

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 + 2xy - 1, B = -2x^2 + xy + 1$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $-x^2 - 2xy$ ② $-x^2 + 3xy$ ③ $-x^2 + 3xy + 2$
 ④ $x^2 + 2xy + 1$ ⑤ $x^2 + 3xy$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 복소수 $z = 2+i$ 의 켤레복소수가 \bar{z} 일 때, $z+i\bar{z}$ 의 값은?
 (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $1-3i$ ② $1+i$ ③ $1+3i$
 ④ $3-i$ ⑤ $3+3i$

4. 부등식 $|x-2| \leq 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

5. 좌표평면 위의 두 점 $(-2, 5)$, $(1, 1)$ 을 지나는 직선의 y 절편은?

[3점]

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

6. 등식 $2x^2 + ax + 1 = (bx + 1)(x + 1)$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x - 6 \geq 0 \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

8. 집합 $X = \{0, 2, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2 & (x < 2) \\ x^2+ax+b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 상수함수일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

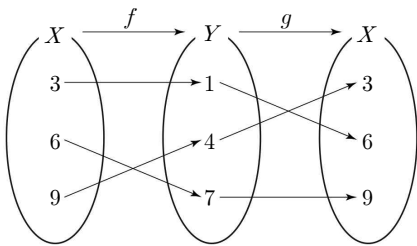
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 좌표평면에서 두 점 $(-3, 0), (1, 0)$ 을 지름의 양 끝점으로

하는 원과 직선 $kx+y-2=0$ 이 오직 한 점에서 만나도록 하는
양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

9. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3) + (g \circ f)^{-1}(9)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

11. 삼차방정식 $x^3 + (k+1)x^2 + (4k-3)x + k+7 = 0$ 은 서로 다른 세 실근 $1, \alpha, \beta$ 를 갖는다. $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

12. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는

삼각형 ABC의 무게중심이 원점이고 선분 BC의 중점의 좌표가 $(1, 2)$ 이다. 점 A의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

13. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - 6x + 9 \leq 0,$$

$$q : |x - a| \leq 2$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 5 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 복소수 z 를

$z = (m - n) + (m + n - 4)i$ 라 하자. z^2 이 실수가 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

15. 좌표평면 위에 두 점 $A(-3, 2)$, $B(5, 4)$ 가 있다. $\overline{BP}=3$ 인 점 P 와 x 축 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

16. x 에 대한 다항식 $(x-1)(x-4)(x-5)(x-8)+a$ 가 $(x+b)^2(x+c)^2$ 으로 인수분해될 때, 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

17. 함수 $f(x)=x-3$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq 5$ 에서
함수 $f(x) \times f(|x-2|)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을
만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- (가) 다항식 $f(x+3)-f(x)$ 는 $(x-1)(x+2)$ 로
나누어떨어진다.
(나) 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 -3 이다.

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

19. 좌표평면 위에 세 점 $A(2, 3)$, $B(7, 1)$, $C(4, 5)$ 가 있다.

직선 AB 위의 점 D 에 대하여 점 D 를 지나고 직선 BC 와 평행한 직선이 직선 AC 와 만나는 점을 E 라 하자.

삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 의 넓이의 비가 $4:1$ 이 되도록 하는 모든 점 D 의 y 좌표의 곱은? (단, 점 D 는 점 A 도 아니고 점 B 도 아니다.) [4점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

20. 양수 k 에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $A(k, 0)$, $B(0, k)$ 가 있다.

삼각형 OAB 의 내부에 있으며 $\angle AOP = \angle BAP$ 를 만족시키는 점 P 에 대하여 점 P 의 y 좌표의 최댓값을 $M(k)$ 라 하자.

다음은 $M(k)$ 를 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이고, $\angle AOP < 180^\circ$, $\angle BAP < 180^\circ$ 이다.)

