

수준별
문제



01 여러 가지 함수의 적분

()반 ()번
이름 ()

01 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \frac{1}{x^3} dx$ (2) $\int \sqrt{x} dx$

(3) $\int (2^x - x^2) dx$ (4) $\int \frac{9^x - 1}{3^x - 1} dx$

02 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$

(2) $\int \csc x (\csc x + \cot x) dx$

(3) $\int \left(\frac{2}{x} - 3 + 3\sqrt{x} \right) dx$

(4) $\int \frac{4x^2 + x + 1}{x^2} dx$

03 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} dx$

(2) $\int_1^2 \left(2^x - \frac{1}{x} \right) dx$

(3) $\int_1^2 \left(e^{x-1} - \frac{1}{2x} \right) dx$

04 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)^2 dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$

(3) $\int_0^1 (2^x \ln 2 + \pi \cos \pi x) dx$

수준별
문제



01 여러 가지 함수의 적분

()반 ()번
이름 ()

- 01** $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여
- $$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}} \right)^2$$
- 을 만족시킨다. $f(1) = -\frac{3}{4}$ 일 때, $f(\sqrt{2})$ 의 값은?

- ① 0 ② $\ln \sqrt{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\ln 2$ ⑤ 1

- 02** 함수 $f(x)$ 에 대하여
- $$\int x f(x) dx = x^2 \sin x + C \quad (C \text{는 적분상수})$$
- 가 성립할 때, $f(\pi)$ 의 값은?
- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
④ 1 ⑤ $\frac{\pi}{2}$

- 03** 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

(2) $\int_0^\pi |\cos x| dx$

- 04** 다음 물음에 답하여라.

(1) $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx = \ln a$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

(2) $\int_0^1 (2^x - 1)(4^x + 2^x + 1) dx = \frac{b}{\ln a} - 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

수준별
문제



01 여러 가지 함수의 적분

()반 ()번
이름 ()

- 01 함수 $f(x)$ 가 임의의 두 양수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족시킨다. 다음은 $f'(1) = 2$ 일 때, $f(x)$ 를 구하는 과정이다.

$f(xy) = f(x) + f(y)$ 에서 $y = 1$ 을 대입하면

$f(x) = f(x) + f(1)$ 이므로 $f(1) = \boxed{㉞}$ 이다.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(x\left(1 + \frac{h}{x}\right)\right) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) + f\left(1 + \frac{h}{x}\right) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{h}{x}\right)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{h}{x}\right) - f(1)}{\frac{h}{x} \times x} = \boxed{㉟} \end{aligned}$$

그런데 $f'(1) = 2$ 이므로 $f'(x) = \frac{2}{x}$, 즉 $f(x) = \int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x| + C$

$f(1) = \boxed{㉞}$ 이므로 $C = 0$

따라서 $f(x) = \boxed{㉠}$ (단, $x > 0$)

위의 과정에서 ㉞, ㉠, ㉠에 알맞은 것은?

- | | | | | | |
|-----|-------------------|-----------|-----|-------------------|-------|
| ㉞ | ㉠ | ㉠ | ㉞ | ㉠ | ㉠ |
| ① 0 | $\frac{f'(1)}{x}$ | $2 \ln x$ | ② 0 | $xf'(1)$ | e^x |
| ③ 0 | $xf'(1)$ | $2 \ln x$ | ④ 1 | $\frac{f'(1)}{x}$ | e^x |
| ⑤ 1 | $xf'(1)$ | $2 \ln x$ | | | |

- 02 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \sin x & (x \geq 0) \\ \cos x & (x < 0) \end{cases} \text{ 이고 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ 이다.}$$

$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = a + b\pi$ 일 때, 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수준별
문제



02 치환적분법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int x(x^2 - 1)^3 dx$

(2) $\int x \sqrt{16 - x^2} dx$

(3) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

(4) $\int x e^{x^2+1} dx$

02 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \sin^3 x dx$

(2) $\int \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx$

(3) $x = \sin \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 로 치환하여
 $\int \sqrt{1 - x^2} dx$ 를 θ 로 나타내시오.

(4) $x = \tan \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 로 치환하여
 $\int \frac{1}{1 + x^2} dx$ 를 θ 로 나타내시오.

