

I 다항식

1 다항식의 연산

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

13~15쪽

준비하기 (1) $7a+b$ (2) $-4x+2y+7$

생각 열기 ① 4, 4 ② \perp

문제 1 (1) $2x^3-3x^2y^2+xy^3-6y+1$
(2) $xy^3-3x^2y^2-6y+2x^3+1$

문제 2 (1) $A+B=4x^3-6x^2-5x-3$
 $A-B=-2x^3+2x^2+5x+9$
(2) $A+B=3x^2-3xy-y^2$
 $A-B=-x^2-5xy+5y^2$

함께하기 ① $A+B=3x^2+4x+8$
 $B+A=3x^2+4x+8$
따라서 $A+B=B+A$
② $(A+B)+C=6x^2+6$
 $A+(B+C)=6x^2+6$
따라서 $(A+B)+C=A+(B+C)$

문제 3 (1) $x^3-x^2+15x-13$
(2) $-x^3+4x^2+9x-20$

문제 4 $x^2+2x-1200$

생각 넓히기 $\frac{1}{12}(a^2-2ab+b^2)h$

02 다항식의 곱셈과 나눗셈

16~20쪽

준비하기 (1) $-16x^3y^3$ (2) $2x^2y$

생각 열기 큰 직사각형의 넓이는
 $(x+a)(y+b)$
작은 직사각형의 넓이의 합은
 $xy+bx+ay+ab$
따라서 $(x+a)(y+b)=xy+bx+ay+ab$

문제 1 (1) x^3-2x-1
(2) $6x^3-5x^2y+6xy^2+8y^3$

함께하기 ① 정사각형의 넓이는

$$(a+b+c)^2$$

직사각형의 넓이의 합은

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

따라서

$$(a+b+c)^2$$

$$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

② $(a+b+c)^2$

$$=\{(a+b)+c\}^2$$

$$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$$

$$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

문제 2 (1) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
(2) a^3-b^3

문제 3 (1) $a^2+4b^2+9c^2+4ab+12bc+6ca$
(2) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$
(3) x^3+8
(4) $27x^3-8y^3$

문제 4 -20

문제 5 (1) 몫: $x+5$, 나머지: 19
(2) 몫: $2x+1$, 나머지: 3

생각독독 나머지는 상수 또는 일차식이다.

문제 6 (1) $Q=3x^2+x, R=1$
 $3x^3-5x^2-2x+1=(x-2)(3x^2+x)+1$
(2) $Q=2x+2, R=8x+7$
 $2x^3-4x^2+5=(x^2-3x-1)(2x+2)+8x+7$

문제 7 x^3+3x^2-x+4

문제 8 현정이가 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 $3x-2$ 가 된다고 말한 것은 옳지 않다. 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 상수이어야 하므로
 $x^3+3x-1=(x+1)(x^2-x+4)-5$
따라서 다항식 x^3+3x-1 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2-x+4 이고 나머지는 -5 이다.

생각 넓히기 ① (1) x^2-1 (2) x^3-1
(3) x^4-1 (4) x^5-1

- ② n 이 2 이상의 자연수일 때, 다음 등식이 성립한다.

$$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1) \\ = x^n - 1$$

- ③ $x^{100}-1$

탐구 & 융합

21쪽

몫: $2x+1$, 나머지: 4

I -1 중단원 마무리하기

22~24쪽

- 01 (1) $x^3+x^2y+2x-3y^2$
(2) $5y^3+xy^2-y+2x^2-1$

- 02 (1) $6x^2-11xy+8y^2$
(2) $-7x^2-11xy+9y^2$

- 03 (1) $x^2+4y^2+z^2-4xy-4yz+2zx$
(2) $8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$
(3) $8x^3+1$
(4) $27a^3-b^3$

- 04 (1) 몫: $2x^2-9x+18$, 나머지: -33
(2) 몫: $4x+10$, 나머지: $3x-27$

- 05 $-7x^3+16x^2+8x-12$

- 06 $A=2x^3+3x+1$, $B=x^3-3x^2-x-2$

- 07 (1) $x^6-3x^4y^2+3x^2y^4-y^6$
(2) $a^3+b^3+c^3-3abc$

- 08 (1) 6 (2) -6 (3) 19

- 09 -2

- 10 **해결 과정** $x^3+x^2+10=A(x+2)+6$ ▶ 30 %
이므로 $A(x+2)=x^3+x^2+4$ ▶ 20 %
답 구하기 $A=(x^3+x^2+4)\div(x+2)$
 $=x^2-x+2$ ▶ 50 %

- 11 $-x^2+3xy-2y^2$

- 12 $a+b=2$, $a^2+b^2=6$ 이므로
 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 에서
 $2^2=6+2ab$, $ab=-1$
 $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ 에서
 $2^3=a^3+b^3+3\times(-1)\times 2$, $a^3+b^3=14$
 $(a^2+b^2)(a^3+b^3)=a^5+b^5+a^2b^3+a^3b^2$ 에서
 $a^5+b^5=(a^2+b^2)(a^3+b^3)-(ab)^2(a+b)$
 $=6\times 14-(-1)^2\times 2=82$

- 13 x^3+2x^2+ax+b 를 x^2-x+1 로 나누면

$$\begin{array}{r} x+3 \\ x^2-x+1 \overline{) x^3+2x^2+ax+b} \\ \underline{x^3-x^2+x} \\ 3x^2+(a-1)x+b \\ \underline{3x^2-x} \\ (a+2)x+b-3 \end{array}$$

이때 x^3+2x^2+ax+b 는 x^2-x+1 로 나누어떨어지므로 $(a+2)x+b-3=0$

즉 $a+2=0$, $b-3=0$ 에서 $a=-2$, $b=3$

따라서 $A=x^3+2x^2-2x+3$

그리고 x^3+2x^2-2x+3 을 x^2-2 로 나누면

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x^2-2 \overline{) x^3+2x^2-2x+3} \\ \underline{x^3+2x^2} \\ -2x+3 \\ \underline{-2x+4} \\ 7 \end{array}$$

따라서 구하는 나머지는 7이다.

- 14 **문제 이해** 직육면체의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 a , b , c 라 하자. ▶ 10 %

해결 과정 직육면체의 겉넓이는

$$2(ab+bc+ca)=94$$

▶ 30 %

$$\overline{BD}^2+\overline{BG}^2+\overline{DG}^2=100 \text{이므로}$$

$$(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a^2)=100,$$

$$2(a^2+b^2+c^2)=100, \quad a^2+b^2+c^2=50 \quad \text{▶ 30 \%}$$

$$\text{즉, } (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \\ =50+94=144$$

이때 $a+b+c>0$ 이므로 $a+b+c=12$ ▶ 20 %

답 구하기 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$$4(a+b+c)=48$$

▶ 10 %

2 나머지정리와 인수분해

01 항등식

26~27쪽

준비하기 (1) $-1, -6$ (2) $3, 3$

생각 열기 ① 1 ② 모든 실수

문제 1 $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 에서 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면

$$(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')=0$$

위의 등식이 x 에 대한 항등식이 되려면, 계수가 모두 0이 되어야 하므로

$$a-a'=0, b-b'=0, c-c'=0$$

따라서 $a=a', b=b', c=c'$

문제 2 (1) $a=-5, b=2, c=-3$

(2) $a=2, b=1, c=-1$

생각 넓히기 ① 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$$x^2-1=(x+1)(x-1)$$

위의 등식에서 우변을 전개하면 좌변과 같으므로 이 등식은 항등식이다.

② 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2-(x-1)^2=4x$$

위의 등식에서 좌변을 전개하면

$$\begin{aligned} (x+1)^2-(x-1)^2 \\ =x^2+2x+1-x^2+2x-1 \\ =4x \end{aligned}$$

이고 우변과 같으므로 이 등식은 항등식이다.

02 나머지정리

28~32쪽

준비하기 (1) 몫: $x-4$, 나머지: 11

(2) 몫: x^2-1 , 나머지: -3

생각 열기 ① -2

② $f(-1)=2 \times (-1)^2+(-1)-3=-2$

따라서 ①에서 구한 나머지와 $f(-1)$ 의 값이 같다.

문제 1 (1) -7 (2) 5 (3) -1

함께하기 $\frac{b}{a}, -\frac{b}{a}, -\frac{b}{a}$

문제 2 (1) 2 (2) $\frac{4}{27}$

문제 3 $2x+1$

문제 4 -1

문제 5 $a=-5, b=2$

문제 6 (1) 몫: x^2-x-1 , 나머지: -7

(2) 몫: $2x^2-3x+9$, 나머지: -12

문제 7 (1) 몫: x^2+x-1 , 나머지: -3

(2) 몫: $2x^2+x-1$, 나머지: 1

생각 넓히기 ① ①의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1^{10}=(1-1)Q(1)+R \text{에서 } R=1$$

② $Q(x)=x^9+x^8+\cdots+x+1$ 이고,

$$Q(2018)=2018^9+2018^8+\cdots+2018+1$$

이므로 $Q(2018)$ 은 자연수이다.

③ ①에 $R=1$ 을 대입하면

$$x^{10}=(x-1)Q(x)+1$$

위의 식의 양변에 $x=2018$ 을 대입하면

$$2018^{10}=2017 \times Q(2018)+1$$

따라서 2018^{10} 을 2017로 나누었을 때의 나머지는 1이다.

공학적 도구

33쪽

확인 ① 몫: $3x^2-14x+49$, 나머지: -149

② 몫: $2x^3-3x^2-4x+2$, 나머지: 5

03 인수분해

34~37쪽

준비하기 (1) $ab(5a-3b)$ (2) $(x-2)(x-3)$

생각 열기 작은 직육면체의 부피의 합은

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

정육면체의 부피는

$$(a+b)^3$$

따라서 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

- 문제 1 (1) $(x-3)^3$
 (2) $(x-1)(x^2+x+1)$
 (3) $(a-2b-c)^2$
 (4) $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$

- 문제 2 (1) $(x+y+5)(x+y-2)$
 (2) $(x-1)(x-2)(x^2-3x+4)$

- 문제 3 (1) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$
 (2) $(x+3)(x-3)(x^2+1)$
 (3) $(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$
 (4) $(x^2+3xy+3y^2)(x^2-3xy+3y^2)$

- 문제 4 $(x-y+1)(2x+y+1)$

- 문제 5 (1) $(x+2)(x^2-x-3)$
 (2) $(x+1)(x-1)(x^2+2x-4)$

생각 넓히기 ① $x(x+2)+1=x^2+2x+1$
 $= (x+1)^2$
 $x^3-3x-2=(x+1)(x^2-x-2)$
 $= (x-2)(x+1)^2$
 ② $\frac{x^3-3x-2}{x(x+2)+1} = \frac{(x-2)(x+1)^2}{(x+1)^2}$
 $= x-2$
 이므로 $x=997$ 을 위의 등식에 대입하면
 $\frac{997^3-3 \times 997-2}{997 \times 999+1} = 997-2$
 $= 995$

탐구 & 융합

38쪽

- (1) $97^3+9 \times 97^2+27 \times 97+27$
 $= 97^3+3 \times 97^2 \times 3+3 \times 97 \times 3^2+3^3$
 $= (97+3)^3$
 $= 100^3$
 $= 1000000$
 (2) $999973=1000000-27$
 $= 100^3-3^3$
 $= (100-3)(100^2+100 \times 3+3^2)$
 $= 97 \times 10309$
 999973은 97과 10309의 배수이므로 소수가 아니다.

I -2 중단원 마무리하기

39~41쪽

- 01 (1) $a=1, b=2, c=-3$
 (2) $a=1, b=4, c=-1$

- 02 (1) 7 (2) $-\frac{49}{8}$ 03 18

- 04 (1) $(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$
 (2) $(2x-y)^3$

- 05 (1) $(x+3)(x-2)(x^2+x+1)$
 (2) $(x+2)(x-3)(x-4)$

- 06 14 07 $a=-1, b=-7$

- 08 **해결 과정** $f(x)$ 를 $2x^2-3x-2$, 즉
 $(x-2)(2x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머
 지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(2x+1)Q(x) + ax + b \quad \blacktriangleright 30\%$$

나머지정리에 의하여 $f(2)=7, f(-\frac{1}{2})=2$ 이므로

$$f(2) = 2a + b = 7$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}a + b = 2 \quad \blacktriangleright 40\%$$

답 구하기 위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, b=3$$

따라서 구하는 나머지는 $2x+3 \quad \blacktriangleright 30\%$

- 09 2 10 47

- 11 $a=3, f(x)=(2x-1)(x^2-x+1)$

- 12 2019

- 13 $(x^2-2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10} \cdots$ ①
 $x=1$ 을 ①에 대입하면

$$-2^5=a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10} \quad \cdots$$
 ②

$x=-1$ 을 ①에 대입하면

$$2^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{10} \quad \cdots$$
 ③

②-③을 하면

$$-2 \times 2^5 = 2(a_1+a_3+a_5+a_7+a_9)$$

따라서 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=-2^5=-32$

- 14 **해결 과정** $f(x)$ 는 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어지므로
 $f(1)=0$ 에서

$$1+a-7+b=0, \quad b=6-a \quad \cdots \cdots$$
 ①

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & -7 & 6-a \\ & & 1 & a+1 & a-6 \\ \hline & 1 & a+1 & a-6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 7x + 6 - a$$

$$= (x-1)\{x^2 + (a+1)x + a-6\} \quad \blacktriangleright 40\%$$

$g(x) = x^2 + (a+1)x + a-6$ 이라 하면 $g(1) = 0$ 이므로

$$1 + (a+1) + a - 6 = 0, \quad 2a - 4 = 0,$$

$$a = 2$$

$$a = 2 \text{를 ①에 대입하면} \quad b = 4 \quad \blacktriangleright 40\%$$

$$\text{답구하기} \quad \text{따라서 구하는 값은} \quad ab = 8 \quad \blacktriangleright 20\%$$

15 $P(t) = I(t)V(t)$ 에서

$$t^3 + 9t^2 + 23t + a = (t+5)V(t) \quad \cdots \cdots \text{①}$$

즉, 다항식 $P(t) = t^3 + 9t^2 + 23t + a$ 가 $t+5$ 를 인수로 가지므로 인수정리에 의하여

$$P(-5) = -125 + 225 - 115 + a = 0$$

$$\text{에서} \quad a = 15$$

$$a = 15 \text{를 ①에 대입하면}$$

$$t^3 + 9t^2 + 23t + 15 = (t+5)V(t)$$

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -5 & 1 & 9 & 23 & 15 \\ & & -5 & -20 & -15 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

$$V(t) = t^2 + 4t + 3$$

$$= (t+1)(t+3)$$

따라서 구하는 값은

$$V(10) = 11 \times 13 = 143$$

I 대단원 평가하기

42~45쪽

01 $5x^2 + 3y^2$

02 ④

03 $x^6 - 1$

04 12

05 $\sqrt{26}$ cm

06 8

07 ①

08 ⑤

09 ③

10 11

11 $p=2, q=-1$

12 6

13 $x+2$

14 $f(x)+8$ 이 $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$f(x)+8 = (x+2)^2(ax+b) \quad \cdots \cdots \text{①}$$

또, $1-f(x)$ 가 x^2-1 로 나누어떨어지므로

$$1-f(x) = (x^2-1)Q(x) \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$x=-1, x=1$ 을 ②에 각각 대입하면

$$1-f(-1)=0, \quad 1-f(1)=0$$

$$\text{이므로} \quad f(1)=f(-1)=1$$

$x=1$ 을 ①에 대입하면

$$9=9(a+b), \quad a+b=1 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

$x=-1$ 을 ①에 대입하면

$$-a+b=9 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

$$\text{③, ④를 연립하여 풀면} \quad a=-4, b=5$$

$a=-4, b=5$ 를 ①에 대입하면

$$f(x) = (x+2)^2(-4x+5) - 8$$

$$\text{따라서 구하는 나머지는} \quad f(2) = -56$$

15 ③

16 x^{12} 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$, 나머지를 R_1 이라 하면

$$x^{12} = (x-1)Q_1(x) + R_1$$

$x=1$ 을 위의 식에 대입하면 $R_1=1$ 이므로

$$x^{12} = (x-1)Q_1(x) + 1 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$x=16$ 을 ①에 대입하면

$$16^{12} = 15 \times Q_1(16) + 1$$

즉, 16^{12} 을 15로 나누었을 때의 나머지는 $r_1=1$ 이다.

