

수준별  
문제

## 01 거듭제곱과 거듭제곱근

(      )반 (      )번  
이름 (      )**01** 다음 식을 간단히 하시오. (단,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ )

(1)  $a^2b \times ab^3$     (2)  $(a^2b^3)^2$     (3)  $a^3b \div \frac{a}{b^2}$

**02** 다음 거듭제곱근 중에서 실수인 것을 구하시오.

- (1)
- $(-2)^3$
- 의 세제곱근    (2) 81의 네제곱근
- 
- (3) 0.027의 세제곱근    (4)
- $(-4)^2$
- 의 네제곱근

**03** 다음 값을 구하시오.

(1)  $\sqrt[3]{216}$     (2)  $\sqrt[4]{625}$   
(3)  $\sqrt[5]{-32}$     (4)  $-\sqrt[6]{64}$

**04**  $\sqrt[3]{3^6} = \sqrt{9^k}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①
- $\frac{3}{10}$
- ② 2    ③
- $\frac{1}{2}$
- 
- ④
- $\frac{3}{5}$
- ⑤
- $\frac{7}{10}$

수준별  
문제

## 01 거듭제곱과 거듭제곱근

(      )반 (      )번  
이름 (      )

- 01** 두 양수  $x, y$ 에 대하여 연산  $\wedge$ 를  $x \wedge y = x^y$ 으로 정의할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $a, b, c$ 는 양수이다.)

보기

ㄱ.  $(a \wedge b)^c = a \wedge (bc)$

ㄴ.  $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

ㄷ.  $(ab) \wedge c = (a \wedge c)(b \wedge c)$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 02**  $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수  $m, n$ 에 대하여  $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는?

- ① 6                      ② 8                      ③ 10  
④ 12                    ⑤ 14

- 03** 실수  $a, b$ 에 대하여  $3^a = 4, 9^{a+b} = 48$ 일 때,  $3^{a+2b}$ 의 값은?

- ① 9                      ② 10                      ③ 11  
④ 12                    ⑤ 13

- 04**  $2^x = 3, 3^y = 5$ 일 때,  $2^{xy}$ 의 값은?

- ① 5                      ② 10                      ③ 15  
④ 20                    ⑤ 25

수준별  
문제

## 01 거듭제곱과 거듭제곱근

(      )반 (      )번  
이름 (      )

01 다음은 집합  $S = \{2^{2^n} + 1 \mid n \text{은 자연수}\}$ 의 임의의 두 원소가 서로소임을 증명하는 과정이다.

<증명>

임의의 자연수  $m, n (m < n)$ 에 대하여

집합  $S$ 의 두 원소  $2^{2^m} + 1$ 과  $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수를  $d (d > 1)$ 라고 가정하자.

$$2^{2^n} + 1 = (2^{2^m} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{\text{(가)}}} + 1)(2^{\boxed{\text{(가)}}} - 1) + 2$$

$$= (2^{\boxed{\text{(가)}}} + 1) \times \dots \times (2^{2^m} + 1) \times \dots \times (2 + 1) + 2$$

따라서  $d$ 가  $2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1$ 의 공통인수이고  $d > 1$ 이므로  $d$ 는  $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

그러나 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $2^{2^n} + 1$ 은  $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 모순이다.

따라서  $2^{2^m} + 1$ 과  $2^{2^n} + 1$ 은 1보다 큰 공통인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	$2^{n-1}$	2	홀수
②	$2^{n-1}$	5	홀수
③	$2^n - 1$	2	홀수
④	$2^n - 1$	5	짝수
⑤	$2^n - 1$	2	짝수

02 3의  $n$ 제곱근 중 실수의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $n$ 은 2 이상의 자연수이다.)

수준별  
문제

## 02 지수의 확장

(      )반 (      )번  
이름 (      )01  $\frac{\sqrt{27}}{4} \times 2^{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{3}$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{3}$                   ②  $\sqrt{6}$                   ③  $2\sqrt{3}$   
 ④  $3\sqrt{2}$                   ⑤  $2\sqrt{6}$

03 1보다 큰 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 + x^{-2} = 38$   
일 때,  $x - x^{-1}$ 의 값을 구하시오.02  $(\sqrt{2})^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은?

