① 144 ② 150 ③ 156 ④ 162 ⑤ 168

10. 이차함수 $y=x^2+6x-3$의 그래프와 직선 $y=kx-7$이 만나지 않도록 하는 자연수 k의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. x에 대한 이차방정식 $x^2-2(m+a)x+m^2+m+b=0$이 실수 m의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $12(a+b)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

12. 삼차방정식 $x^3+x-2=0$의 서로 다른 두 허근을 α, β라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$의 값은? [3점]

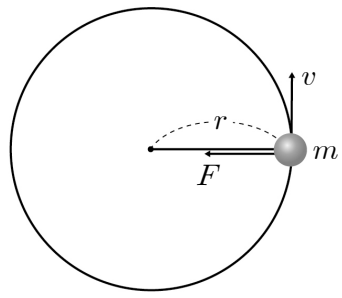
① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은? (단, $\alpha \neq \beta$) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 물체가 등속 원운동을 하기 위해 원의 중심방향으로 작용하는 일정한 크기의 힘을 구심력이라 한다.
질량이 m인 물체가 반지름의 길이가 r인 원의 궤도를 따라 v의 속력으로 등속 원운동을 할 때 작용하는 구심력의 크기 F는 다음과 같다.

$$F=m\frac{v^2}{r}$$



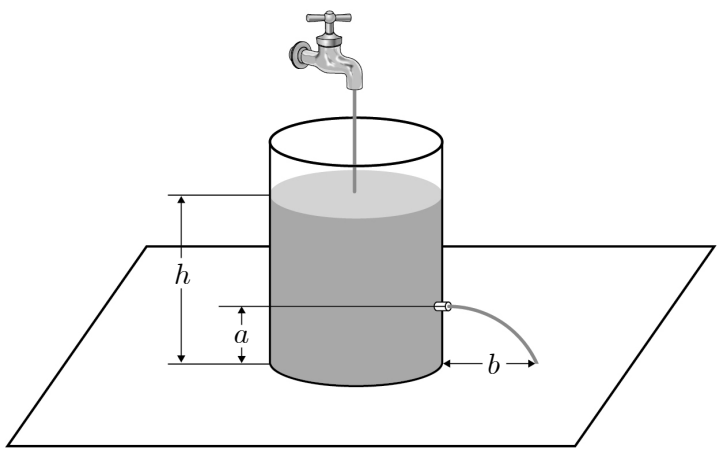
물체 A와 물체 B는 반지름의 길이가 각각 r_A, r_B인 원의 궤도를 따라 등속 원운동을 한다.
물체 A의 질량은 물체 B의 질량의 3배이고, 물체 A의 속력은 물체 B의 속력의 $\frac{1}{2}$배이다. 물체 A와 물체 B의 구심력의 크기가 같을 때, $\frac{r_A}{r_B}$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

15. 그림과 같이 윗면이 개방된 원통형 용기에 높이가 h인 지점까지 물이 채워져 있다.
용기에 충분히 작은 구멍을 뚫어 물을 흘려보내는 동시에 물을 공급하여 물의 높이를 h로 유지한다. 구멍의 높이를 a, 구멍으로부터 물이 바닥에 떨어지는 지점까지의 수평거리를 b라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$b=\sqrt{4a(h-a)}\ (\text{단, } 0<a<h)$$

$h=10$일 때, b^2의 최댓값은? [4점]



① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

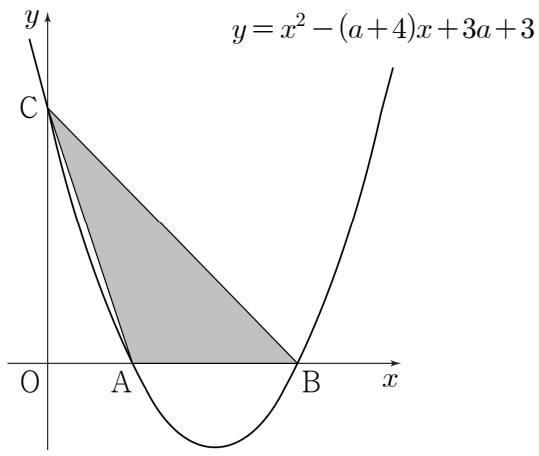
16. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$
(나) $f(x)$를 $(x-2)^2$으로 나눈 나머지가 $2(x-2)$이다.