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 이 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다. 그러므로 점 O 를 지나고 직선 AB 와 점 A 에서 접하는 원을 C 라 할 때, 삼각형 OAB 의 내부에 있으며 $\angle AOP = \angle BAP$ 를 만족시키는 점 P 는 원 C 위의 점이다. 원 C 의 중심을 C 라 하면 $\angle OAC = 45^\circ$ 이므로 점 C 의 좌표는 $\left(\frac{k}{2}, \boxed{\text{(가)}}\right)$ 이고 원 C 의 반지름의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

점 P 의 y 좌표는 $\angle PCO = 45^\circ$ 일 때 최대이므로

$M(k) = \left(\boxed{\text{(다)}}\right) \times k$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

21. 두 실수 a, b 와 두 함수

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1,$$

$$g(x) = x^2 - 2x - 1$$

에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x+b) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응이 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 만을 원소로 하는 집합을 A 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. $(0, k) \in A$ 를 만족시키는 실수 k 는 존재하지 않는다.
 ㄴ. $(-1, 4) \in A$
 ㄷ. 집합 $\{m+b \mid (m, b) \in A \text{이고 } m \text{은 정수}\}$ 의 모든 원소의 합은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 좌표평면 위의 점 $(2, -1)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(4, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

23. 이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 k 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 4x^2 - 6y + 3 = 0 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha \times \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 사차방정식 $(x^2 + kx + 2)(x^2 + kx + 6) + 3 = 0$ 이 실근과 허근을 모두 갖도록 하는 자연수 k 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 양의 실수 a , b 에 대하여 두 일차함수

$$f(x) = \frac{a}{2}x - \frac{1}{2}, g(x) = \frac{1}{b}x + 1$$

이 있다. 직선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 가 서로 평행할 때, $(a+1)(b+2)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 역함수가 존재하고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(-2) = 4$
 (나) $k = 0, 1$ 일 때, $f(k) \times f(k-2) \leq 0$ 이다.

$6f(0) + 5f(1) + 2f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 전체집합 $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 $A \cup B^C$ 의 모든 원소의 합은 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합의 6배이다.
 (나) $n(A \cup B) = 5$

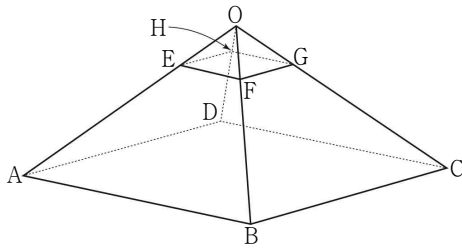
집합 A 의 모든 원소의 합의 최솟값을 구하시오.
 (단, $2 \leq n(B - A) \leq 4$) [4점]

29. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 a 인 정사각뿔 $O-ABCD$ 가 있다. 네 선분 OA, OB, OC, OD 위의 네 점 E, F, G, H 를 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = b$ 가 되도록 잡는다.

두 정사각뿔 $O-ABCD, O-EFGH$ 의 부피의 합이 $2\sqrt{2}$ 이고 선분 AF 의 길이가 2일 때, 사각형 $ABFE$ 의 넓이를 S 라 하자.

$32 \times S^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 $a > b > 0$ 인 상수이다.)

[4점]



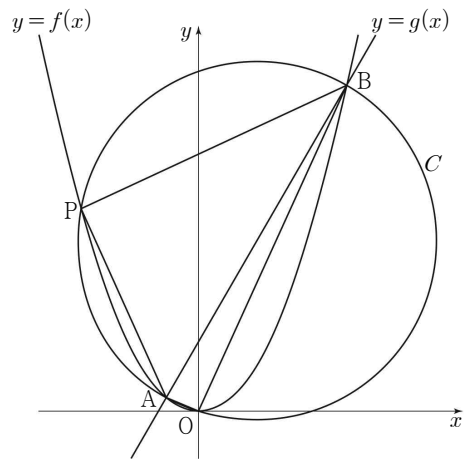
30. 두 양수 a, m 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = ax^2,$$

$$g(x) = mx + 4a$$

라 하자. 그림과 같이 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 가 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, 선분 AB 를 지름으로 하고 원점 O 를 지나는 원 C 가 있다. 원 C 와 곡선 $y = f(x)$ 는 서로 다른 네 점에서 만나고, 원 C 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 네 점 중 O, A, B 가 아닌 점을 $P(k, f(k))$ 라 하자. 삼각형 ABP 의 넓이가 삼각형 AOB 의 넓이의 5배일 때, $f(k) \times g(-k)$ 의 값을 구하시오.

[4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.