- ① 16                  ② 8                  ③ 4  
 ④ 2                  ⑤ 1

04  $8^3 \times 4^{-2}$ 의 값은?

- ① 2                  ② 4                  ③ 8  
 ④ 16                  ⑤ 32

수준별  
문제

## 02 지수의 확장

(      )반 (      )번  
이름 (      )

01 두 실수  $a, b$ 가  $2^{2a+b} = 27$ ,  $4^{a-3b} = \frac{1}{25}$  을 만족

시킬 때,  $2^{3a-2b}$ 의 값은?

- ①  $\frac{18}{5}$       ②  $\frac{21}{5}$       ③  $\frac{24}{5}$   
④  $\frac{27}{5}$       ⑤ 6

02 양수기로 물을 끌어올릴 때, 펌프의 1분당 회전수  $N$ , 양수량  $Q$ , 양수할 높이  $H$ 와 양수기의 비교회전도  $S$  사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$S = NQ^{\frac{1}{2}}H^{-\frac{3}{4}} \quad (\text{단, } N, Q, H \text{의 단위는 각각 rpm, m}^3/\text{분, m이다.})$$

펌프의 1분당 회전수가 일정한 양수기에 대하여 양수량이 24, 양수할 높이가 5일 때의 비교회전도를  $S_1$ , 양수량이 12, 양수할 높이가 10일 때의

비교회전도를  $S_2$ 라 하자.  $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은?

- ①  $2^{\frac{3}{4}}$       ②  $2^{\frac{7}{8}}$       ③ 2  
④  $2^{\frac{9}{8}}$       ⑤  $2^{\frac{5}{4}}$

03 다음 식에서 근호를 사용한 것은 지수를 사용하여 나타내고, 지수를 사용한 것은 근호를 사용하여 나타내시오. (단,  $a > 0$ )

- (1)  ${}^5\sqrt{a^2}$       (2)  ${}^4\sqrt{a^{-3}}$   
(3)  $a^{\frac{5}{2}}$       (4)  $a^{-0.5}$

04 양수  $a$ 가  $2^a + 2^{-a} = 3$  을 만족시킬 때,

$\frac{8^a + 8^{-a}}{2^a + 2^{-a}}$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4  
④ 6      ⑤ 8

수준별  
문제

## 02 지수의 확장

 (        )반 (        )번  
 이름 (        )

- 01** 세 수  ${}^3\sqrt{6}$ ,  ${}^4\sqrt{10}$ ,  ${}^6\sqrt{30}$ 의 대소를 비교하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.
- (1) 세 수  ${}^3\sqrt{6}$ ,  ${}^4\sqrt{10}$ ,  ${}^6\sqrt{30}$ 을 각각  ${}^{12}\sqrt{a}$  꼴로 변형하시오. (단,  $a$ 는 자연수이다.)
- (2) 위 (1)의 결과를 이용하여 세 수의 대소를 비교하시오.

- 02**  $184^x = 32$ ,  $23^y = 4$ 를 만족시키는 두 실수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $\frac{5}{x} - \frac{2}{y}$ 의 값을 구하시오.

수준별  
문제

## 03 로그

 (        )반 (        )번  
이름 (        )

**01**  $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은?

- ① 18                      ② 28                      ③ 32  
④ 35                      ⑤ 46

**02**  $\log_2 9 \cdot \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

**03**  $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은?

- ① -2                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{1}{4}$   
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 2

**04**  $\log_4 \frac{16}{9} + \log_2 3$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

수준별  
문제

## 03 로그

 (      )반 (      )번  
이름 (      )

**01** 세 수  $1, \log_2(2^x + 1), \log_2(4^x - 1)$  이  
순서대로 등차수열을 이루도록 하는  $x$ 의 값을  
 $\alpha$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $0 < \alpha < 1$                   ②  $1 < \alpha < 2$   
 ③  $2 < \alpha < 3$                   ④  $3 < \alpha < 4$   
 ⑤  $4 < \alpha < 5$

**02** 수열  $\{a_n\}$ 이 첫째항이 32이고 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비  
수열을 이룰 때,  $\sum_{k=1}^{11} |\log_2 a_k|$ 의 값을 구하시오.