03 다음 정적분의 값을 구하시오

(1) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$

(2) $\int_0^4 x \sqrt{x^2 + 9} dx$

(3) $\int_0^2 x e^{x^2} dx$

04 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x) \cos x dx$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$

수준별
문제



02 치환적분법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \sec x \, dx$

(2) $\int \csc x \, dx$

02 점 $(e, 1)$ 을 지나는 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $\frac{1}{x \ln x}$ 일 때, $f(e^e)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ e ⑤ e^e

03 정적분 $\int_{-1}^2 \frac{x-1}{\sqrt{3-x}} \, dx$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

04 정적분 $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} \, dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}\pi$

수준별
문제



02 치환적분법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 조건을 만족시키는 미분가능한 함수 $f(x)$ 를 구하시오.

I. $\frac{f'(x)}{f(x)} = 3$

II. $f(x) > 0$

III. $f(1) = 1$

02 연속함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = \begin{cases} \cos^3 x & (x > 0) \\ -k \sin x & (x < 0) \end{cases}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{3}$ 를 만족시킬 때,
실수 k 의 값을 구하시오.

수준별
문제



03 부분적분법

()반 ()번
이름 ()

01 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \ln x \, dx$

(2) $\int x e^x \, dx$

(3) $\int x \cos x \, dx$

02 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int x (\ln x)^2 \, dx$

(2) $\int (1+x^2) \cos x \, dx$

03 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^1 (x-1) e^x \, dx$

(2) $\int_e^{e^2} (\ln x)^2 \, dx$

(3) $\int_0^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \, dx$

04 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x \, dx$

(2) $\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} (\sin x + \cos x) \, dx$

수준별
문제



03 부분적분법

()반 ()번
이름 ()

01 $\int x f(x) dx = g(x)$, $\int x g(x) dx = h(x)$ 가
성립할 때, $\int x^3 f(x) dx$ 와 항상 같은 것은?
(단, C 는 적분상수)

- ① $x^2 g(x) - h(x) + C$
- ② $x^2 g(x) - 2h(x) + C$
- ③ $2x g(x) + h(x) + C$
- ④ $2x g(x) - h(x) + C$
- ⑤ $x g(x) + x^2 h(x) + C$

02 함수 $f(x) = x e^x + \sin \pi x$ 에 대하여
 $\int_0^1 f(1-x) dx$ 의 값을 구하시오.

03 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한
함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\ln x}{x^2} \text{ 이고}$$

$f(e) = 0$ 일 때, $f(x)$ 의 극솟값은?

- ① $\frac{1}{e} - 1$ ② $\frac{2}{e} - 1$ ③ $\frac{3}{e} - 1$
- ④ $\frac{4}{e} - 1$ ⑤ $\frac{5}{e} - 1$

04 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ 를 만족시킬 때,}$$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오.

수준별
문제



03 부분적분법

()반 ()번
이름 ()

- 01 $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(x) = xf(x) + x^2 \cos x$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 을 만족시킬 때, $f(\pi)$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi-1}{2}$ ② $\frac{\pi+1}{2}$ ③ 0 ④ $\pi-1$ ⑤ $\pi+1$

- 02 부정적분 $\int e^x \sin x dx$ 를 구하면? (단, C 는 적분상수)

- ① $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + C$ ② $\frac{1}{2}e^x(\cos x - \sin x) + C$
③ $e^x(\sin x - \cos x) + C$ ④ $e^x(\cos x - \sin x) + C$
⑤ $e^x(\sin x + \cos x) + C$

01 함수 $f(x) = \int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ 에 대하여
 $f(2) - f(1)$ 의 값을 구하시오. ▶ 2점

02 함수 $f(x) = \int (2x - 1)^5 dx$ 에서 $f(0) = \frac{1}{3}$ 일
때, $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하시오.
▶ 2점

03 함수 $f(x) = \int \frac{4x}{(x+1)(x-3)} dx$ 에 대하여
 $f(0) = 7\ln 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. ▶ 3점 .