또, x^{13} 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$, 나머지를 R_2 라 하면

$$x^{13} = (x+1)Q_2(x) + R_2$$

$x=-1$ 을 위의 식에 대입하면 $R_2=-1$ 이므로

$$x^{13} = (x+1)Q_2(x) - 1 \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$x=17$ 을 ②에 대입하면

$$\begin{aligned} 17^{13} &= 18 \times Q_2(17) - 1 \\ &= 18\{Q_2(17) - 1\} + 17 \end{aligned}$$

즉, 17^{13} 을 18로 나누었을 때의 나머지는 $r_2=17$ 이다.

$$\text{따라서 구하는 값은} \quad r_1 + r_2 = 18$$

17 48

18 12

- 20
- x^4+ax^2+b
- 는
- $x+1$
- 로 나누어떨어지므로

$$a+b+1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때 조립제법을 이용하여 x^4+ax^2+b 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & a & 0 & b \\ & & -1 & 1 & -(a+1) & a+1 \\ \hline & 1 & -1 & a+1 & -(a+1) & a+b+1 \end{array}$$

$$x^4+ax^2+b=(x+1)\{x^3-x^2+(a+1)x-(a+1)\}$$

이때 $x^3-x^2+(a+1)x-(a+1)$ 은 $x+1$ 로 나누어 떨어지므로

$$\begin{aligned} (-1)^3-(-1)^2+(a+1)\times(-1)-(a+1) &= 0, \\ -2a-4 &= 0, \quad a = -2 \end{aligned}$$

$$a = -2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \quad b = 1$$

따라서 $x^4-2x^2+1=(x+1)^2f(x)$ 이므로

$$81-18+1=16 \times f(3)$$

즉, 구하는 값은 $f(3)=4$

- 21 14

- 22 (1) 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ & & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{array}$$

따라서 $x^{30}-1$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫은

$$x^{29}+x^{28}+\cdots+x+1 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- (2)
- $x^{30}-1$
- 을
- $(x-1)^2$
- 으로 나누었을 때의 몫을
- $Q(x)$
- ,

$R(x)=ax+b$ 라 하면

$$x^{30}-1=(x-1)^2Q(x)+ax+b \quad \cdots \textcircled{1}$$

$x=1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a+b=0, \quad b=-a \quad \blacktriangleright 30\%$$

$b=-a$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x^{30}-1=(x-1)^2Q(x)+a(x-1) \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$x^{29}+x^{28}+\cdots+1=(x-1)Q(x)+a$$

$x=1$ 을 위의 등식에 대입하면 $a=30 \quad \blacktriangleright 30\%$

따라서 구하는 나머지 $R(x)$ 는

$$R(x)=30x-30 \quad \blacktriangleright 10\%$$

- 23
- 해결 과정**
- $f(x)$
- 를
- $(x+1)^2(x-2)$
- 로 나누었을 때의 몫을
- $Q(x)$
- ,
- $R(x)=ax^2+bx+c$
- 라 하면

$$f(x)=(x+1)^2(x-2)Q(x)+ax^2+bx+c$$

이때 $f(x)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $-3x+1$ 이므로 ax^2+bx+c 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $-3x+1$ 이 되어야 한다.

$$f(x)=(x+1)^2(x-2)Q(x)$$

$$+a(x+1)^2-3x+1 \quad \cdots \textcircled{1} \quad \blacktriangleright 40\%$$

$f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$$f(2)=9a-6+1=4, \quad 9a=9, \quad a=1$$

$a=1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $R(x)$ 는

$$R(x)=(x+1)^2-3x+1=x^2-x+2 \quad \blacktriangleright 40\%$$

답 구하기 따라서 구하는 값은 $R(0)=2 \quad \blacktriangleright 20\%$

- 24
- 문제 이해**
- $f(x)=x^3+5x^2+7x+a$
- ,

$$g(x)=x^2+5x+2a,$$

$$h(x)=x^3+8x^2+18x+4a$$

라 하자.

$\blacktriangleright 20\%$

해결 과정 인수정리에 의하여

$$f(-1)=-1+5-7+a=0, \quad a=3$$

$a=3$ 을 세 다항식 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 에 대입하면

$$f(x)=x^3+5x^2+7x+3,$$

$$g(x)=x^2+5x+6,$$

$$h(x)=x^3+8x^2+18x+12$$

오른쪽과 같이 조립제법

을 이용하여 $f(x)$ 를 인

수분해하면

$$f(x)=x^3+5x^2+7x+3$$

$$=(x+1)(x^2+4x+3)$$

$$=(x+1)^2(x+3)$$

이므로 직사각형 A의 가로 길이는 $x+3$

$$g(x)=x^2+5x+6$$

$$=(x+3)(x+2)$$

이므로 직사각형 B의 세로 길이는 $x+2 \quad \blacktriangleright 30\%$

다음과 같이 조립제법을 이용하여 $h(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 8 & 18 & 12 \\ & & -2 & -12 & -12 \\ \hline & 1 & 6 & 6 & 0 \end{array}$$

$$h(x)=x^3+8x^2+18x+12$$

$$=(x+2)(x^2+6x+6) \quad \blacktriangleright 30\%$$

답 구하기 직사각형 C의 가로 길이는 x^2+6x+6 이

므로 $b=6, c=6$

따라서 구하는 값은 $a+b+c=15 \quad \blacktriangleright 20\%$

II 방정식과 부등식

1 복소수와 이차방정식

01 복소수와 그 연산

51~56쪽

준비하기 (1) $3+\sqrt{3}$ (2) $13+2\sqrt{2}$ (3) $\frac{19-7\sqrt{7}}{9}$

생각 열기 제곱해서 음수가 되는 실수는 없으므로 출력값이 -1 이 되는 실수 x 는 없다.

문제 1 (1) 실수부분: 3, 허수부분: 2
(2) 실수부분: -7 , 허수부분: 0
(3) 실수부분: 0, 허수부분: 4
(4) 실수부분: 5, 허수부분: -3

문제 2 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=4, b=0$
(3) $a=3, b=-2\sqrt{5}$ (4) $a=-3, b=2$

생각 토크 켈레복소수가 자기 자신과 같은 수는 허수부분이 0인 복소수이므로 실수이다.

문제 3 (1) $3+2i$ (2) $-1-\sqrt{3}i$ (3) -6 (4) $-2i$

문제 4 (1) $2-2i$ (2) $6+2i$

함께하기 ① ①: ac , ②: adi , ③: bci , ④: bdi^2
② $ac-bd, ad+bc$

문제 5 (1) $4+19i$ (2) 13

생각 토크 복소수와 그 켈레복소수의 곱은 항상 실수이다.

문제 6 (1) $\frac{2}{29}+\frac{5}{29}i$ (2) $-\frac{3}{13}-\frac{11}{13}i$
(3) $-i$ (4) i

문제 7 $1+i$

문제 8 (1) $2i, -2i$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}i, -\frac{\sqrt{6}}{3}i$

생각 넓히기 ①

n	1	2	3	4	5	6	7	8	...
i^n	i	-1	$-i$	1	i	-1	$-i$	1	...

② $i, -1, -i, 1$ 이 반복된다. ③ 0

02 이차방정식의 판별식

58~60쪽

준비하기 (1) $x=1$ 또는 $x=2$ (2) $x=1\pm\sqrt{2}$

생각 열기 \neg

생각 토크 두 허근은 서로 켈레복소수이다.

문제 1 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}i}{2}$, 허근

(2) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$, 실근

생각 열기 $(-4)^2-4\times 4\times 1=0$, 실근
 $(-3)^2-4\times 1\times 4=-7<0$, 허근

문제 2 (1) 서로 다른 두 실근 (2) 중근
(3) 서로 다른 두 허근 (4) 서로 다른 두 허근

문제 3 (1) $a=2$ (2) $a<2$

문제 4 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 판별식 D 는
 $D=b^2-4ac$

이때 a 와 c 의 부호가 다르므로

$$ac<0$$

즉, $-4ac>0$ 이고 $b^2\geq 0$ 이므로

$$D=b^2-4ac>0$$

따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 a 와 c 의 부호가 다르면 이 이차방정식은 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.

03 이차방정식의 근과 계수의 관계

61~65쪽

준비하기 (1) $2\alpha\beta$ (2) $\alpha+\beta$

생각 열기 ① 두 근의 합: 2, x 의 계수: -2
따라서 두 근의 합은 x 의 계수와 부호만 다르다.

② 두 근의 곱: -8 , 상수항: -8
따라서 두 근의 곱은 상수항과 같다.

문제 1 (1) 두 근의 합: 3, 두 근의 곱: 3
(2) 두 근의 합: $-\frac{5}{2}$, 두 근의 곱: -2
(3) 두 근의 합: $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱: 0
(4) 두 근의 합: $-\frac{7}{2}$, 두 근의 곱: -3

문제 2 (1) $\frac{9}{4}$ (2) $-\frac{55}{32}$

문제 3 (1) $a=-2, b=2$ (2) $x=1 \pm i$

함께하기 $\alpha + \beta, \alpha\beta, \alpha + \beta, \alpha\beta$

문제 4 (1) $x^2 + x - 6 = 0$ (2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$
(3) $x^2 + 6x + 10 = 0$ (4) $x^2 - 8x + 18 = 0$

문제 5 (1) $x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = 0$ (2) $x^2 + x - \frac{3}{2} = 0$

문제 6 (1) $(x - 2\sqrt{2}i)(x + 2\sqrt{2}i)$
(2) $(x + \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2})(x + \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2})$
(3) $(x - 4 - 2\sqrt{3})(x - 4 + 2\sqrt{3})$
(4) $3(x - \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i)(x - \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i)$

생각 넓히기 ① $x^2 - 10x + 40 = 0$
② $5 + \sqrt{15}i, 5 - \sqrt{15}i$

II -1 중단원 마무리하기

66~68쪽

01 (1) $x=3, y=2$ (2) $x=3, y=-6$

02 (1) $-3-4i$ (2) $-5-\sqrt{2}i$

03 (1) $3-2i$ (2) $1+i$ (3) $-5+5i$ (4) $\frac{2}{25} - \frac{11}{25}i$

04 (1) 서로 다른 두 실근
(2) 중근
(3) 서로 다른 두 허근

05 (1) 3 (2) 4 (3) $-\frac{1}{2}$ (4) 6

06 5 07 13

08 $\frac{13}{34} - \frac{5}{34}i$ 09 $a > 5$

10 **해결 과정** 이차방정식 $x^2 + ax - 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = -6 \dots\dots ①$ ▶ 30 %

또, 이차방정식 $x^2 + bx + 18 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로 근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta + \alpha\beta = -b \dots\dots ②$$

$$(\alpha + \beta)\alpha\beta = 18 \dots\dots ③$$

▶ 30 %

답 구하기 ①을 ②와 ③에 각각 대입하면

$$-a - 6 = -b, 6a = 18$$

따라서 $a=3, b=9$ 이므로 구하는 값은

$$a+b=12$$

▶ 40 %

11 (1) $\begin{cases} \alpha=2+i \\ \beta=2-i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \alpha=2-i \\ \beta=2+i \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \alpha=1+\sqrt{5} \\ \beta=1-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \alpha=1-\sqrt{5} \\ \beta=1+\sqrt{5} \end{cases}$

12 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $b \neq 0$

$$z + \bar{w} = 0 \text{에서 } \bar{w} = -z = -a - bi \text{이므로}$$

$$w = -a + bi$$

$$\neg. w - \bar{z} = (-a + bi) - (a - bi)$$

$$= -2a + 2bi$$

$$\neg. i(z + w) = i\{(a + bi) + (-a + bi)\}$$

$$= -2b$$

이므로 항상 실수이다.

$$\neg. z\bar{w} = (a + bi)(-a - bi) = -(a + bi)^2$$

$$= -a^2 + b^2 - 2abi$$

$$\neg. \frac{\bar{z}}{w} = \frac{a - bi}{-a + bi} = -1 \text{이므로 항상 실수이다.}$$

이상에서 항상 실수인 것은 \neg, κ 이다.

13 주어진 이차방정식의 판별식 D 가 $D=0$ 이어야 하므로
 $D = \{2(a+b)\}^2 - 4\{(a-b)^2 + 3ab - 5a - 3b - 2\}$
 $= 0$

이 식을 전개하여 정리하면

$$ab + 5a + 3b + 2 = 0,$$

$$a(b+5) + 3(b+5) = 13,$$

$$(a+3)(b+5) = 13$$

이때 a, b 는 정수이므로 ab 의 값을 다음 네 가지 경우로 나누어 구할 수 있다.

(i) $a+3=1, b+5=13$ 인 경우

$$a=-2, b=8 \text{이므로 } ab=-16$$

(ii) $a+3=13, b+5=1$ 인 경우

$$a=10, b=-4 \text{이므로 } ab=-40$$

- (iii) $a+3=-1, b+5=-13$ 인 경우
 $a=-4, b=-18$ 이므로 $ab=72$
 (iv) $a+3=-13, b+5=-1$ 인 경우
 $a=-16, b=-6$ 이므로 $ab=96$
 (i)~(iv)에서 ab 의 값 중 가장 큰 값은 96이다.

14 **해결과정** $ax^2+bx+c=0$ 에서 a 와 c 를 바르게 보고 풀었을 때의 두 근이 -2 와 $\frac{1}{3}$ 이므로 두 근의 곱은

$$\frac{c}{a}=(-2) \times \frac{1}{3}=-\frac{2}{3}, \quad c=-\frac{2}{3}a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $ax^2+bx+c=0$ 에서 a 와 b 를 바르게 보고 풀었을 때의 두 근이 2 와 $-\frac{5}{2}$ 이므로 두 근의 합은

$$-\frac{b}{a}=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}, \quad b=\frac{1}{2}a \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

▶ 50 %

①, ②를 $ax^2+bx+c=0$ 에 대입하면

$$ax^2+\frac{1}{2}ax-\frac{2}{3}a=0 \quad \text{▶ 20 %}$$

답구하기 이때 $a \neq 0$ 이므로 양변에 $\frac{6}{a}$ 을 곱하면

$$6x^2+3x-4=0$$

따라서 처음 이차방정식의 근은

$$x=\frac{-3 \pm \sqrt{105}}{12} \quad \text{▶ 30 %}$$

2 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 이차함수

70~73쪽

- 준비하기** (1) 서로 다른 두 허근
 (2) 중근
 (3) 서로 다른 두 실근

생각 열기 ① $-1, 2$ ② $-1, 2$ ③ 같다.

문제 1 (1) 1, 3 (2) $\frac{1}{2}, 3$

- 문제 2** (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (3) 한 점에서 만난다.(접한다.)
 (4) 만나지 않는다.

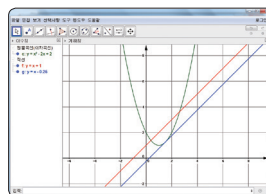
문제 3 (1) $k > -2$ (2) $k = -2$ (3) $k < -2$

- 문제 4** (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) 한 점에서 만난다.(접한다.)
 (3) 만나지 않는다.

문제 5 4

- 문제 6** (1) 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=6$ 은 서로 다른 두 점에서 만난다. 또, 주어진 이차함수의 그래프와 직선 $y=7$ 은 만나지 않는다.
 (2) 높이가 6 m인 가로대는 뛰어넘을 수 있지만 높이가 7 m인 가로대는 뛰어넘을 수 없다.

공학적 도구



이차함수 $y=x^2-2x+2$ 의 그래프와 직선 $y=x+1$ 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

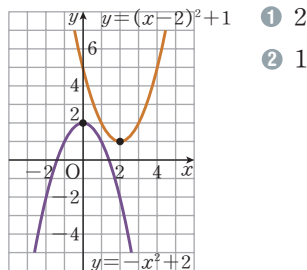
또, 이차함수 $y=x^2-2x+2$ 의 그래프와 직선 $y=x-\frac{1}{4}$ 은 한 점에서 만난다.(접한다.)

02 이차함수의 최대, 최소

75~78쪽

준비하기 (1) $(3, -2)$ (2) $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$

생각 열기



- 문제 1** (1) 최솟값: -23 , 최댓값: 없다.
 (2) 최댓값: $\frac{7}{2}$, 최솟값: 없다.