**03**  $\log_x(5-x)$ 가 정의되도록 하는 실수  $x$ 의  
값의 범위를 구하시오.

**04** 1 보다 큰 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  
 $\log_a 2 = \log_b 5 = \log_c 10 = \log_{abc} x$   
가 성립할 때, 실수  $x$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{10}$                   ②  $\sqrt{10}$                   ③ 10  
 ④  $10\sqrt{10}$               ⑤ 100



수준별  
문제

## 03 로그

(        )반 (        )번  
이름 (        )

- 01 삼각형 ABC의 세 변 BC, CA, AB의 길이를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 라고 할 때,  $\log_c(a+b) + \log_c(a-b) = 2$ 가 성립한다. 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오. (단,  $a > b$ ,  $c \neq 1$ )

- 02  $x \geq 1$ ,  $y \geq 1$ 일 때,  $[\log_2 x] + [\log_2 y] = 1$ 을 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여 점  $(x, y)$ 가 존재하는 영역의 넓이를 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않는 최대의 정수이다.)

수준별  
문제

## 04 상용로그

(      )반 (      )번  
이름 (      )**01** 다음 상용로그의 값을 구하시오.

(1)  $\log 10000$       (2)  $\log \sqrt[5]{100}$

(3)  $\log \frac{1}{\sqrt{1000}}$

**02** 상용로그표를 이용하여 다음 값을 구하시오.

(1)  $\log 6.14$       (2)  $\log 4.62$

**03**  $\log 6.78 = 0.8312$ 라 할 때, 다음을 구하시오.

(1)  $\log 678$       (2)  $\log 0.0678$

**04** 어떤 공기청정기는 공기 필터를 5cm 지날 때 마다 공기에 포함되어 있는 오염물질의 20%를 제거한다고 한다. 필터의 길이가 50cm 일 때, 공기 청정기를 통과한 공기에 남아 있는 오염물질의 양은 처음의 몇 % 인가?(단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $10^{-0.97} = 0.11$ )

- ① 9%      ② 11%      ③ 13%  
④ 15%      ⑤ 17%

수준별  
문제

## 04 상용로그

 (        )반 (        )번  
 이름 (        )

**01**  $\log 40$ 의 정수부분을  $n$ , 소수부분을  $\alpha$ 라 할 때,  
 $\frac{10^n + 10^\alpha}{10^n - 10^\alpha}$ 의 값을 구하시오.

**02**  $\log 604 = 2.7810$ 일 때,  $\log x = -1.2190$ 을  
 만족시키는  $x$ 의 값을 구하시오.

**03**  $[\log 1] + [\log 2] + [\log 3] + \cdots + [\log 999]$ 의  
 값을 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의  
 정수이다.)

**04** 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리  
 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를  
 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중  
 이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해  
 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의  
 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터  
 며칠 후인가? (단,  $\log 2 = 0.301$ ,  $\log 3 = 0.477$ ,  
 $\log 9.95 = 0.998$ ,  $\log 9.97 = 0.999$ 로  
 계산한다.)  
 ① 15일                      ② 18일                      ③ 22일  
 ④ 25일                      ⑤ 28일

수준별  
문제

## 04 상용로그

(        )반 (        )번  
이름 (        )

- 01 두께가  $d$  (mm)인 물체에 쏜  $X$ 선의 세기를  $I_0$ , 그 물체를 통과하여 나온  $X$ 선의 세기를  $I$ 라 하면 이 물체의  $X$ 선에 대한 흡수계수  $\alpha$ 는 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$\alpha = \frac{2.3}{d}(\log I_0 - \log I)$$

두께가 2.3 mm, 흡수계수가 3인 물체 A와 두께가 2.5 mm, 흡수계수가 4.6인 물체 B에 같은 세기의  $X$ 선을 각각 쏘 때, 물체 A를 통과하여 나온  $X$ 선의 세기는 물체 B를 통과하여 나온  $X$ 선의 세기의  $k$ 배이다.