$f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(5)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

17. 그림과 같이 이차함수 $y=x^2-(a+4)x+3a+3$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, y축과 만나는 점을 C라 하자.



삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? (단, $0<a<2$) [4점]

① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{27}{8}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{29}{8}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

18. 다음은 2022^{10}을 505로 나누었을 때의 나머지를 구하는 과정이다.

다항식 $(4x+2)^{10}$을 x로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 하면
$(4x+2)^{10}=xQ(x)+R$이다.
이때, $R=$ (가) 이다.
등식 $(4x+2)^{10}=xQ(x)+$ (가) 에
$x=505$를 대입하면
$2022^{10}=505\times Q(505)+$ (가)
$=505\times\{Q(505)+$ (나) $\}+$ (다) 이다.
따라서 2022^{10}을 505로 나누었을 때의 나머지는
(다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 1038 ② 1040 ③ 1042 ④ 1044 ⑤ 1046

19. 복소수 z에 대하여 $z+\bar{z}=-1$, $z\bar{z}=1$일 때,

$\frac{\bar{z}}{z^5}+\frac{(\bar{z})^2}{z^4}+\frac{(\bar{z})^3}{z^3}+\frac{(\bar{z})^4}{z^2}+\frac{(\bar{z})^5}{z}$ 의 값은?

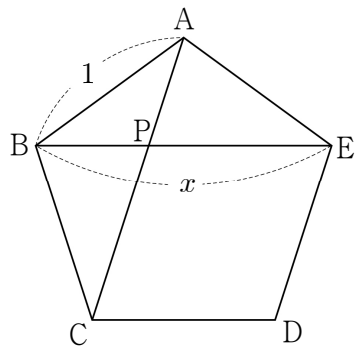
(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다.

두 대각선 AC와 BE가 만나는 점을 P라 하면

$\overline{BE}:\overline{PE}=\overline{PE}:\overline{BP}$가 성립한다.



대각선 BE의 길이를 x라 할 때,

$1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+x^6-x^7+x^8=p+q\sqrt{5}$ 이다.

$p+q$의 값은? (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

21. 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)g(x)=(x^2-4)(x^2-9)$
(나) $f(\alpha)=f(\alpha+5)=0$인 실수 α가 존재한다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(2)=0$일 때, $g(3)=0$이다.

ㄴ. $g(2)>0$일 때, $f\left(\frac{5}{2}\right)<g\left(\frac{5}{2}\right)$이다.

ㄷ. x에 대한 방정식 $f(x)-g(x)=0$이 서로 다른 두 정수 m, n을 근으로 가질 때, $|m+n|=5$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항식 $(x+4)(2x^2-3x+1)$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오. [3점]

23. x에 대한 이차방정식 $x^2+ax-4=0$의 두 근이 -4, b일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

24. x에 대한 이차부등식 $x^2+8x+(a-6)<0$이 해를 갖지 않도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. x, y에 대한 이차식 $x^2+kxy-3y^2+x+11y-6$이 x, y에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 하는 자연수 k의 값을 구하시오. [3점]

26. 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+5$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) a, b는 음의 정수이다.
(나) $1 \le x \le 2$일 때, 이차함수 $f(x)$의 최댓값은 3이다.

27. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^n+\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n=2$를 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$) [4점]

28. x에 대한 이차방정식 $x^2+2ax-b=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|<12$를 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

29. 두 이차함수 $f(x)=x^2+2x+1$, $g(x)=-x^2+5$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le -2 \text{ 또는 } x \ge 1) \\ g(x) & (-2<x<1) \end{cases}$$

이라 하자.
직선 $y=mx+6$과 $y=h(x)$의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 모든 실수 m의 값의 합을 S라 할 때, $10S$의 값을 구하시오. [4점]

30. 5 이상의 자연수 n에 대하여 다항식

$$P_n(x)=(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots(1+x^{n-1})(1+x^n)-64$$

가 x^2+x+1로 나누어떨어지도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.