함께하기 $f(p), f(\beta), f(\beta), f(\alpha), f(\alpha), f(\beta), f(\alpha), f(\beta), f(\beta), f(\beta), f(\alpha)$

- 문제 2** (1) 최댓값: 2, 최솟값: -2
 (2) 최댓값: 16, 최솟값: 8

문제 3 최댓값: 320만 원, 최솟값: 240만 원

문제 4 50 m^2

II -2 중단원 마무리하기

79~81쪽

- 01 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다.(접한다.)
(3) 만나지 않는다.

- 02 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 한 점에서 만난다.(접한다.)
(3) 만나지 않는다.

03 $a < -1$

- 04 (1) 최솟값: -5 , 최댓값: 없다.
(2) 최댓값: 11 , 최솟값: 없다.

- 05 (1) 최댓값: 11 , 최솟값: 2
(2) 최댓값: 12 , 최솟값: 4

06 1 07 2 08 88

- 09 **해결 과정** $x^2 - 2x + 2 = x + k$ 에서
 $x^2 - 3x + 2 - k = 0$
 이 이차방정식의 판별식 D 가 $D > 0$ 이므로
 $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (2 - k) = 1 + 4k > 0$
 따라서 $k > -\frac{1}{4}$ ① ▶ 40 %
 또, $x^2 + 2x + 3 = x + k$ 에서 $x^2 + x + 3 - k = 0$
 이 이차방정식의 판별식 D 가 $D < 0$ 이므로
 $D = 1^2 - 4 \times 1 \times (3 - k) = -11 + 4k < 0$
 따라서 $k < \frac{11}{4}$ ② ▶ 40 %
답 구하기 ①, ②에서 실수 k 의 값의 범위는
 $-\frac{1}{4} < k < \frac{11}{4}$ ▶ 20 %

10 18

11 가로 길이: 20 m , 세로 길이: 10 m

- 12 조건 (나)로부터
 $f(x) = (x-2)^2 + k$ (k 는 실수) ①

조건 (나)로부터

$$(x-2)^2 + k = -1 \text{에서 } x^2 - 4x + k + 5 = 0$$

이 이차방정식의 판별식 D 가 $D = 0$ 이어야 하므로

$$D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (k+5) = -4 - 4k = 0$$

에서 $k = -1$

$k = -1$ 을 ①에 대입하면 $f(x) = (x-2)^2 - 1$
 즉, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 좌표는

$$(x-2)^2 - 1 = 0, \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, 0), (3, 0)$

- 13 ㄱ. $-x^2 + ax + b = 0$ 의 판별식 D 가 $D > 0$ 이므로
 $D = a^2 - 4 \times (-1) \times b = a^2 + 4b > 0$
 ㄴ. $a = 3 > 0, b = -2 < 0$ 일 때 이차함수
 $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른
 두 점 $(1, 0), (2, 0)$ 에서 만난다.
 ㄷ. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax + b$ 의 그래프는 직선
 $x = \frac{a}{2}$ 에 대하여 대칭이고 위로 볼록이므로 $x = 0$
 또는 $x = a$ 일 때 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 b 이다.
 이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

- 14 **문제 이해** 점 A의 좌표를 $(t, 0)$ ($0 < t < 3$)이라 하면
 $B(6-t, 0), D(t, -t^2 + 6t)$
 에서 $\overline{AB} = 6 - 2t, \overline{AD} = -t^2 + 6t$ ▶ 40 %
해결 과정 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
 $2(\overline{AB} + \overline{AD}) = 2(6 - 2t - t^2 + 6t)$
 $= -2(t-2)^2 + 20$ ▶ 30 %
답 구하기 $0 < t < 3$ 이므로 $t = 2$ 일 때 최댓값은 20 이다.
 즉, 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20 이다. ▶ 30 %

3 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식

83~85쪽

- 준비하기** (1) $(x-1)^2(x+2)$
 (2) $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)$

생각 열기 $x^3 - 8 = 0$

- 문제 1 (1) $x = -3$ 또는 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$
 (2) $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm \sqrt{2}i$

- 문제 2 (1) $x = 1$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = 2$
 (2) $x = -1$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
 (3) $x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = \pm \sqrt{3}$
 (4) $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm i$

- 문제 3 (1) $a = -4, b = 3$
 (2) $1, 3, -i$

문제 4 5 m

생각 넓히기 ① ω 는 $x^3 - 1 = 0$ 의 근이므로
 $\omega^3 - 1 = 0, \quad \omega^3 = 1$
 또, $x^3 - 1 = 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$
 따라서 $x - 1 = 0$ 또는 $x^2 + x + 1 = 0$
 이때 ω 는 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 근이므로
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$
 ② $1 + \omega^2 + \omega^4 = 0, \quad \omega^{100} + \frac{1}{\omega^{100}} = -1$

02 연립이차방정식

87~88쪽

준비하기 (1) $x = 3, y = 0$ (2) $x = 2, y = -2$

생각 열기 $2x + 2y = 14, \quad x^2 + y^2 = 25$

- 문제 1 (1) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$
 (2) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

- 문제 2 (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$ 또는
 $\begin{cases} x = \sqrt{6} \\ y = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -\sqrt{6} \\ y = -\frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$
 (2) $\begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ 또는
 $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$

생각 넓히기 $\begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 + 9 = y^2 \end{cases}, \quad x = 4, y = 5$

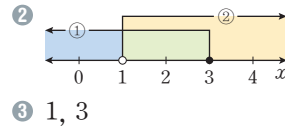
03 연립일차부등식

89~93쪽

준비하기 (1) $x \geq 4$ (2) $x > -\frac{1}{2}$

생각 열기 ① $x + 30 < 100$ ② $3x + 20 \geq 100$

함께하기 ① $x \leq 3, x > 1$

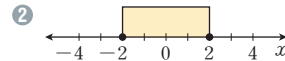


- 문제 1 (1) $-1 < x < 3$ (2) $3 \leq x \leq 5$
 (3) $x > 3$ (4) $x \leq -1$

문제 2 (1) 해는 없다. (2) 해는 없다.

문제 3 (1) $-2 < x < 5$ (2) $-2 < x \leq 0$

생각 열기 ① $2, -2$



- 문제 4 (1) $-10 < x < 4$ (2) $x < 4$ 또는 $x > 8$
 (3) $-1 \leq x \leq 2$ (4) $x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 3$

문제 5 (1) $-1 \leq x \leq 3$ (2) $x < -3$ 또는 $x > \frac{11}{3}$

문제 6 주황

공학적 도구

94쪽

$x < -\frac{5}{2}$ 또는 $x > \frac{3}{2}$

04 이차부등식과 연립이차부등식

95~98쪽

- 준비하기 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
 (3) 만나지 않는다.

생각 열기 ① $x < -1$ 또는 $x > 2$
 ② $-1 < x < 2$

문제 1 (1) $-2 < x < 3$ (2) $x \leq -5$ 또는 $x \geq 3$
 (3) $x < -\frac{1}{3}$ 또는 $x > 2$ (4) $-1 \leq x \leq \frac{5}{2}$

문제 2 (1) $x \neq 2$ 인 모든 실수 (2) $x = -\frac{1}{3}$
 (3) 모든 실수 (4) 해는 없다.

문제 3 (1) 모든 실수 (2) 모든 실수
 (3) 해는 없다. (4) 해는 없다.

문제 4 $-4 < k < -1$

문제 5 (1) $3 < x \leq 6$ (2) $-1 < x \leq 3$

생각 넓히기 $6 < x \leq 7$

II -3 중단원 마무리하기

99~101쪽

01 (1) $x = -1$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 5$
 (2) $x = \pm 2$ 또는 $x = \pm i$

02 (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=7 \\ y=-4 \end{cases}$
 (2) $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는
 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

03 (1) $-1 \leq x < 4$ (2) $3 < x \leq 5$

04 (1) $x < -2$ 또는 $x > \frac{4}{3}$ (2) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2}$

05 (1) $-7 < x < 1$ (2) $x \leq -2$ 또는 $x \geq \frac{1}{2}$

06 $4 \leq x < \frac{11}{2}$

07 $a = -4$, $b = 6$, 나머지 두 근: $2, 1-i$

08 -6

09 2

10 문제 이해 가로와 세로의 길이를 각각 x m, y m라 하면

$\begin{cases} 8x+4y=56 & \cdots \cdots ① \\ 2x^2+2xy=66 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

▶ 20 %

해결 과정 ①에서

$y = 14 - 2x \quad \cdots \cdots ③$

③을 ②에 대입하면

$2x^2 + 2x(14 - 2x) = 66, \quad x^2 - 14x + 33 = 0,$

$(x-3)(x-11) = 0, \quad x = 3 \text{ 또는 } x = 11$

$x = 3$ 을 ③에 대입하면 $y = 8$

$x = 11$ 을 ③에 대입하면 $y = -8$ ▶ 60 %

답구하기 $y > 0$ 이므로 $x = 3, y = 8$

즉, 가로의 길이는 3 m, 세로의 길이는 8 m이다.

▶ 20 %

11 18

12 20

13 해결 과정 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 & \cdots \cdots ① \\ (x-a)(x-2) > 0 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

①에서 $(x+1)(x-3) \leq 0$

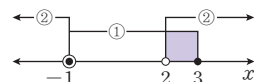
$-1 \leq x \leq 3$ ▶ 20 %

$-1 \leq x \leq 3$ 일 때 부등식 ②의 해는 다음과 같다.

(i) $a > 2$ 일 때, $x < 2$ 또는 $x > a$

이므로 연립부등식의 해가 $2 < x \leq 3$ 이 될 수 없다.

(ii) $a < 2$ 일 때, $x < a$ 또는 $x > 2$



▶ 50 %

답구하기 따라서 연립부등식의 해가 $2 < x \leq 3$ 이 되도록 하려면 $a \leq -1$ 이어야 한다. ▶ 30 %

14 $x = -1$ 을 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 에 대입하면
 $-1 + a - b - 3 = 0$, 즉 $b = a - 4$

$x^3 + ax^2 + bx - 3 = x^3 + ax^2 + (a-4)x - 3$
 $= (x+1)\{x^2 + (a-1)x - 3\} = 0$

나머지 두 근을 각각 α, β 라 하면 근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = -(a-1)$, $\alpha\beta = -3$

두 근의 제곱의 합이 6이므로

$6 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (a-1)^2 + 6$

따라서 $(a-1)^2 = 0$

즉 $a = 1$, $b = -3$ 이므로 구하는 값은

$a^2 + b^2 = 10$

15 $\begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 & \cdots \cdots ① \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 5 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x-3y) = 0$

따라서 $x = y$ 또는 $x = 3y$

(i) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$y^2 + 3y^2 + 2y^2 = 5, \quad y^2 = \frac{5}{6}$$

이때 $xy = y^2 = \frac{5}{6}$

(ii) $x=3y$ 를 ②에 대입하면

$$9y^2 + 9y^2 + 2y^2 = 5, \quad y^2 = \frac{1}{4}$$

이때 $xy = 3y^2 = \frac{3}{4}$

(i), (ii)에서 xy 의 최댓값은 $\frac{5}{6}$

16 실수 $x, x+1, x+2$ 가 삼각형의 세 변의 길이가 되려면

$$x + (x+1) > x+2 \text{에서} \quad x > 1 \quad \dots\dots ①$$

이 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하려면

$$x^2 + (x+1)^2 < (x+2)^2 \text{에서}$$

$$x^2 - 2x - 3 < 0, \quad (x+1)(x-3) < 0$$

$$\text{따라서} \quad -1 < x < 3 \quad \dots\dots ②$$

①, ②의 공통부분은 $1 < x < 3$

II 대단원 평가하기

102 ~ 105쪽

01 33 02 ③ 03 $-\frac{1}{25}$

04 3 05 ③ 06 -1

07 $a=b$ 인 이등변삼각형 08 ①

09 $-\frac{9}{7}$ 10 24 11 2

12 2 13 14 14 ③

15 ② 16 11 17 ④

18 7 19 $a \leq 2 - \sqrt{5}$

20 0 m 초과 2 m 이하

21 $|2x-1| > 1$ 이면

$$2x-1 < -1 \text{ 또는 } 2x-1 > 1$$

$$\text{따라서} \quad x < 0 \text{ 또는 } x > 1 \quad \dots\dots ①$$

$$2x^2 - 11x + 5 \leq 0 \text{에서}$$

$$(2x-1)(x-5) \leq 0, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 5 \quad \dots\dots ②$$

①, ②의 공통부분은 $1 < x \leq 5$

따라서 주어진 연립부등식을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은

$$2+3+4+5=14$$

22 (1) 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 4 \quad \text{▶ 30 \%}$$

(2) 이차방정식 $x^2 - (2a+1)x + b = 0$ 의 두 근이

$$\alpha + \beta, \alpha\beta \text{이므로 근과 계수의 관계로부터}$$

$$(\alpha + \beta) + \alpha\beta = 2a + 1 \text{에서}$$

$$2a + 1 = 7, \quad a = 3$$

$$(\alpha + \beta)\alpha\beta = b \text{에서} \quad b = 12 \quad \text{▶ 40 \%}$$

$$\text{따라서 구하는 값은} \quad b^2 - a^2 = 135 \quad \text{▶ 30 \%}$$

23 **해결 과정** $y = -2x^2 - 2ax - 3$

$$= -2\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2} - 3$$

$$x = -\frac{a}{2} \text{일 때, 최댓값은} \quad \frac{a^2}{2} - 3 \text{이므로}$$

$$\frac{a^2}{2} - 3 = -1 \text{에서} \quad a^2 = 4, \quad a = \pm 2$$

$$\text{그런데 } a > 0 \text{이므로} \quad a = 2 \quad \text{▶ 50 \%}$$

$a=2$ 를 주어진 이차함수의 식에 대입하면

$$y = -2x^2 - 4x - 3 = -2(x+1)^2 - 1$$

$$-3 \leq x \leq 0 \text{에서 } x = -3 \text{일 때, 최솟값은} -9 \text{이므로}$$

$$m = -9 \quad \text{▶ 30 \%}$$

답 구하기 따라서 구하는 값은

$$a + m = 2 + (-9) = -7 \quad \text{▶ 20 \%}$$

24 **문제 이해** 네 귀통이를 잘라 내어 만든 상자의 부피가 96 cm^3 이므로

$$x(14-2x)(10-2x) = 96,$$

$$x^3 - 12x^2 + 35x - 24 = 0 \quad (0 < x < 5) \quad \text{▶ 30 \%}$$

해결 과정 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 35x - 24$ 라 하면

$$f(1) = 0 \text{이므로 } x-1 \text{은 } f(x) \text{의 인수이다.}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{오른쪽과 같이 조립제법} & 1 & -12 & 35 & -24 \\ \text{을 이용하여 } f(x) \text{를 인} & & 1 & -11 & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{수분해하면} & 1 & -11 & 24 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 11x + 24)$$

$$= (x-1)(x-3)(x-8) \quad \text{▶ 50 \%}$$

답 구하기 따라서 $x=1$ 또는 $x=3$ 또는 $x=8$

$$\text{그런데 } 0 < x < 5 \text{이므로} \quad x=1 \text{ 또는 } x=3 \quad \text{▶ 20 \%}$$

III 도형의 방정식

1 평면좌표

01 두 점 사이의 거리

111~113쪽

준비하기 13

생각 열기 ① 4 km, 3 km ② 5 km

문제 1 (1) 10 (2) 5

문제 2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{10}$ (3) 3 (4) 5

문제 3 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

문제 4 (0, -2)

생각톡톡 0

문제 5 (1) (가) $a^2 + b^2 + c^2$ (나) $a^2 + b^2$ (2) $\sqrt{33}$

02 선분의 내분점과 외분점

114~119쪽

준비하기 4 cm

생각 열기 3 : 7

생각톡톡 선분의 중점은 그 선분을 1 : 1로 내분한다.

문제 1 (1) -5 (2) -3

문제 2 (1) 26 (2) -9

문제 3 점 B는 선분 AC를 $(m-n) : n$ 으로 내분한다.