$k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{10}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 2                      ④ 10                      ⑤ 100

## 02

소리의 크기가 각각  $x_1$  dB,  $x_2$  dB인 두 소리를 동시에 낼 때, 합쳐진 소리의 크기는  $10\log(10^{\frac{x_1}{10}} + 10^{\frac{x_2}{10}})$  dB이라고 한다. 각각 100 dB의 소리를 내는 두 개의 스피커를 한곳에 모았을 때, 합쳐진 소리의 크기는 몇 dB인지 상용로그표를 이용하여 구하시오.

01 16의 네제곱근의 개수를  $a$ ,  $-8$ 의  $n$ 제곱근의 개수를  $b$ 라고 하자.  $a+b=13$ 일 때,  $n$ 의 값은?

▶ 2점

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

02 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? ▶ 2점

- ① 8의 세제곱근은  $\sqrt[3]{8}$ 의 한 개이다.  
②  $-1$ 은  $-1$ 의 세제곱근 중 하나이다.  
③  $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.  
④  $-81$ 의 네제곱근 중에서 실수인 것은  $\pm 3$ 이다.  
⑤  $n$ 이 홀수일 때, 5의  $n$ 제곱근 중 실수인 것은 한 개이다.

03  $\sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16} + \frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$ 을 간단히 하면? ▶ 3점

- ① 2                      ②  $2\sqrt{3}$                       ③ 4  
④  $4\sqrt{2}$                       ⑤  $4\sqrt{3}$

04 다음 중 옳지 않은 것은? (단,  $a > 1$ ) ▶ 3점

- ①  $a^2 \div a^{-3} \times a^4 = a^9$   
②  $(a^{-2})^3 \times (a^{-4})^2 = a^{-14}$   
③  $\frac{a^3 \times a^{-2}}{a^{-4} \times a^2} = a^3$   
④  $\frac{(a^3)^{-3}}{a^{-2} \times a^5} = a^{-6}$   
⑤  $\frac{a^{-2} \times a^4}{a^{-5} \times a^2} = a^5$

05  $9^{-\frac{3}{2}} \times 16^{\frac{1}{4}} \div \sqrt{81^{-3}}$ 을 간단히 하면? ▶ 3점

- ① 18                      ② 24                      ③ 36  
④ 54                      ⑤ 81

06  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{7}}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{7}}} = 7^{\frac{k}{48}}$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 값은? ▶ 3점

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

07 세 수  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[4]{5}$ ,  $\sqrt[6]{13}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? ▶ 3점

- ①  $\sqrt[4]{5} < \sqrt{3} < \sqrt[6]{13}$   
 ②  $\sqrt[4]{5} < \sqrt[6]{13} < \sqrt{3}$   
 ③  $\sqrt{3} < \sqrt[4]{5} < \sqrt[6]{13}$   
 ④  $\sqrt{3} < \sqrt[6]{13} < \sqrt[4]{5}$   
 ⑤  $\sqrt[6]{13} < \sqrt{3} < \sqrt[4]{5}$

08  $x = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ 일 때,  $x^3 - 3x$ 의 값을 구하시오.  
▶ 3점

09  $27^x = 3^y = a$ 이고  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하시오. ▶ 4점

10 별의 등급은 제일 밝은 별을 1등급, 제일 어두운 별을 6등급으로 분류하고, 1등급에서 6등급까지의 그 밝기는 일정한 비율로 감소한다고 한다. 1등급의 밝기가 6등급의 밝기의 100배일 때, 5등급의 밝기는 6등급의 밝기의 몇 배인지 구하시오.