04 $\int_1^2 \frac{1}{e^x - 1} dx + \int_2^1 \frac{e^{3x}}{e^x - 1} dx$ 의 값을
구하시오. ▶ 3점

05 함수 $f(x)$ 가 $\int f(x) dx = (x^2 + x)e^x$ 을
만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? ▶ 3점
① e ② $3e$ ③ $5e$
④ $7e$ ⑤ $9e$

06 함수 $f(x) = e^x - 1$ 일 때, $\int_{-1}^1 |f(x)| dx$ 의
값은? ▶ 3점
① $\frac{(e-2)^2}{e}$ ② $\frac{(e-1)^2}{e}$ ③ e
④ $\frac{(e+1)^2}{e}$ ⑤ $\frac{(e+2)^2}{e}$

07 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2e^{2x} + e^{-x}$ 이고 $f(0) = 0$ 일 때, $f(\ln 2)$ 의 값은? ▶ 3점

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

08 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2$, $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

▶ 3점

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ e
 ④ e^2 ⑤ e^3

서술형

09 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = \begin{cases} xe^{x^2} & (x \geq 0) \\ 3\sin^2 x \cos x & (x < 0) \end{cases}$ 이고 $f(-\pi) = -1$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

▶ 6점

10 정적분

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^2 x}{\sin x + \cos x} dx$$

의 값을 구하시오. ▶ 3점

11 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여

$f(0) = 1$, $F(x) = xf(x) + x \cos x - \sin x$ 일 때, $f(\pi)$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

12 함수 $f(x) = \int \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 x} dx$ 에 대하여

$f(0) = 0$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

13 정적분 $\int_{-1}^1 |2x| e^{2x} dx$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $2 + e^2 - 3e^{-2}$ ② $\frac{1}{2}(1 + e^2 - 3e^{-2})$
 ③ $\frac{1}{2}(2 + e^2 - 3e^{-2})$ ④ $\frac{1}{2}(e^2 + 3e^{-2})$
 ⑤ $e^2 + 3e^{-2}$

14 함수 $f(x) = e^x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 정적분 $\int_0^1 f(x) dx + \int_2^{e+1} g(t) dt$ 의 값은?

▶ 4점

- ① $e^2 + e + 1$ ② $e^2 + 1$ ③ $e^2 - e + 1$
 ④ $e + 1$ ⑤ $e - 1$

15 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = e^x, \quad \frac{d}{dx} \{f(x) - g(x)\} = e^{-x}$$

이 성립한다. $f(0) = 0$, $g(0) = 1$ 일 때,
 $f(\ln 2) + g(\ln 2)$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

16 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = x^3 e^{x^2} \text{ 이고 닫힌구간 } [-1, 2] \text{에서}$$

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 $-\frac{1}{2}$ 일 때, 이 구간에서

함수 $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오. ▶ 4점

서술형

17 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \frac{d}{dx} \int f'(x) dx = ae^{2x} + e^x$$

(단, $a \neq 0$ 인 상수이다.)

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 5$$

함수 $f(x)$ 를 구하시오. ▶ 6점

18 양의 실수 x 에 대하여

$$f(x) = e^x \ln x + \frac{e^x}{x} + \int_1^3 f(t) dt \text{를 만족시키는}$$

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① $e^3 \ln 3$ ② $\frac{e^3}{3}$ ③ $e^3 \left(\ln 3 - \frac{1}{3} \right)$
 ④ $e^3 \left(\frac{1}{3} - \ln 3 \right)$ ⑤ $e^3 \left(2 \ln 3 - \frac{1}{3} \right)$

서술형

- 19 $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$ 에서 함수

$$f(x) = \int_0^x (\sqrt{2} \sin t - 1) \cos t dt \text{의 극댓값을}$$

M , 극솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하시오. ▶ 6점

서술형

- 20 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin^{n-1} x \text{의 한 부정적분을 } F(x) \text{라고}$$

하자. 함수 $y = F(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, 함수 $F(x)$ 를 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 21 다항함수 $f(x)$ 가 $f(a) = 3$ 이고, 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$ 을 만족시킬 때,

$$\text{정적분 } \int_{-a}^a f'(x)(2 - \sin x) dx \text{의 값을}$$

구하시오. (단, $a \neq 0$) ▶ 6점

- 22 $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $xf'(x) = 2\ln x$ 이고 $f(1) = -2$ 일 때, 방정식 $f(x) = \ln x$ 를 만족시키는 모든 x 의 값의 곱은?

▶ 4점

- ① e ② e^2 ③ e^3
④ e^4 ⑤ e^5

- 23 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} (\sin x + \cos x) dx$ 를 구하면?

▶ 4점

- ① 0 ② $\frac{1}{e}$ ③ 1
④ $1 + \frac{1}{e}$ ⑤ e

서술형

- 24 임의의 양의 실수 x, y 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f'(1) = e$ 를 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 를 구하시오. ▶ 8점