함께하기 ① \overline{PB} , n , $\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$

② \overline{PB} , n , $\frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

③ $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$

문제 4 (1) $\left(4, -\frac{5}{2}\right)$ (2) (17, -22) (3) (3, -1)

문제 5 (-2, 2)

생각 넓히기 ① 2 kg ② $\frac{n}{m-n}$ kg

탐구 & 융합

120쪽

$$1 \times \frac{8}{9} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{81}$$

III -1 중단원 마무리하기

121~123쪽

01 (1) 4 (2) 7 (3) $\sqrt{41}$ (4) $\sqrt{10}$

02 (1) 2 (2) -22 (3) 3

03 (1) (-4, 1) (2) (-16, 9) (3) $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

04 (2, 2) 05 7

06 -4 07 $\frac{5}{2}$

08 (0, 3) 09 1

10 2

11 문제 이해 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$$

▶ 20 %

해결과정 점 C는 \overline{AB} 를 1 : 2로 외분하는 점이거나 3 : 2로 외분하는 점이다. ▶ 20 %

답구하기 (i) \overline{AB} 를 1 : 2로 외분할 때, 점 C의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1-2}, \frac{1 \times 7 - 2 \times (-1)}{1-2}\right) \text{에서}$$

$$(-8, -9)$$

▶ 30 %

(ii) \overline{AB} 를 3 : 2로 외분할 때, 점 C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 4 - 2 \times (-2)}{3-2}, \frac{3 \times 7 - 2 \times (-1)}{3-2}\right) \text{에서}$$

$$(16, 23)$$

▶ 30 %

12 $xy + x + y - 2 = 0$ 에서

$$x(y+1) + (y+1) - 3 = 0, (x+1)(y+1) = 3$$

위의 x, y 에 대한 방정식을 만족시키는 정수 (x, y) 는

$$(-4, -2), (-2, -4), (2, 0), (0, 2)$$

이 점들을 꼭짓점으로 하는 사각형은 직사각형이고, 한 대각선의 길이는

$$\sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + \{2 - (-4)\}^2} = 2\sqrt{10}$$

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로 구하는 값은
 $2\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 40$

- 13 점 A는 \overline{PQ} 의 중점, 점 B는 \overline{PQ} 를 1 : 3으로 내분하는 점, 점 C는 \overline{PQ} 를 3 : 1로 외분하는 점이므로 세 점 A, B, C를 수직선 위에 나타내면



이다. 따라서 세 점 A, B, C의 좌표의 크기를 비교하면 다음과 같다.

$$\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{1+3} < \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} < \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-1}$$

- 14 **문제 이해** $\angle POQ$ 의 이등분선과 \overline{PQ} 의 교점을 M이라 하면 각의 이등분선의 성질에 의하여

$$\overline{OP} : \overline{OQ} = \overline{PM} : \overline{MQ}$$

가 성립한다. ▶ 40 %

해결 과정 $\overline{OP} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} = 3,$

$$\overline{OQ} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

이므로 점 M은 \overline{PQ} 를 3 : 5로 내분하는 점이다. ▶ 30 %

답구하기 따라서 구하는 교점의 x 좌표는

$$\frac{3 \times 3 + 5 \times 2}{3 + 5} = \frac{19}{8} \quad \text{▶ 30 \%}$$

2 직선의 방정식

01 직선의 방정식

125 ~ 127쪽

준비하기 (1) 기울기: 4, y 절편: -1

(2) 기울기: $\frac{1}{4}$, y 절편: $\frac{1}{2}$

생각 열기 $y = -2x + 4$

문제 1 (1) $y = 3x + 10$ (2) $y = 5$

함께하기 (i) $y_2 - y_1, y_1, y_2 - y_1, x_1$

(ii) x_1, x_1

문제 2 (1) $y = -x + 7$ (2) $y = \frac{4}{3}x + \frac{17}{3}$

(3) $y = 6$

(4) $x = 5$

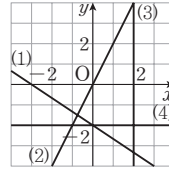
문제 3 x 절편이 a 이고 y 절편이 b 인 직선은 두 점 $(a, 0), (0, b)$ 를 지나므로

$$y - 0 = \frac{b - 0}{0 - a}(x - a),$$

$$y = -\frac{b}{a}(x - a), \quad \frac{b}{a}x + y = b$$

$b \neq 0$ 이므로 양변을 b 로 나누면 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

문제 4



02 두 직선의 위치 관계

128 ~ 130쪽

준비하기 (1), (4)

생각 열기 ① 서로 평행하다. ② 서로 같다.

문제 1 (1) $y = -x + 2$ (2) $y = \frac{2}{3}x - 3$

문제 2 (1) $y = 2x$ (2) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

생각 넓히기 [선우] 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{2 - (-2)}{3 - (-1)} = 1 \text{ 이므로 이 직선에 수직인 직선의}$$

기울기는 -1이다.

두 점 A, B의 중점의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{-1 + 3}{2} = 1, \quad y = \frac{-2 + 2}{2} = 0$$

에서 중점의 좌표는 $(1, 0)$

즉, 점 $(1, 0)$ 을 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은

$$y - 0 = -(x - 1), \quad y = -x + 1$$

[동현] \overline{AB} 의 수직이등분선 위의 점 $P(x, y)$

라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2},$$

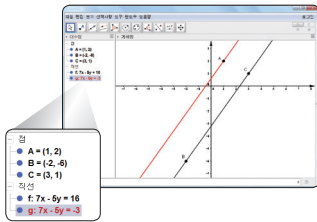
$$x^2 + 2x + y^2 + 4y + 5 = x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13$$

즉, $8x + 8y - 8 = 0$ 에서

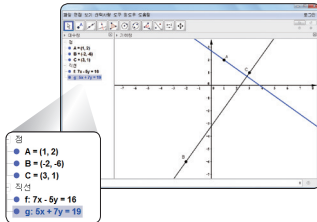
$$y = -x + 1$$

선우와 동현의 방법으로 구한 결과는 서로 같다.

(1) [평행한 직선의 방정식]



[수직인 직선의 방정식]



(2) 평행한 직선의 방정식: $y = \frac{7}{5}x + \frac{3}{5}$

수직인 직선의 방정식: $y = -\frac{5}{7}x + \frac{19}{7}$

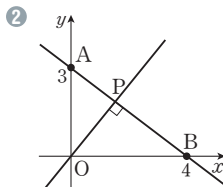
(1)에서 구한 결과를 정리하면 위의 식과 서로 같다.

03 점과 직선 사이의 거리

132 ~ 134쪽

준비하기 $\sqrt{41}$

생각 열기 ① 원점 O에서 직선 AB에 내린 수선의 발이다.



두 직선 AB와 OP는 서로 수직이다.

문제 1 (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

문제 2 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

문제 3 (1) $3x - 4y + 5 = 0$ 또는 $3x - 4y - 5 = 0$

(2) $2x + y + 3\sqrt{5} - 1 = 0$ 또는

$2x + y - 3\sqrt{5} - 1 = 0$

생각 넓히기 ① $\sqrt{29}$ ② $\frac{16\sqrt{29}}{29}$ ③ 8

III -2 중단원 마무리하기

135 ~ 137쪽

01 (1) $y = -3x - 10$ (2) $y = 1$

02 (1) $y = -x + 8$ (2) $y = 4x - 9$
(3) $y = -x - 4$ (4) $x = -5$

03 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $\frac{8}{3}$

04 $\frac{1}{13}$

05 10

06 10

07 $y = 3x - 4$

08 $-\frac{1}{2}$

09 -3

10 1

11 **해결과정** 두 점 A(-1, 0), D(0, 3)을 지나는 직선 AD의 방정식은

$$y = 3x + 3, \quad 3x - y + 3 = 0 \quad \blacktriangleright 40\%$$

답구하기 두 직선 AD, BC 사이의 거리는 점

B(5, 0)과 직선 $3x - y + 3 = 0$ 사이의 거리이므로

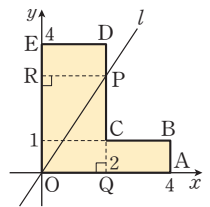
$$\frac{|3 \times 5 - 0 + 3|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{18}{\sqrt{10}} = \frac{9\sqrt{10}}{5} \quad \blacktriangleright 60\%$$

12 직선 l과 선분 CD의 교점을 P라 하고 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하면 $\triangle OQP$ 의 넓이와 $\triangle OPR$ 의 넓이가 서로 같으므로 $\square ABCQ$ 와 $\square DERP$ 의 넓이가 서로 같다.

$ER = 1$ 이므로 점 P의 좌표는 (2, 3)

직선 l은 두 점 O, P를 지나는 직선이므로 그 기울기는

$$\frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2}$$



13 **해결과정** 직선 AB를 x축으로 하고, 직선 BC를 y축으로 하는 좌표평면에서 점 A의 좌표는 (-6, 0), 점 B의 좌표는 (0, 0), 점 C의 좌표는 (0, 3)이다. $\blacktriangleright 20\%$

점 A를 지나고 주어진 조건을 만족시키는 직선의 방정식은

$$y = \sqrt{3}(x+6), \quad \sqrt{3}x - y + 6\sqrt{3} = 0 \quad \blacktriangleright 50\%$$

답구하기 등대와 배 사이의 최단 거리는 점 C와 위의 직선 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|\sqrt{3} \times 0 - 3 + 6\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = \frac{6\sqrt{3} - 3}{2}$$

따라서 구하는 최단 거리는 $\frac{6\sqrt{3}-3}{2}$ km $\blacktriangleright 30\%$

3 원의 방정식

01 원의 방정식

139 ~ 142쪽

준비하기 5

생각 열기 100

문제 1 (1) $x^2 + (y-2)^2 = 4$ (2) $x^2 + y^2 = 25$

문제 2 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 41$

문제 3 (1) $(2, 0)$, 2 (2) $(1, 4)$, $3\sqrt{3}$

문제 4 (1) $\left(0, -\frac{B}{2}\right), \frac{\sqrt{B^2-4C}}{2}$ (단, $B^2-4C > 0$)

(2) $B=0, A^2-4C > 0$

문제 5 $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$

탐구 & 융합

143쪽

두 백화점 A, B로부터 배송 비용이 동일한 지점은 원 $(x+8)^2 + y^2 = 144$ 위에 위치한 지점이다.

02 원과 직선의 위치 관계

144 ~ 148쪽

준비하기 (1) $a < -2$ 또는 $a > 2$ (2) $a = \pm 2$
(3) $-2 < a < 2$

생각 열기 ①  ② 2, 1, 0

문제 1 (1) 접한다. (2) 만나지 않는다.

문제 2 (1) $k = \pm\sqrt{5}$ (2) $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

함께하기 $(m^2+1), (m^2+1), r\sqrt{m^2+1}, r\sqrt{m^2+1}$

문제 3 (1) $y = x \pm 2\sqrt{3}$ (2) $y = -3x \pm 2\sqrt{10}$

문제 4 (1) $x - \sqrt{3}y = 8$ (2) $y = 3$

생각톡톡 2개

문제 5 $x + y = -2, 7x + y = 10$

생각 넓히기 ① $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

② $3x - 4y + 6 = 0, x = 2$

③ $-2, 2$

④ 6

III -3 중단원 마무리하기

149 ~ 151쪽

01 (1) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 3$

(2) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$

(3) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

02 4

03 (1) $-2\sqrt{10} < k < 2\sqrt{10}$

(2) $k = \pm 2\sqrt{10}$

(3) $k < -2\sqrt{10}$ 또는 $k > 2\sqrt{10}$

04 $x - 3y = -10$

05 4

06 $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 20$

07 3

08 $(1, -2)$

09 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1, (x+5)^2 + (y+5)^2 = 25$

10 $\frac{49}{5}$

11 **해결과정** 접점을 $P(x_1, y_1)$ 이라 하면 접선의 방정식은 $x_1x + y_1y = 9$

이 직선이 점 $(4, 3)$ 을 지나므로

$$4x_1 + 3y_1 = 9, \quad y_1 = -\frac{4}{3}x_1 + 3 \quad \cdots \cdots ①$$

또, 점 P는 원 위의 점이므로 $x_1^2 + y_1^2 = 9$ ②

①을 ②에 대입하면

$$x_1^2 + \left(-\frac{4}{3}x_1 + 3\right)^2 = 9, \quad 25x_1^2 - 72x_1 = 0$$

따라서 $x_1 = 0$ 또는 $x_1 = \frac{72}{25}$ ▶ 50 %

위에서 구한 x_1 의 값을 ①에 대입하면

$x_1 = 0$ 일 때, $y_1 = 3$ 이고 기울기는 0

$x_1 = \frac{72}{25}$ 일 때, $y_1 = -\frac{21}{25}$ 이고 기울기는 $\frac{24}{7}$ ▶ 30 %

답 구하기 양수인 기울기는 $\frac{24}{7}$ 이므로 구하는 값은
 $p + q = 7 + 24 = 31$ ▶ 20 %

- 12 y축과 만나는 점 A의 좌표를 $(0, a)$, 점 B의 좌표를 $(0, b)$ 라 하면 $AB = 6$ 이므로

$$\sqrt{(0-0)^2 + (a-b)^2} = 6, \quad (a-b)^2 = 36 \quad \dots ①$$

두 점 A, B의 y좌표는 주어진 원의 방정식에 $x=0$ 을 대입하여 얻은 이차방정식 $y^2 + 2y + k = 0$ 의 두 근과 같으므로 근과 계수의 관계로부터

$$a + b = -2, \quad ab = k \quad \dots ②$$

①, ②를 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ 에 대입하면

$$36 = (-2)^2 - 4k \text{에서} \quad k = -8$$

- 13 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위를 움직이는 점 A와 직선 $y = x - 4\sqrt{2}$ 사이의 거리는 삼각형 ABC의 높이이므로 원의 중심인 점 $(0, 0)$ 과 직선 $x - y - 4\sqrt{2} = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-4\sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = 4$$

원의 반지름의 길이는 2이므로 정삼각형이 되는 삼각형 ABC의 넓이가 최소일 때의 삼각형의 높이는

$$4 - 2 = 2 \text{이고 이때의 넓이는}$$

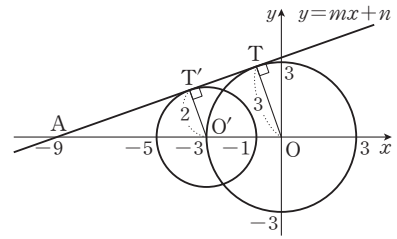
$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

삼각형 ABC의 넓이가 최대일 때의 삼각형의 높이는

$$4 + 2 = 6 \text{이고 이때의 넓이는}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{12}{\sqrt{3}} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

- 14 **해결과정** 두 원의 중심을 O, O'이라 할 때, 주어진 직선과 두 원 O, O'이 만나는 점을 각각 T, T'이라 하고 x축이 만나는 점을 A라 하면 삼각형 AO'T'와 삼각형 AOT는 닮음이고, 닮음비는 2 : 3이다. ▶ 10 %



따라서 점 A의 좌표는 $(-9, 0)$ 이므로

$$-9m + n = 0, \quad n = 9m \quad \dots 20 \%$$

원점과 직선 $mx - y + n = 0$ 사이의 거리는 3이므로

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 3, \quad \frac{|9m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 3$$

$$m^2 = \frac{1}{8} \quad \dots 50 \%$$

답 구하기 따라서 구하는 값은

$$32mn = 32 \times 9m^2 = 36 \quad \dots 20 \%$$

4 도형의 이동

01 평행이동

153 ~ 155쪽

준비하기 $y = x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

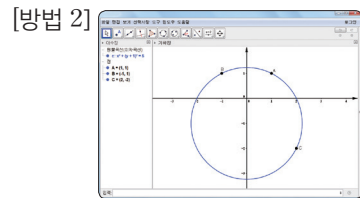
생각 열기 도마뱀 ⑤

문제 1 (1) $(2, 4)$ (2) $(7, -5)$

문제 2 (1) $2x - y - 14 = 0$ (2) $(x-5)^2 + (y+6)^2 = 6$

문제 3 $a = 4, b = -1$

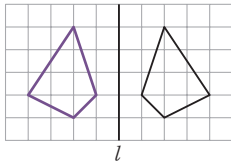
생각 넓히기 [방법 1] ① 점 A'의 좌표는 $(0, 0)$
 점 B'의 좌표는 $(-2, 0)$
 점 C'의 좌표는 $(1, -3)$
 ② $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$
 ③ $x^2 + (y+1)^2 = 5$



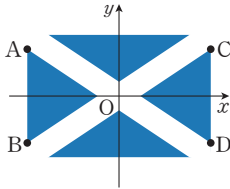
$$x^2 + (y+1)^2 = 5$$

[방법 1]과 [방법 2]를 이용하여 구한 원의 방정식은 서로 같다.