(단,  $10^{0.2} = 1.58$ ,  $10^{0.4} = 2.51$ ,  
 $10^{0.5} = 3.16$ 으로 계산한다.) ▶ 4점

11  $\left[ \left\{ \left( \frac{1}{256} \right)^{\frac{9}{4}} \right\}^{\frac{8}{3}} \right]^{\frac{1}{m}}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 정수  $m$ 의 개수를 구하시오. ▶ 4점

12  $2^{2x} + 2^{-2x} = 3$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.  
▶ 4점

- (1)  $2^x + 2^{-x}$ 의 값을 구하시오.  
 (2)  $2^{3x} + 2^{-3x}$ 의 값을 구하시오.

13 등식  $\log_x 125 = -3$ 을 만족하는  $x$ 의 값은? ▶ 3점

- ①  $\frac{1}{5}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③ 3  
④ 5                          ⑤ 25

14  $\log_3 9 + 4\log_3 \sqrt{3} - \log_3 81$ 을 간단히 하면?

▶ 4점

- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
④ 2                      ⑤ 3

서술형

15  $1 < x < 10$ 인  $x$ 에 대하여  $\log x$ 와  $\log \frac{1}{x}$ 의  
소수부분이 같을 때, 실수  $x$ 의 값을 구하시오.

▶ 8점

16  $\log_{10} 2 + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \dots$   
 $+ \log_{10} \left(1 + \frac{1}{99}\right)$ 의 값은? ▶ 4점

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

17 이차방정식  $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 두 근이  
 $\log_{10} a$ ,  $\log_{10} b$ 일 때,  $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

▶ 4점

- ① -16                      ② -14                      ③ -12  
④ -10                      ⑤ -8

18  $\log x = 1.3412$ 일 때,  $\log x^3 + \log \sqrt{x}$ 의 값은?

▶ 4점

- ① 1.6942                      ② 2.6942                      ③ 3.6942  
④ 4.6942                      ⑤ 5.6942

- 19  $3^{40}$ 을  $a \times 10^n$  ( $1 \leq a < 10$ ,  $n$ 은 정수) 꼴로 나타낼 때,  $\log a$ 의 소수 부분은? ▶ 3점  
(단,  $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

- ① 0.084      ② 0.126      ③ 0.204  
④ 0.7908      ⑤ 0.9084

- 20  $2 \leq \log x < 3$ 이고,  $\log x - [\log x] = \log 2$ 일 때,  $x$ 의 값은? ▶ 4점  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 150      ② 200      ③ 250  
④ 400      ⑤ 500

서술형

- 21  $a^2b^3 = 1$ 일 때,  $a^8b^{12} + \log_b \sqrt[4]{a}$ 의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ 이다.) ▶ 8점

- 22 어떤 물체의 처음 온도를  $T_0$ ,  $t$ 분이 지난 후의 온도를  $T$ , 주위의 온도를  $T_s$ 라고 할 때, 다음과 같은 관계가 성립한다고 한다.

$$\log \frac{T - T_s}{T_0 - T_s} = kt \quad (k \text{는 상수})$$

$96^\circ\text{C}$ 인 삶은 달걀을  $6^\circ\text{C}$ 의 물에 넣고 식혔더니 3분 후에  $36^\circ\text{C}$ 가 되었다. 이 달걀을  $16^\circ\text{C}$ 까지 식히려면 물에 담근 채 앞으로 몇 분이 더 지나야 하는지 구하시오. (단, 물의 온도는  $6^\circ\text{C}$ 를 유지한다.) ▶ 4점

서술형

- 23 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\log_{2-p}(x^2 - 2px + 3p)$ 의 값이 정의되기 위한 실수  $p$ 의 값의 범위를 구하시오. ▶ 8점

서술형

- 24  $\log A$ 에 대하여  $n = [\log A]$ ,  $\alpha = \log A - [\log A]$ 라고 정의하자. 이차방정식  $5x^2 - 12x + k = 0$ 의 두 근을  $n$ ,  $\alpha$ 할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. ▶ 8점