준비하기



생각 열기 ①



- ② 점 B의 좌표는 $(-6, -3)$
 점 C의 좌표는 $(6, 3)$
 점 D의 좌표는 $(6, -3)$

문제 1 (1) $(4, 6)$ (2) $(-4, -6)$ (3) $(-4, 6)$

생각톡톡 같다.

문제 2 (1) x 축: $2x+y+1=0$

y 축: $2x+y-1=0$

원점: $2x-y-1=0$

(2) x 축: $x^2+y^2-4x-6y=0$

y 축: $x^2+y^2+4x+6y=0$

원점: $x^2+y^2+4x-6y=0$

문제 3 $(x+1)^2+(y+3)^2=4$

함께하기 ① $\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$

② $y+y', x+x', -1, y, x$

문제 4 (1) $(7, -10)$ (2) $(-6, 0)$

생각톡톡 $y=-x$

문제 5 (1) $x+3y+2=0$

(2) $x^2+y^2+4x-2y=0$

탐구 & 융합

162쪽

(1) $40\sqrt{5}$ cm

(2) 점 A의 좌표는 $(50, 0)$

점 B의 좌표는 $(0, 25)$

III -4 중단원 마무리하기

163~165쪽

01 $a=-5, b=4$

02 (1) $x-3y+9=0$

(2) $(x-3)^2+(y-1)^2=16$

03 (1) $(5, 2)$ (2) $(-5, -2)$

(3) $(-5, 2)$ (4) $(-2, 5)$

04 (1) $(x-11)^2+(y-7)^2=9$

(2) $(x+11)^2+(y+7)^2=9$

(3) $(x+11)^2+(y-7)^2=9$

(4) $(x+7)^2+(y-11)^2=9$

05 $(6, -1)$

06 2

07 14

08 -9 또는 $-\frac{17}{3}$

09 3

10 2

11 $3\sqrt{2}+2$

12 **해결과정** 포물선 $y=x^2-2x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$$y-n=(x-m)^2-2(x-m)$$

이므로 $y=x^2-2(m+1)x+m^2+2m+n$

위의 포물선이 포물선 $y=x^2+8x+10$ 과 일치하므로

$$m=-5, n=-5$$

▶ 30 %

직선 $l: x-2y+1=0$ 을 x 축의 방향으로 -5 만큼,

y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면

$$(x+5)-2(y+5)+1=0 \text{ 이므로}$$

$$l': x-2y-4=0$$

▶ 40 %

답구하기 두 직선 l 과 l' 사이의 거리는 직선

$l: x-2y+1=0$ 위의 점 $(-1, 0)$ 과 직선

$l': x-2y-4=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|-1-0-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$$

▶ 30 %

13 원 $x^2+y^2+6x=4$ 를 원점에 대하여 대칭이동하면

$$x^2+y^2-6x=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$x^2+y^2-6y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$y=0$ 을 ②에 대입하면

$$x^2=4, \quad x=-2 \text{ 또는 } x=2$$

즉, 점 A의 좌표는 $(-2, 0)$

점 B의 좌표는 $(2, 0)$

따라서 구하는 선분 AB의 길이는 4이다.

- 14 **해결 과정** 점 A(8, 4)를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 점 C의 좌표는

$$(4, 8) \quad \blacktriangleright 20\%$$

$\overline{PA} + \overline{PB}$ 가 최소가 되도록 하는 점 P는 \overline{BC} 와 직선 $y=x$ 의 교점이다.

직선 BC의 방정식은

$$y-5 = \frac{8-5}{4-7}(x-7),$$

$$y = -x + 12 \quad \blacktriangleright 50\%$$

답 구하기 따라서 점 P의 좌표는 두 직선 $y = -x + 12$ 와 $y = x$ 의 교점의 좌표이므로

$$(6, 6)$$

즉, 구하는 점 P의 x 좌표는 6이다. $\blacktriangleright 30\%$

III 대단원 평가하기

166 ~ 169쪽

- | | |
|-------------------------|-----------------|
| 01 (3, 3) | 02 ③ |
| 03 -1, 6 | 04 $11\sqrt{2}$ |
| 05 ④ | 06 (2, 7) |
| 07 ⑤ | 08 145 |
| 09 5 | 10 8 |
| 11 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 12 $k < 12$ |
| 13 3 | 14 ① |

- 15 두 원의 중심인 점 (3, -1)과 점 (-5, 3)은 직선 l 에 대하여 대칭이므로 직선 l 은 두 원의 중심을 이은 선분의 수직이등분선이다.

두 점 (3, -1), (-5, 3)을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{3-(-1)}{-5-3} = -\frac{1}{2}$$

이므로 직선 l 의 기울기를 m 이라 하면

$$-\frac{1}{2} \times m = -1, \quad m = 2$$

또, 두 원의 중심을 이은 선분의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{3+(-5)}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) \text{에서 } (-1, 1)$$

따라서 직선 l 은 기울기가 2이고 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로

$$y-1=2(x+1), \quad y=2x+3$$

16 70

- 17 직선 AP의 기울기를 m 이라 하면 이 직선이 점 $(-8, 0)$ 을 지나므로

$$y=m(x+8), \quad mx-y+8m=0$$

원의 중심인 점 (0, 0)과 직선 AP 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|8m|}{\sqrt{m^2+1}} = 3\sqrt{2}, \quad |8m| = 3\sqrt{2(m^2+1)},$$

$$64m^2 = 18m^2 + 18, \quad m^2 = \frac{9}{23}$$

$$m = \pm \frac{3\sqrt{23}}{23}$$

따라서 직선 AP의 기울기의 최댓값은 $\frac{3\sqrt{23}}{23}$ 이다.

- | | |
|------|------------------|
| 18 ① | 19 26 |
| 20 ⑤ | 21 $\frac{2}{3}$ |

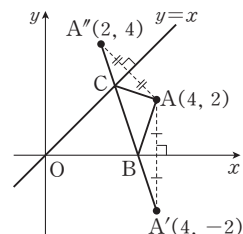
- 22 (1) 점 B는 x 축 위의 점이고, 점 C는 직선 $y=x$ 위의 점이다.

다음 그림과 같이 점 A를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 점 A'의 좌표는

$$(4, -2)$$

점 A를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A''이라 하면 점 A''의 좌표는

$$(2, 4)$$



$\overline{BA'} = \overline{BA}$, $\overline{CA''} = \overline{CA}$ 이므로 직선 $A'A''$ 이 x 축, 직선 $y=x$ 와 만나는 점이 각각 B, C일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 최소가 된다. ▶ 30 %

따라서 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은

$$\overline{A'A''} = \sqrt{(2-4)^2 + \{4-(-2)\}^2} = 2\sqrt{10} \quad \text{▶ 20 \%}$$

(2) 두 점 $A'(4, -2)$, $A''(2, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-4 = \frac{4-(-2)}{2-4}(x-2),$$

$$y = -3x + 10 \quad \text{▶ 20 \%}$$

점 B는 직선 $A'A''$ 의 x 절편이고, 점 C는 직선 $A'A''$ 과 직선 $y=x$ 의 교점이므로

점 B의 좌표는 $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

점 C의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

따라서 $a = \frac{10}{3}$, $b = \frac{5}{2}$ ▶ 30 %

23 **해결과정** (i) 직선 $5x - ky - 15 = 0$ 이 다른 두 직선 중 하나와 평행할 때,

$$k = -5 \text{ 또는 } k = 5 \quad \text{▶ 40 \%}$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

직선 $5x - ky - 15 = 0$ 이 나머지 두 직선의 교점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $k = -10$ ▶ 40 %

답구하기 (i), (ii)에서 모든 실수 k 의 값의 합은

$$-5 + 5 + (-10) = -10 \quad \text{▶ 20 \%}$$

24 **해결과정** x 축과 만나는 두 점 A, B를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의 x 좌표는

$$a = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad \text{▶ 30 \%}$$

y 축과 만나는 두 점 C, D를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의 y 좌표는

$$b = \frac{2+2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}}{2} = 2 \quad \text{▶ 30 \%}$$

원의 중심의 좌표 $(1, 2)$ 와 점 $A(-2, 0)$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$r^2 = (-2-1)^2 + (0-2)^2 = 13 \quad \text{▶ 30 \%}$$

답구하기 따라서 구하는 값은

$$a+b+r^2 = 16 \quad \text{▶ 10 \%}$$

IV 집합과 명제

1 집합

01 집합

175 ~ 177쪽

준비하기 (1) 1, 3, 5, 7, 9 (2) 4, 8

생각 열기 ① A, C

② 크다의 기준이 명확하지 않아 정확하게 가려 낼 수 없다.

문제 1 집합: (1), (3)

(1)의 원소는 1, 2, 3, 4, 6, 12

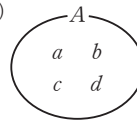
(3)의 원소는 1, 2

문제 2 (1) \in (2) \in (3) \notin

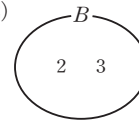
문제 3 (1) $\{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ (2) $\{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

(3) $\{-1, 1\}$ (4) $\{1, 3, 5, \dots, 99\}$

문제 4 (1)



(2)



생각특독

\emptyset 은 원소가 하나도 없는 집합이고, 집합 $\{0\}$ 은 0을 원소로 갖는 원소가 1개인 집합이다.

문제 5 (1) 3 (2) 50 (3) 0 (4) 1

02 집합 사이의 포함 관계

178 ~ 179쪽

준비하기 (1) $\{1, 3, 5, 15\}$ (2) $\{8, 16, 24, \dots\}$

생각 열기 속한다.

문제 1 (1) $A \subset B$ (2) $A \subset B, B \subset A$

(3) $A \subset B, B \subset A$ (4) $B \subset A$

(1)~(4)에서 $A=B$ 인 것은 (2), (3)이다.

문제 2 (1)

원소의 개수	부분집합
0	\emptyset
1	$\{a\}, \{b\}, \{c\}$
2	$\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$
3	$\{a, b, c\}$

(2) 부분집합의 개수: 8, 진부분집합의 개수: 7

문제 3 $A = \{l, a, t, e\}$, $B = \{l, a, t, e, r\}$,
 $C = \{l, a, t, e, r\}$ 에서 $A \subset C$ 이지만 $A \neq C$ 이므로
 집합 A 는 집합 C 의 진부분집합이고, $B = C$ 이므로
 집합 B 는 집합 C 의 진부분집합이 아니다.

03 합집합과 교집합

180 ~ 183쪽

- 준비하기** (1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20
 (2) 3, 6, 9, 12, 15, 18
 (3) 6, 12, 18

생각 열기 ① A형, B형, AB형 ② AB형

- 문제 1** (1) $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4, 8\}$
 (2) $A \cup B = \{x | x \text{는 정수}\}$, $A \cap B = \{-5, 3\}$

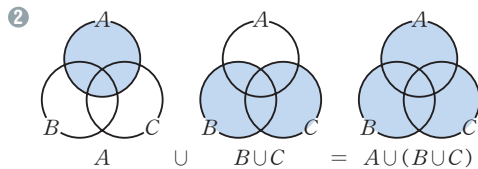
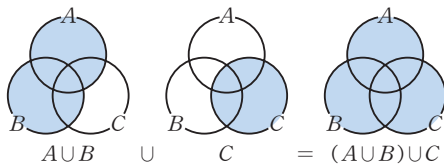
생각 토크 공집합

- 문제 2** (1), (3)

- 함께하기** ① $n(A) = 4$, $n(B) = 3$, $n(A \cup B) = 5$
 $n(A \cap B) = 2$
 ② $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5$
 즉, $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$
 가 성립한다.

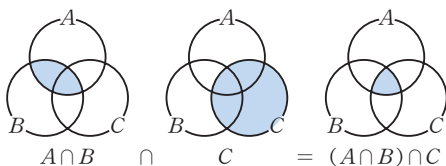
문제 3 4

함께하기 ①

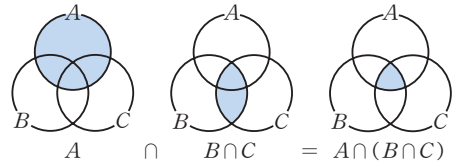


따라서 $(A \cup B) \cap C = A \cap (B \cup C)$ 가 성립한다.

문제 4 [좌변]

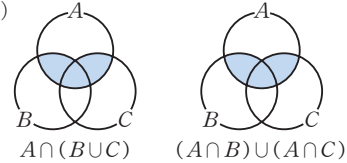


[우변]



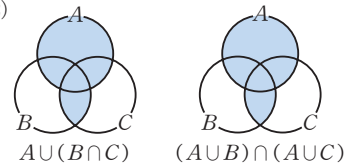
따라서 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 가 성립한다.

문제 5 (1)



따라서 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 가 성립한다.

(2)



따라서 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 가 성립한다.

문제 6 $\{a, b, c, d\}$

04 여집합과 차집합

184 ~ 187쪽

- 준비하기** (1) $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ (2) $\{2, 6\}$

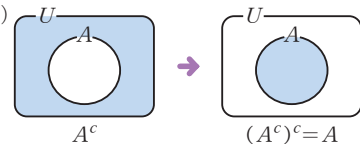
생각 열기 예시 태권도, 사이클, 양궁

- 문제 1** (1) $A^c = \{1, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$
 (2) $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

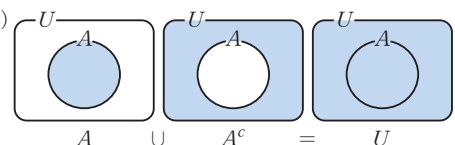
- 문제 2** (1) $A - B = \{b, c, d\}$, $B - A = \emptyset$
 (2) $A - B = \{1, 3, 12\}$, $B - A = \{8, 10\}$

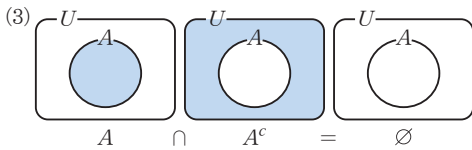
생각 토크 $A \subset B$

문제 3 (1)

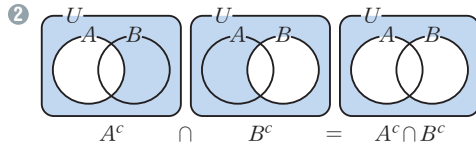
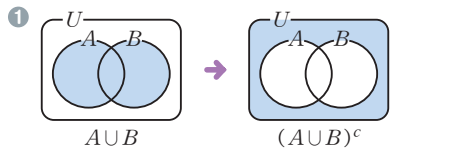


(2)



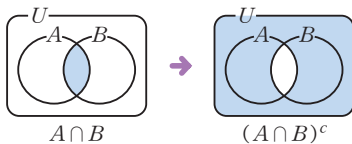


함께하기

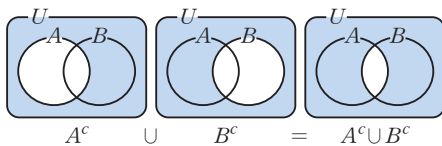


따라서 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ 가 성립한다.

문제 4 [좌변]

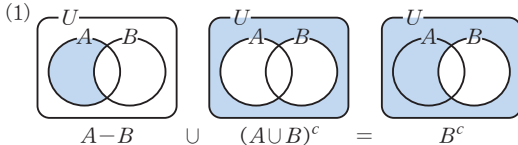


[우변]



따라서 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ 가 성립한다.

문제 5



$$\begin{aligned} (2) & (A - B) \cup (A \cup B)^c \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cup B)^c \\ &= (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cap B^c \\ &= U \cap B^c \\ &= B^c \end{aligned}$$

문제 6 10

문제 7 5

IV -1 중단원 마무리하기

189 ~ 191쪽

01 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

02 (1) {1, 2, 7, 14} (2) {-1, 4}

03 (1) $A \subset B$ (2) $B \subset A$

04 (1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12}

(2) {2, 3}

(3) {1, 4, 6, 8, 9, 10, 12}

(4) {5, 7, 11}

05 $\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}$

06 **문제 이해** $A \cap X = \emptyset$ 에서 두 집합 X 와 A 는 서로소이고, $B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$ 이다. ▶ 30 %

해결 과정 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로 X 는 집합 B 의 부분집합 중에서 A 와 서로소인 집합, 즉 $B - A = \{2, 10\}$ 의 부분집합과 같다. ▶ 40 %

답 구하기 따라서 조건을 만족시키는 집합 X 는 $\emptyset, \{2\}, \{10\}, \{2, 10\}$ 이고, 그 개수는 4이다. ▶ 30 %

07 22

08 7

09 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 10 20

$$\begin{aligned} 11 & (A - B) - C = (A \cap B^c) - C \\ &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cup C)^c \end{aligned}$$

12 선호도 조사에 참여한 학생 전체의 집합을 U , 두 가지 안 A, B 를 택한 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면 A 안과 B 안을 모두 택한 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로

$$\begin{aligned} n(U) &= 50, \quad n(A) = 28, \quad n(B) = 35 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 28 + 35 - n(A \cap B) \end{aligned}$$

그런데 $n(A \cup B) \leq n(U) = 50$ 이므로

$$n(A \cap B) \geq 13$$

또, $n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $A \cap B = A$, 즉

$$n(A \cap B) = 28 \text{ 일 때 이므로}$$

$$13 \leq n(A \cap B) \leq 28$$

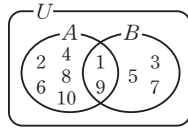
따라서 구하는 최댓값은 28, 최솟값은 13이다.

13 **해결 과정** $A - B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이고,

$$\begin{aligned} (A \cup B) \cap A^c &= (A \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \\ &= \emptyset \cup (B - A) \\ &= B - A \\ &= \{3, 5, 7\} \end{aligned}$$

▶ 50 %

오른쪽 벤다이어그램과 같이
 $A \cap B$ 에 두 원소 1, 9가 모두 속
 할 때, 집합 A 의 원소의 개수가
 최대이다. ▶ 20 %



답 구하기 따라서 구하는 집합 B 는

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

▶ 30 %

- 14 100 미만의 자연수 전체의 집합을 U , 7의 배수의 집합을 A , 5로 나누었을 때의 나머지가 3인 자연수의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 99, \quad n(A) = 14, \quad n(B) = 20$$

$$n(A \cap B) = 3$$

7의 배수가 아니고, 5로 나누었을 때의 나머지가 3이 아닌 자연수의 집합은 $A^c \cap B^c$ 이므로

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$n(A \cup B) = 14 + 20 - 3 = 31$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 99 - 31 = 68 \end{aligned}$$

2 명제

01 명제와 조건

193 ~ 198쪽

준비하기 $A = \{1\}$

생각 열기 ①: 참 ②: 거짓

문제 1 명제: (1), (3), (4)

(1) 거짓 (3) 참 (4) 참

문제 2 (1) 7은 소수가 아니다. (거짓) (2) $2 > \sqrt{2}$ (참)

문제 3 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$\sim p$ 의 진리집합은

$$P^c = \{x \mid x > 8 \text{인 자연수}\}$$

문제 4 (1) 거짓 (2) 참

생각 열기 ①: 거짓 ②: 참 ③: 참 ④: 거짓

문제 5 (1) 참 (2) 거짓

문제 6 (1) 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + x + 1 \geq 0$ 이다. (참)

(2) 모든 사다리꼴은 평행사변형이 아니다. (거짓)

문제 7 [이해] $n=1$ 일 때, $1^2 + 3 \times 1 = 1 \times (1 + 3) = 4$ 이

므로 $1^2 + 3 \times 1$ 은 짝수

$n=2$ 일 때, $2^2 + 3 \times 2 = 2 \times (2 + 3) = 10$ 이

므로 $2^2 + 3 \times 2$ 는 짝수

[증명] 일반적으로 $n^2 + 3n = n(n + 3)$ 이 성립한다.

이때 n 이 홀수이면 $n + 3$ 은 짝수이고, n 이 짝수이면 $n + 3$ 은 홀수이다.

그런데 짝수와 홀수의 곱은 짝수이므로, 어느 경우이든 $n(n + 3)$ 은 짝수이다. 따라서 자연수 n 에 대하여 $n^2 + 3n$ 은 짝수이다.

생각 넓히기 ① 이발사가 자신의 면도를 한다면, 스스로 면도를 하는 사람이 되므로 선언한 문장에 위배된다. 반대로 이발사가 자신의 면도를 하지 않는다면, 스스로 면도를 하지 않는 사람이 되므로 선언한 문장에 따라 스스로 면도를 해야 한다.

② **예시** 크레타인의 역설로 “모든 크레타인은 거짓말만 한다.”라고 어느 크레타인이 말했다는 것이다.

02 명제의 역과 대우

199 ~ 201쪽

준비하기 (1) 참 (2) 거짓

생각 열기 ① 가정: $\square ABCD$ 는 마름모이다.

결론: $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

② $\square ABCD$ 가 평행사변형이면 $\square ABCD$ 는 마름모이다.

문제 1 (1) 역: $\sqrt{x} > 2$ 이면 $x > 4$ 이다.

대우: $\sqrt{x} \leq 2$ 이면 $x \leq 4$ 이다.

(2) 역: 정사각형은 직사각형이다.

대우: 정사각형이 아니면 직사각형이 아니다.

문제 2 주어진 명제의 대우는 ‘자연수 n 에 대하여 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’이다. n 이 짝수이면 $n = 2k$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있다. 이때

$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \times 2k^2$$

이므로 n^2 도 짝수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

문제 3 주어진 명제의 대우는 ‘ $a=0$ 또는 $b=0$ 이면 $ab=0$ 이다.’이다.

$a=0$ 이면 b 의 값에 관계없이 $ab=0$ 이고, $b=0$ 이면 a 의 값에 관계없이 $ab=0$ 이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제 도 참이다.

문제 4 $1+\sqrt{2}$ 가 무리수가 아니라고 가정하면 $1+\sqrt{2}$ 는 유리수이므로

$$1+\sqrt{2}=a \quad (a \text{는 유리수})$$

로 나타낼 수 있다. 즉, $\sqrt{2}=a-1$ 이고 유리수끼리의 뺄셈은 유리수이므로 $a-1$ 은 유리수이다.

그런데 좌변의 $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로 모순이다.

따라서 $1+\sqrt{2}$ 는 무리수이다.

03 충분조건과 필요조건

202 ~ 203쪽

준비하기 (2)

생각 열기 양배추, 브로콜리

문제 1 (1) 충분조건 (2) 필요충분조건

생각 넓히기 (i) ‘ $A \cap B = A \implies A \subset B$ ’의 증명

$A \cap B = A$ 이면 A 의 모든 원소가 B 에 속하므로 $A \subset B$ 이다.

(ii) ‘ $A \subset B \implies A \cap B = A$ ’의 증명

$A \subset B$ 이면 A 의 원소 중에서 B 에 속하지 않는 원소가 없으므로 $A \cap B = A$ 이다.

(i), (ii)에서 $A \cap B = A$ 는 $A \subset B$ 이기 위한 필요충분조건이다.

04 절대부등식

204 ~ 205쪽

준비하기 (1) $x \geq 4$ (2) 모든 실수

생각 열기 바깥쪽 정사각형의 한 변의 길이가 $x+1$ 이므로 넓이는 $(x+1)^2$ 이고, 색칠된 부분의 넓이는 넓이가 x 인 직사각형 네 개의 합이므로 $4x$ 이다.

따라서 $(x+1)^2 \geq 4x$ 가 성립한다.

여기서 등호는 $x=1$ 일 때 성립한다.

문제 1 (1) $(a+b)^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

그런데 $(a-b)^2 \geq 0$ 이므로

$$(a+b)^2 - 4ab \geq 0$$

따라서 $(a+b)^2 \geq 4ab$

여기서 등호는 $a-b=0$, 즉 $a=b$ 일 때 성립한다.

(2) $a^2 + 2ab + 2b^2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2$

$$= (a+b)^2 + b^2$$

그런데 $(a+b)^2 \geq 0$, $b^2 \geq 0$ 이므로

$$a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$$

여기서 등호는 $a+b=0$ 이고 $b=0$, 즉 $a=b=0$ 일 때 성립한다.

문제 2 (1) $a > 0$, $\frac{1}{a} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \times \frac{1}{a}} = 2$$

따라서 $a + \frac{1}{a} \geq 2$

여기서 등호는 $a = \frac{1}{a}$, 즉 $a=1$ 일 때 성립한다.

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b} &= \frac{(a+b)\sqrt{ab} - 2ab}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a+b} \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

여기서 등호는 $\sqrt{a} = \sqrt{b}$, 즉 $a=b$ 일 때 성립한다.

문제 3 (1) $|a-b| \geq 0$, $|a|+|b| \geq 0$ 이므로 주어진 부등식의 양변을 제곱하여 증명하면 된다.

$$\begin{aligned} &(|a|+|b|)^2 - |a-b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a-b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| + ab) \end{aligned}$$

그런데 $|ab| \geq -ab$ 이므로

$$2(|ab| + ab) \geq 0$$

따라서 $|a-b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 이므로

$$|a-b| \leq |a|+|b|$$

여기서 등호는 $|ab| = -ab$, 즉 $ab \leq 0$ 일 때 성립한다.

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & |a-b|^2 - (|a| - |b|)^2 \\
 &= (a-b)^2 - (|a|^2 - 2|a||b| + |b|^2) \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2|ab| - b^2 \\
 &= 2(|ab| - ab)
 \end{aligned}$$

그런데 $|ab| \geq ab$ 이므로

$$2(|ab| - ab) \geq 0$$

따라서 $(|a| - |b|)^2 \leq |a-b|^2$

(i) $|a| \geq |b|$ 일 때,

$$|a| - |b| \geq 0, |a-b| \geq 0 \text{이므로}$$

$$|a| - |b| \leq |a-b|$$

(ii) $|a| < |b|$ 일 때,

$$|a| - |b| < 0, |a-b| > 0 \text{이므로}$$

$$|a| - |b| < |a-b|$$

(i), (ii)에서 $|a| - |b| \leq |a-b|$

여기서 등호는 $|ab| = ab$ 이고 $|a| \geq |b|$,

즉 $ab \geq 0$ 이고 $|a| \geq |b|$ 일 때 성립한다.

탐구 & 융합

206쪽

$\triangle DCO$ 와 $\triangle DEC$ 는 닮은 도형이므로

$$\overline{DC} : \overline{DO} = \overline{DE} : \overline{DC} \text{에서}$$

$$\overline{DE} \times \overline{DO} = \overline{DC}^2$$

$$\text{따라서 } \overline{DE} = \frac{\overline{DC}^2}{\overline{DO}} = \frac{ab}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2ab}{a+b}$$

IV -2 중단원 마무리하기

207~209쪽

01 명제: (1), (3), (4)

(1) 참 (3) 참 (4) 거짓

02 (1) {2} (2) {2, 3, 4} (3) {1, 3, 4, 5} (4) {1, 5}

03 (1) 역: $ac=bc$ 이면 $a=b$ 이다.

대우: $ac \neq bc$ 이면 $a \neq b$ 이다.

(2) 역: $x^2+x-2=0$ 이면 $x+2=0$ 이다.

대우: $x^2+x-2 \neq 0$ 이면 $x+2 \neq 0$ 이다.

04 (1) 필요조건 (2) 필요충분조건

05 \neg, \cap

06 (1) 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+x \leq 2$ 이다. (참)

(2) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2-3x-4 \neq 0$ 이다. (거짓)

07 (1) 역: $a+b=5$ 이면 $a=2, b=3$ 이다. (거짓)

대우: $a+b \neq 5$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다. (참)

(2) 역: $x=0$ 또는 $x=1$ 이면 $x^2-x=0$ 이다. (참)

대우: $x \neq 0$ 이고 $x \neq 1$ 이면 $x^2-x \neq 0$ 이다. (참)

(3) 역: 두 삼각형이 서로 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다. (참)

대우: 두 삼각형이 서로 합동이 아니면 두 삼각형의 넓이는 같지 않다. (거짓)

08 \neg, \cap

09 (1) 충분 (2) 필요충분 (3) 필요

10 \neg, \cap, \cup

11 해결과정 $8a + \frac{2}{a-1}$ 에서

$$8(a-1) + \frac{2}{a-1} + 8$$

$$a > 1 \text{이므로 } 8(a-1) > 0, \frac{2}{a-1} > 0 \quad \blacktriangleright 30\%$$

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$8a + \frac{2}{a-1} = 8(a-1) + \frac{2}{a-1} + 8$$

$$\geq 2\sqrt{8(a-1) \times \frac{2}{a-1}} + 8$$

$$= 16 \quad \blacktriangleright 30\%$$

여기서 등호는 $8(a-1) = \frac{2}{a-1}$, 즉 $a = \frac{3}{2}$ 일 때 성립

한다. $\blacktriangleright 30\%$

답구하기 따라서 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값은 16이다.

$\blacktriangleright 10\%$

12 n 이 3의 배수가 아니라고 가정하면

$$n = 3k+1 \text{ 또는 } n = 3k+2 \text{ (} k \text{는 0 또는 자연수)}$$

로 나타낼 수 있다.

(i) $n = 3k+1$ 일 때,

$$n^2 = (3k+1)^2$$

$$= 3(3k^2+2k)+1$$

이므로 n^2 은 3의 배수가 아니다.

(ii) $n = 3k+2$ 일 때,

$$n^2 = (3k+2)^2$$

$$= 3(3k^2+4k+1)+1$$

이므로 n^2 은 3의 배수가 아니다.

(i), (ii)에서 n^2 이 3의 배수라는 가정에 모순이다.
따라서 주어진 명제는 참이다.

- 13 (1) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2$
 $=a^2y^2+b^2x^2-2abxy$
 $=(ay-bx)^2 \geq 0$
따라서 $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$
여기서 등호는 $ay-bx=0$, 즉 $ay=bx$ 일 때 성립한다.
- (2) 문제 이해 (1)에서
 $(3^2+4^2)(x^2+y^2) \geq (3x+4y)^2$ ▶ 20 %
- 해결 과정 $x^2+y^2=9$ 이므로
 $25 \times 9 \geq (3x+4y)^2$,
 $(3x+4y)^2 \leq 225$
따라서 $-15 \leq 3x+4y \leq 15$ ▶ 50 %
- 답구하기 즉, $x=\frac{9}{5}, y=\frac{12}{5}$ 일 때 $3x+4y$ 의 최댓값은 15이다. ▶ 30 %

IV 대단원 평가하기 210~213쪽

- 01 ③ 02 ④
- 03 8 04 2
- 05 $B=\{3, 9, 15\}$ 06 6
- 07 12 08 50
- 09 ② 10 ④
- 11 28 12 ④
- 13 ⑤ 14 ③
- 15 역: $(A \cap C) \subset (B \cap C)$ 이면 $A \subset B$ 이다. (거짓)
대우: $(A \cap C) \not\subset (B \cap C)$ 이면 $A \not\subset B$ 이다. (참)
- 16 \supset, \subset 17 ②
- 18 ③ 19 ⑤
- 20 ⑤

- 21 문제 이해 적어도 한 동아리에 가입한 학생 전체의 집합을 U , 만화 창작, 실용 음악 동아리에 가입한 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면, 댄스 동아리에만 가입한 학생의 집합은 $(A \cup B)^c$ 이다. ▶ 20 %

해결 과정 $n(U)=48, n(A)=24, n(B)=30$
 $n(A \cap B)=11$

이므로

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 24 + 30 - 11 \\ &= 43 \end{aligned}$$

답구하기 댄스 동아리에만 가입한 학생 수는

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 48 - 43 \\ &= 5 \end{aligned}$$

- 22 해결 과정 $x^2-8x+a \geq 0$ 에서
 $x^2-8x+a = (x-4)^2 + a - 16 \geq 0$ ▶ 40 %
모든 실수 x 에 대하여 위의 부등식이 성립하도록 하려면
 $a-16 \geq 0$ 에서 $a \geq 16$ ▶ 40 %
- 답구하기 따라서 a 의 최솟값은 16이다. ▶ 20 %

- 23 (1) 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면
 $P = \{x \mid -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}\}$
 $Q = \{x \mid x^2 - 2x < 3\}$
 $= \{x \mid (x-3)(x+1) < 0\}$
 $= \{x \mid -1 < x < 3\}$
 $R = \{x \mid x < b\}$ ▶ 50 %
이때 $p \implies q$ 이고 $q \implies r$ 이므로
 $P \subset Q \subset R$
 $-1 \leq -\sqrt{a}, \sqrt{a} \leq 3$ 이고, $b \geq 3$ 이어야 하므로
 $0 < a \leq 1, b \geq 3$ ▶ 40 %
- (2) a 의 최댓값은 1, b 의 최솟값은 3이므로 구하는 합은 4이다. ▶ 10 %

- 24 해결 과정 $a^3+b^3-ab(a+b)$
 $= (a+b)(a^2-ab+b^2) - ab(a+b)$
 $= (a+b)(a-b)^2$ ▶ 50 %

답구하기 그런데 $a+b > 0, (a-b)^2 \geq 0$ 이므로

$$(a+b)(a-b)^2 \geq 0$$

따라서 $a^3+b^3 \geq ab(a+b)$ ▶ 30 %

여기서 등호는 $a=b$ 일 때 성립한다. ▶ 20 %

V 함수

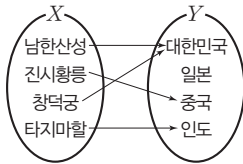
1 함수

01 함수

219~223쪽

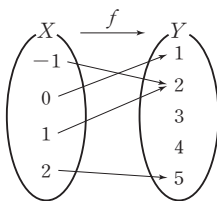
준비하기 $y=4x$

생각 열기



문제 1 (2)

문제 2 (1)



(2) 정의역: $\{-1, 0, 1, 2\}$,
공역: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$,
치역: $\{1, 2, 5\}$

문제 3 (1) 정의역: $\{x|x \text{는 실수}\}$,
치역: $\{y|y \text{는 실수}\}$

(2) 정의역: $\{x|x \text{는 실수}\}$,
치역: $\{y|y \leq 2 \text{인 실수}\}$

문제 4 (1)

x	-1	0	1
$f(x)$	2	1	2
$g(x)$	2	1	2

(2) 두 함수 f 와 g 는 서로 같다.

문제 5 함수의 그래프: (1)

(2)와 (3)은 정의역의 원소 중에서 그에 대응하는 함수 값이 한 개가 아닌 것이 있으므로 함수의 그래프가 아니다.

생각톡톡 일대일함수이다.

문제 6 (1), (4)

문제 7 항등함수: (1)

상수함수: (3)

생각 넓히기 ① 학생 1명에 의자 1개가 대응되므로 일대일 대응이다. 일대일대응은 아니지만 일대일함수가 되려면 의자는 최소 4개가 있어야 한다.

② 독서 동아리 부원 전체가 투표용지에 각자 자기 자신의 이름을 써내는 경우에 항등함수가 되고, 모두 동일한 한 명의 이름을 써내는 경우에 상수함수가 된다.

02 합성함수

224~225쪽

준비하기 (1) -3 (2) $-\frac{11}{2}$

생각 열기 119

문제 1 (1) $(g \circ f)(x) = -x^2 - 4x - 4$

(2) $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

(3) $(f \circ f)(x) = x + 4$

(4) $(g \circ g)(x) = -x^4$

문제 2 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = 3x$ 이므로

$((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ g)(h(x))$

$= (f \circ g)(x^2 - 2)$

$= 3(x^2 - 2)$

$= 3x^2 - 6$

$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(x^2 - 2) = 3x^2 - 7$

이므로

$(f \circ (g \circ h))(x) = f((g \circ h)(x))$

$= f(3x^2 - 7)$

$= 3x^2 - 6$

따라서 $((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ (g \circ h))(x)$

03 역함수

227~230쪽

준비하기 (1) $\{1, 3, 5, 7\}$ (2) 3

생각 열기 ① 태환: 1, 세미: 3, 경훈: 4, 민정: 2

② 1: 태환, 2: 민정, 3: 세미, 4: 경훈

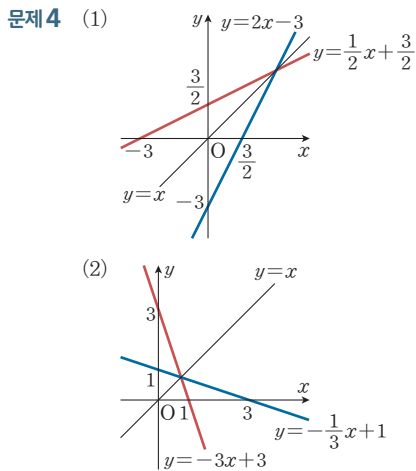
문제 1 (1) -1 (2) -3 (3) 1 (4) 5

생각특독 같다.

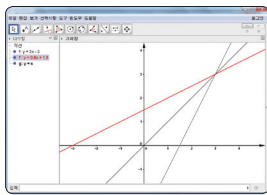
문제 2 (1) $y=x-5$ (2) $y=-3x+12$

함께하기 ① $(g \circ f)(x) = -3x+4$
 $(g \circ f)^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
 $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
 $g^{-1}(x) = -x+2$
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
 ② $(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$
 따라서 $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

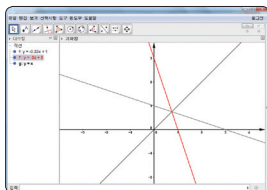
문제 3 $\frac{8}{3}$



공학척 도구 (1) $y=2x-3$

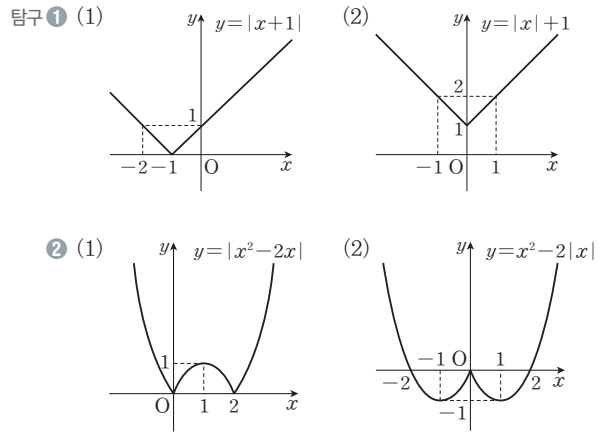


(2) $y = -\frac{1}{3}x + 1$



탐구 & 융합

231쪽



V -1 중단원 마무리하기

232~234쪽

01 (1), (2)

02 일대일대응: \perp , \supset , 항등함수: \perp , 상수함수: \supset

03 (1) 2

(2) 5

(3) $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 1$ (4) $(f \circ f)(x) = 4x - 9$

04 (1) -1 (2) $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$

05 $a=4, b=-1$

06 -7

07 (1) 4 (2) 4 (3) 3 (4) 3

08 $h(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ 09 $\frac{5}{2}$

10 **해결 과정** $f(x)=ax+b$ 의 그래프가 점 $(1, -5)$ 를 지나므로

$$f(1)=a+b=-5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \quad \blacktriangleright 30\%$$

$y=f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 $(1, -5)$ 를 지나므로 $f^{-1}(1)=-5$ 에서 $f(-5)=1$ 이므로

$$f(-5)=-5a+b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \quad \blacktriangleright 30\%$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-4 \quad \blacktriangleright 20\%$$

답 구하기 따라서 구하는 값은

$$2a-3b=10 \quad \blacktriangleright 20\%$$

11 (1) c (2) a (3) b

- 12 **문제 이해** $f(x)=ax+b$ 가 일대일대응이 되려면 함수의 그래프가 두 점 $(-1, 1)$, $(2, 7)$ 을 지나거나 두 점 $(-1, 7)$, $(2, 1)$ 을 지나야 한다. ▶ 30 %

해결 과정 (i) 두 점 $(-1, 1)$, $(2, 7)$ 을 지날 때,

$$f(-1) = -a + b = 1$$

$$f(2) = 2a + b = 7$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, b=3$$

따라서 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 3)$ ▶ 30 %

(ii) 두 점 $(-1, 7)$, $(2, 1)$ 을 지날 때,

$$f(-1) = -a + b = 7$$

$$f(2) = 2a + b = 1$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=5$$

따라서 순서쌍 (a, b) 는 $(-2, 5)$ ▶ 30 %

답 구하기 (i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b) 는

$(2, 3)$, $(-2, 5)$ ▶ 10 %

- 13 $f(x)=ax+b$ 이므로
 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax+b)$
 $= a(ax+b) + b$
 $= a^2x + ab + b$

이때 $(f \circ f)(x) = 4x + 6$ 이므로

$$a^2 = 4, ab + b = 6$$

(i) $a=2$ 일 때, $2b+b=6$ 에서 $b=2$

(ii) $a=-2$ 일 때, $-2b+b=6$ 에서 $b=-6$

(i), (ii)에서 구하는 함수는

$$f(x) = 2x + 2 \text{ 또는 } f(x) = -2x - 6$$

- 14 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & (x \geq 0) \\ -x^2 + a & (x < 0) \end{cases}$
 $f^{-1}(1) = 2$ 에서 $f(2) = 1$ 이므로
 $f(2) = 4 + a = 1, a = -3$
 따라서 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & (x \geq 0) \\ -x^2 - 3 & (x < 0) \end{cases}$
 $(f \circ f)^{-1}(1) = f^{-1}(f^{-1}(1)) = f^{-1}(2)$ 에서
 $f^{-1}(2) = k$ 라 하면 $f(k) = 2 > 0$ 이므로 $k \geq 0$
 $f(k) = k^2 - 3 = 2, k^2 = 5, k = \pm\sqrt{5}$
 이때 $k \geq 0$ 이므로 $k = \sqrt{5}$
 즉, 구하는 값은 $(f \circ f)^{-1}(1) = \sqrt{5}$

2 유리함수와 무리함수

01 유리함수

236 ~ 241 쪽

준비하기 1 $2x-1$ 2 $y=(x-2)^2-1$

생각 열기 $\frac{120}{x+200}$

문제 1 (1), (3)

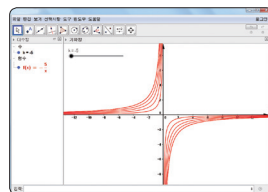
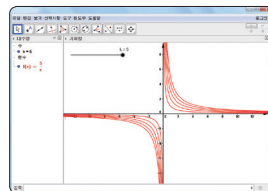
문제 2 (1) $\frac{3(x-1)}{(x-2)(x+1)}$ (2) $\frac{x+3}{x(x-1)}$

문제 3 (1) $\frac{x-2}{(x-1)^2}$ (2) $\frac{2}{x-1}$

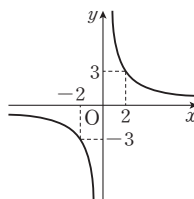
생각 토크 실수 전체의 집합

문제 4 (1) $\{x | x \neq 1 \text{인 실수}\}$
 (2) $\{x | x \neq -\frac{2}{3} \text{인 실수}\}$

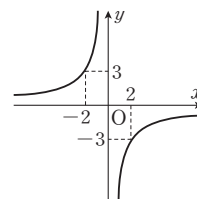
함께하기



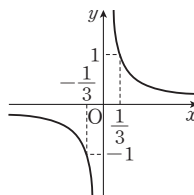
문제 5 (1)



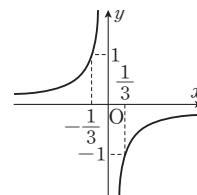
(2)



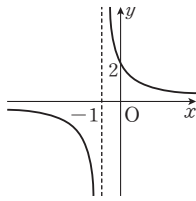
(3)



(4)

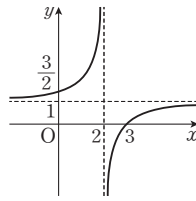


문제 6 (1)



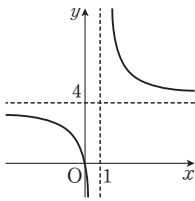
점근선: $x = -1$
 $y = 0$

(2)



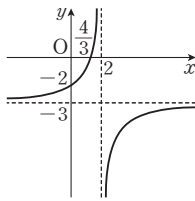
점근선: $x = 2$
 $y = 1$

문제 7 (1)



점근선: $x = 1$
 $y = 4$

(2)



점근선: $x = 2$
 $y = -3$

생각 넓히기 ① $y = \frac{k}{x-2} - 1$ ($k \neq 0$)

② 1

③ $y = \frac{-x+3}{x-2}$

공학적 도구

242쪽

(1) $b > -2$: () 꼴의 그래프

$b = -2$: 직선 $y = 1$

$b < -2$: () 꼴의 그래프

b 의 값이 변해도 $b \neq -2$ 인 경우에 두 점근선 $x = 2$, $y = 1$ 은 변하지 않는다.

(2) $c > 0$ 또는 $-1 < c < 0$: () 꼴의 그래프

$c = 0$: 직선 $y = -\frac{1}{2}x - 1$

$c = -1$: 직선 $y = -1$

$c < -1$: () 꼴의 그래프

c 의 값이 변해도 y 절편은 항상 -1 이고, $c \neq -1$ 인 경우에는 x 절편은 항상 -2 이다.

(3) $d > 2$: () 꼴의 그래프

$d = 2$: 직선 $y = 1$

$d < 2$: () 꼴의 그래프

d 의 값이 변해도 $d \neq 2$ 인 경우에 x 절편은 항상 -2 이고, 두 점근선 중에서 직선 $y = 1$ 은 변하지 않는다.

02 무리함수

243 ~ 248쪽

준비하기 1 $\sqrt{3}$

$$2 \ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

생각 열기 $\sqrt{\frac{x}{4.9}}$

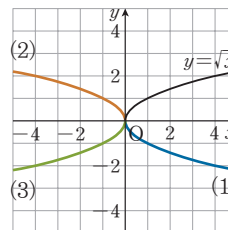
문제 1 (1) $x \geq -\frac{1}{2}$ (2) $x < 3$

문제 2 (1) x (2) $\frac{2x+8}{x-4}$

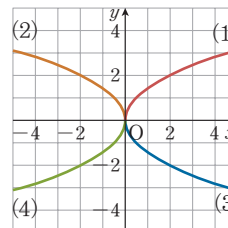
문제 3 (1) $2(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1})$
(2) $2x - 1 + 2\sqrt{x^2 - x}$

문제 4 (1) $\{x | x \geq 2\}$ (2) $\{x | x \leq \frac{3}{2}\}$

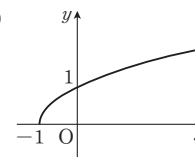
문제 5



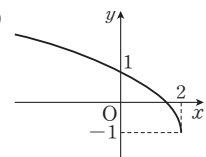
문제 6



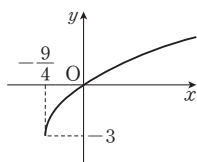
문제 7 (1)



(2)



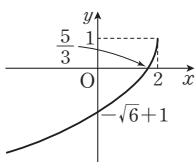
문제 8 (1)



정의역: $\{x | x \geq -\frac{9}{4}\}$

치역: $\{y | y \geq -3\}$

(2)

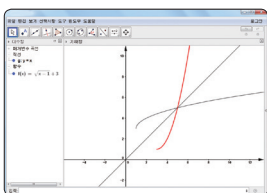


정의역: $\{x | x \leq 2\}$

치역: $\{y | y \leq 1\}$

생각 넓히기 ① 정의역: $\{x | x \geq 1\}$, 치역: $\{y | y \geq 3\}$

②



정의역: $\{x | x \geq 3\}$, 치역: $\{y | y \geq 1\}$

③ 원래 함수의 정의역은 그 역함수의 치역, 원래 함수의 치역은 그 역함수의 정의역과 같다.

V -2 중단원 마무리하기

249~251쪽

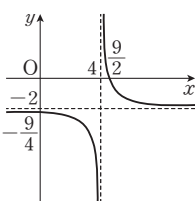
01 (1) $-\frac{1}{x(x-5)}$ (2) $\frac{x(x+2)}{x+1}$

02 (1) 정의역: $\{x | x \neq 4 \text{인 실수}\}$

치역: $\{y | y \neq -2 \text{인 실수}\}$

점근선: $x=4$

$y=-2$

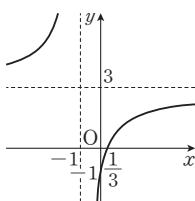


(2) 정의역: $\{x | x \neq -1 \text{인 실수}\}$

치역: $\{y | y \neq 3 \text{인 실수}\}$

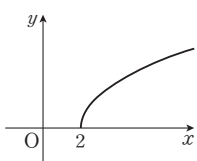
점근선: $x=-1$

$y=3$



03 (1) $-3x+7$ (2) $2(\sqrt{x+4}+\sqrt{x+2})$

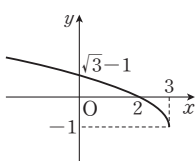
04 (1)



정의역: $\{x | x \geq 2\}$

치역: $\{y | y \geq 0\}$

(2)



정의역: $\{x | x \leq 3\}$

치역: $\{y | y \geq -1\}$

05 -4

06 $a=2, b=1$

07 4

08 $\sqrt{x+3}-\sqrt{x}$

09 -1

10 $a=-3, b=7$

11 **해결과정** $y=\sqrt{ax} (a \neq 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$y=\sqrt{a(x-2)}+1$ ①

▶ 30 %

①의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$3=\sqrt{-2a}+1, \quad \sqrt{-2a}=2,$

$a=-2$

▶ 30 %

$a=-2$ 를 ①에 대입하면

$y=\sqrt{-2(x-2)}+1$

$=\sqrt{-2x+4}+1$

이므로 $b=4, c=1$

▶ 30 %

답구하기 따라서 구하는 값은

$a^2+b^2+c^2=21$

▶ 10 %

12 $(f \circ g)(x)=x$ 가 되려면 $y=g(x)$ 는 $y=f(x)$ 의 역함수이어야 한다.

$y=\frac{3x+5}{2x-4}$ 를 x 에 대하여 풀면

$x=\frac{4y+5}{2y-3}$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$y=\frac{4x+5}{2x-3}$

따라서 $g(x)=\frac{4x+5}{2x-3}=\frac{11}{2x-3}+2$ 이므로 이 함수

의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=\frac{3}{2}$ 과 $y=2$ 이다.

13 점 P의 x 좌표를 $a (a > 1)$ 라 하면

$P(a, \frac{16}{a-1}+2), Q(a, 2), R(1, \frac{16}{a-1}+2)$

따라서 $\overline{PQ}=\frac{16}{a-1}+2-2=\frac{16}{a-1} > 0$

$\overline{PR}=a-1 > 0$

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

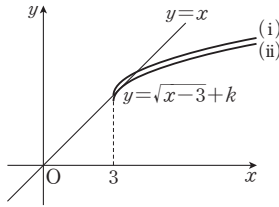
$\overline{PQ}+\overline{PR}=\frac{16}{a-1}+a-1$

$\geq 2\sqrt{\frac{16}{a-1} \times (a-1)}=8$

여기서 등호는 $\frac{16}{a-1}=a-1$, 즉 $a=5$ 일 때 성립한다.

따라서 구하는 최솟값은 8이다.

- 14 **문제이해** 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 가 만나는 점의 x 좌표는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 가 만나는 점의 x 좌표와 같다. ▶ 20 %



해결과정 (i) $y=\sqrt{x-3}+k$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 점 $(3, k)$ 가 직선 $y=x$ 위에 있으면 $k=3$ 이므로 $k \leq 3$ ▶ 30 %

(ii) $y=\sqrt{x-3}+k$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 한 점에서 만날 때, $\sqrt{x-3}+k=x$ 에서
 $\sqrt{x-3}=x-k$

위의 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x-3=x^2-2kx+k^2,$$

$$x^2-(2k+1)x+k^2+3=0$$

위의 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=(2k+1)^2-4 \times 1 \times (k^2+3) > 0 \text{에서}$$

$$k > \frac{11}{4} \quad \text{▶ 40 \%}$$

답구하기 (i), (ii)에서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$\frac{11}{4} < k \leq 3 \quad \text{▶ 10 \%}$$

V 대단원 평가하기 252~255쪽

- | | |
|------------------|--------|
| 01 $a=1, b=1$ | 02 9 |
| 03 ② | 04 1 |
| 05 ① | 06 -5 |
| 07 5 | 08 10 |
| 09 $\frac{3}{2}$ | 10 ⑤ |
| 11 8 | 12 102 |

- 13 $3x+1=t$ 라 하면 $x=\frac{t-1}{3}$ 이므로

$$f(t)=6 \times \frac{t-1}{3}-5, \quad f(t)=2t-7$$

즉 $f(x)=2x-7$ 이고, 함수 $y=f(x)$ 의 역함수를 구하기 위해 $y=2x-7$ 을 x 에 대하여 풀면

$$x=\frac{1}{2}y+\frac{7}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$ 이

$$\text{므로 } f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$$

이때 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{7}{2}$ 이므로 구하는 값은

$$a+b=\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=4$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

- 14 10 15 2

- 16 ② 17 7

- 18 5 19 -1

- 20 5

- 21 주어진 함수의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=1, y=2$

$$\text{이므로 } y=\frac{k}{x-1}+2$$

이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1=\frac{k}{0-1}+2, \quad k=1$$

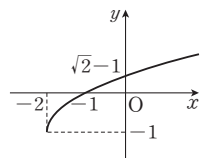
$$\text{즉, } y=\frac{1}{x-1}+2 \text{이므로 } y=\frac{2x-1}{x-1}$$

이때 $a=1, b=2, c=-1$ 이므로

함수 $y=\sqrt{x+2}-1$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같고, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면을 지난다.

따라서 그래프가 지나는 사분면으로 옳은 것은 ③이다.



- 22 **해결과정** $f(2)=2, f(3)=1$ 이면 $f^2=I$ 이므로 모순이다.

즉, $f(2)=1, f(3)=2$ 이어야 한다. ▶ 30 %

이때 $f^3=I$ 이므로 역함수 g 에 대하여

$$g(1)=2, \quad g(2)=3, \quad g(3)=1$$

이고, $g^3=I$ 이므로 $g=g^4=g^7=\dots$

$$g^2=g^5=g^8=\dots, \quad g^3=g^6=g^9=\dots \quad \blacktriangleright 30\%$$

답구하기 따라서 $g^{13}(2)=g(2)=3$,

$$g^{14}(3)=g^2(3)=g(g(3))=g(1)=2$$

이므로 구하는 값은

$$g^{13}(2)+g^{14}(3)=3+2=5 \quad \blacktriangleright 40\%$$

- 23** **해결 과정** 주어진 함수의 그래프는 두 직선의 교점에 대해서도 대칭이다. 두 직선의 방정식

$$y=x-1, \quad y=-x+5$$

를 연립하여 풀면 $x=3, y=2$

즉, 점 (3, 2)에 대하여 대칭이므로 점근선은 두 직선

$$x=3, y=2 \quad \blacktriangleright 40\%$$

$$f(x)=\frac{k}{x-3}+2 \quad (k \neq 0 \text{인 상수}) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 그래프가 점 (1, 3)을 지나므로

$$3=\frac{k}{1-3}+2, \quad k=-2$$

$k=-2$ 를 ①에 대입하면

$$f(x)=\frac{-2}{x-3}+2=\frac{2x-8}{x-3} \quad \blacktriangleright 40\%$$

답구하기 따라서 $f(7)=\frac{2 \times 7 - 8}{7 - 3} = \frac{3}{2} \quad \blacktriangleright 20\%$

- 24** (1) $y=\sqrt{x-1}+1$ 에서

$$y-1=\sqrt{x-1} \quad (y \geq 1)$$

위의 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$y^2-2y+1=x-1, \quad x=y^2-2y+2 \quad (y \geq 1)$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y=x^2-2x+2 \quad (x \geq 1) \quad \blacktriangleright 40\%$$

- (2) 두 함수 $y=f(x)$ 와

$y=f^{-1}(x)$ 의 그래프

가 만나는 점의 x 좌표

는 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래

프와 직선 $y=x$ 가 만나

는 점의 x 좌표와 같다.

$$x^2-2x+2=x \text{에서}$$

$$x^2-3x+2=0, \quad (x-1)(x-2)=0$$

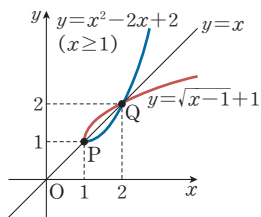
이므로 $x=1$ 또는 $x=2$

즉, 점 P의 좌표는 (1, 1)

점 Q의 좌표는 (2, 2) $\blacktriangleright 50\%$

따라서 구하는 길이는

$$PQ=\sqrt{(2-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{2} \quad \blacktriangleright 10\%$$



VI 경우의 수

1 경우의 수

01 경우의 수

261 ~ 264쪽

준비하기 (1) 3 (2) 4

생각 열기 5

문제 1 7

문제 2 10

생각 열기 6

문제 3 8

문제 4 24

문제 5 (1) 8 (2) 16

문제 6 12

생각 넓히기 ① (i) 합이 3인 경우

(1, 2), (2, 1)의 2가지

(ii) 합이 5인 경우

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

(iii) 합이 7인 경우

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3),

(5, 2), (6, 1)의 6가지

(iv) 합이 9인 경우

(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지

(v) 합이 11인 경우

(5, 6), (6, 5)의 2가지

(i)~(v)에서 합의 법칙에 의하여 눈의 수의

합이 홀수인 경우의 수는

$$2+4+6+4+2=18$$

② 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 3이고, 홀수

의 눈이 나오는 경우의 수는 3이므로, 곱의

법칙에 의하여 (짝수, 홀수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

(홀수, 짝수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

이때 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로,

합의 법칙에 의하여 눈의 수의 합이 홀수인

경우의 수는

$$9+9=18$$

따라서 민지의 방법으로 구한 결과와 서로

같다.

준비하기 81

생각 열기 12

문제 1 (1) 42 (2) 120 (3) 336

문제 2 (1) 120 (2) 6 (3) 1 (4) 720

문제 3 [증명 1]

$$\begin{aligned}
 & {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1} \\
 &= \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r \times \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \\
 &= \frac{(n-r)(n-1)! + r(n-1)!}{(n-r)!} \\
 &= \frac{n(n-1)!}{(n-r)!} \\
 &= \frac{n!}{(n-r)!} = {}_nP_r
 \end{aligned}$$

따라서

$${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

이 성립한다.

[증명 2]

${}_nP_r$ 는 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수이므로 다음의 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) 나열할 r 개 중에서 n 이 포함되지 않는 경우

n 을 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_{n-1}P_r$$

이다.

(ii) 나열할 r 개 중에서 n 이 포함되는 경우

n 을 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 $(r-1)$ 개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수가 ${}_{n-1}P_{r-1}$ 이고 각 경우에 대하여 n 을 이미 배열된 $(r-1)$ 개의 앞, 뒤나 사이에 배열하는 방법이 r 가지이므로 그 경우의 수는

$$r \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

이다.

(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로, 합의 법칙에 의하여

$${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

이 성립한다.

문제 4 (1) 48 (2) 12

문제 5 60

03 조합

270 ~ 272쪽

준비하기 (1) 210 (2) 6

생각 열기 4

문제 1 (1) 28 (2) 1 (3) 1

문제 2 (1) 20 (2) 4845

문제 3 [증명 1]

$$\begin{aligned}
 & {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} \\
 &= \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)! \{(n-1)-(r-1)\}!} \\
 &= \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} \\
 &= \frac{(n-r)(n-1)!}{r!(n-r)!} + \frac{r(n-1)!}{r!(n-r)!} \\
 &= \frac{n(n-1)!}{r!(n-r)!} \\
 &= \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}_nC_r
 \end{aligned}$$

따라서

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

이 성립한다.

[증명 2]

${}_nC_r$ 는 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 택하는 경우의 수이므로 다음의 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) r 개 중에서 n 이 포함되지 않는 경우

n 을 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 r 개를 택하는 경우의 수는

$${}_{n-1}C_r$$

이다.

(ii) r 개 중에서 n 이 포함되는 경우

n 을 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 $(r-1)$ 개를 택하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_{n-1}C_{r-1}$$

이다.

(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로, 합의 법칙에 의하여

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

이 성립한다.

문제 4 (1) 28 (2) 30

문제 5 150

VI-1 중단원 마무리하기

273 ~ 275쪽

01 5

02 8

03 (1) 72 (2) 56 (3) 120 (4) 1

04 (1) 60 (2) 24 (3) 45

05 6

06 40

07 (1) 10 (2) 8

08 (1) 120 (2) 12

09 (1) 576 (2) 720

10 (1) 28 (2) 56

11 (1) 210 (2) 210

12 가장 많이 이웃하고 있는 영역 B에 칠할 수 있는 색의 가짓수는 4

영역 A는 영역 B에 이웃하므로 영역 A에 칠할 수 있는 색의 가짓수는 3

영역 E는 두 영역 A와 B에 이웃하므로 영역 E에 칠할 수 있는 색의 가짓수는 2

영역 D는 두 영역 B와 E에 이웃하므로 영역 D에 칠할 수 있는 색의 가짓수는 2

영역 C는 두 영역 B와 D에 이웃하므로 칠할 수 있는 색의 가짓수는 2

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$$

13 **해결 과정** $abc + a + b + c$ 의 값이 홀수가 되는 경우는 다음과 같다.

(i) abc 의 값이 홀수, $a + b + c$ 의 값이 짝수인 경우
 abc 의 값이 홀수이면 a, b, c 가 모두 홀수이므로
 $a + b + c$ 의 값이 짝수인 경우는 없다. ▶ 30 %

(ii) abc 의 값이 짝수, $a + b + c$ 의 값이 홀수인 경우
 a, b, c 중에서 한 개는 홀수, 나머지 두 개는 짝수인
 어야 하므로 순서쌍 (a, b, c) 는

(홀수, 짝수, 짝수),

(짝수, 홀수, 짝수),

(짝수, 짝수, 홀수)

의 3가지이다.

이때 (홀수, 짝수, 짝수)인 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

마찬가지로 (짝수, 홀수, 짝수)인 경우의 수와

(짝수, 짝수, 홀수)인 경우의 수도 각각 27이다.

▶ 40 %

답구하기 (ii)의 3가지 경우는 동시에 일어날 수 없으므로, 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$$27 + 27 + 27 = 81$$

▶ 30 %

14 **해결 과정** 두 명의 학생이 빈 의자 7개 중에서 서로 다른 의자에 앉는 경우의 수는

$${}_7P_2 = 42$$

▶ 40 %

두 명의 학생 사이에 빈 의자가 없도록 이웃하여 앉는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

▶ 40 %

답구하기 따라서 두 명 사이에 적어도 하나의 빈 의자가 있도록 앉는 경우의 수는

$$42 - 12 = 30$$

▶ 20 %

VI 대단원 평가하기

276 ~ 277쪽

01 6

02 6

03 72

04 24

05 182

06 144

07 5

08 30

09 60

- 10 이차방정식 $5x^2 - {}_nP_r x - 6{}_nC_{n-r} = 0$ 의 두 근이 -2 , 6 이므로 근과 계수의 관계로부터

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{{}_nP_r}{5} = 4$$

$$\text{에서 } {}_nP_r = 20$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{-6{}_nC_{n-r}}{5} = -12$$

$$\text{에서 } {}_nC_{n-r} = 10$$

$${}_nC_{n-r} = {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{20}{r!} = 10 \text{이므로}$$

$$r! = 2, \text{ 즉 } r = 2$$

$${}_nP_2 = n(n-1) = 20 \text{에서 } n = 5$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } n+r = 7$$

- 11 (1) 백의 자리 숫자가 8인 경우의 수는 8을 제외한 나머지 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로 ${}_4P_2 = 12$ ▶ 30 %
같은 방법으로 백의 자리 숫자가 6인 경우의 수는 ${}_4P_2 = 12$
이므로 백의 자리 숫자가 8 또는 6인 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $12 + 12 = 24$ ▶ 30 %

- (2) 30번째에 오는 수는 백의 자리 숫자가 4인 수 중에서 큰 수부터 차례대로 나열했을 때, 6번째 수이다.

이때 십의 자리 숫자가 8인 경우의 수는 3, 십의 자리 숫자가 6인 경우의 수는 3이다.

따라서 30번째에 오는 수는 이들 중에서 가장 작은 수인 460이다. ▶ 40 %

- 12 **해결과정** 5개의 지점 중에서 2개의 지점을 택하여 A는 가까운 지점에, B는 먼 지점에 출장 보내면 되므로 이를 만족시키는 2개의 지점을 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$$

$$= 10$$

▶ 40 %

3명의 직원 C, D, E를 나머지 3개의 지점에 출장 보내는 경우의 수는

$$3!$$

▶ 30 %

답구하기 따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$10 \times 3! = 60$$

▶ 30 %