

$\overline{BA'} = \overline{BA}$ ,  $\overline{CA''} = \overline{CA}$ 이므로 직선  $A'A''$ 이  $x$ 축, 직선  $y=x$ 와 만나는 점이 각각 B, C일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 최소가 된다. ▶ 30 %

따라서 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은

$$\overline{A'A''} = \sqrt{(2-4)^2 + \{4-(-2)\}^2} = 2\sqrt{10} \quad \text{▶ 20 \%}$$

(2) 두 점  $A'(4, -2)$ ,  $A''(2, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-4 = \frac{4-(-2)}{2-4}(x-2),$$

$$y = -3x + 10 \quad \text{▶ 20 \%}$$

점 B는 직선  $A'A''$ 의  $x$ 절편이고, 점 C는 직선  $A'A''$ 과 직선  $y=x$ 의 교점이므로

점 B의 좌표는  $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

점 C의 좌표는  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

따라서  $a = \frac{10}{3}$ ,  $b = \frac{5}{2}$  ▶ 30 %

23 **해결과정** (i) 직선  $5x - ky - 15 = 0$ 이 다른 두 직선 중 하나와 평행할 때,

$$k = -5 \text{ 또는 } k = 5 \quad \text{▶ 40 \%}$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

직선  $5x - ky - 15 = 0$ 이 나머지 두 직선의 교점  $(1, 1)$ 을 지나므로  $k = -10$  ▶ 40 %

**답구하기** (i), (ii)에서 모든 실수  $k$ 의 값의 합은

$$-5 + 5 + (-10) = -10 \quad \text{▶ 20 \%}$$

24 **해결과정**  $x$ 축과 만나는 두 점 A, B를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의  $x$ 좌표는

$$a = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad \text{▶ 30 \%}$$

$y$ 축과 만나는 두 점 C, D를 이은 선분의 수직이등분선이 원의 중심을 지나므로 중심의  $y$ 좌표는

$$b = \frac{2+2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}}{2} = 2 \quad \text{▶ 30 \%}$$

원의 중심의 좌표  $(1, 2)$ 와 점  $A(-2, 0)$  사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$r^2 = (-2-1)^2 + (0-2)^2 = 13 \quad \text{▶ 30 \%}$$

**답구하기** 따라서 구하는 값은

$$a+b+r^2 = 16 \quad \text{▶ 10 \%}$$

## IV 집합과 명제

### 1 집합

#### 01 집합

175 ~ 177쪽

**준비하기** (1) 1, 3, 5, 7, 9 (2) 4, 8

**생각 열기** ① A, C

② 크다의 기준이 명확하지 않아 정확하게 가려 낼 수 없다.

**문제 1** 집합: (1), (3)

(1)의 원소는 1, 2, 3, 4, 6, 12

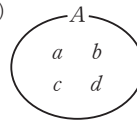
(3)의 원소는 1, 2

**문제 2** (1)  $\in$  (2)  $\in$  (3)  $\notin$

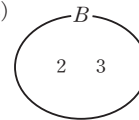
**문제 3** (1)  $\{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$  (2)  $\{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

(3)  $\{-1, 1\}$  (4)  $\{1, 3, 5, \dots, 99\}$

**문제 4** (1)



(2)



**생각특독**  $\emptyset$ 은 원소가 하나도 없는 집합이고, 집합  $\{0\}$ 은 0을 원소로 갖는 원소가 1개인 집합이다.

**문제 5** (1) 3 (2) 50 (3) 0 (4) 1

#### 02 집합 사이의 포함 관계

178 ~ 179쪽

**준비하기** (1)  $\{1, 3, 5, 15\}$  (2)  $\{8, 16, 24, \dots\}$

**생각 열기** 속한다.

**문제 1** (1)  $A \subset B$  (2)  $A \subset B, B \subset A$

(3)  $A \subset B, B \subset A$  (4)  $B \subset A$

(1)~(4)에서  $A=B$ 인 것은 (2), (3)이다.

**문제 2** (1)

원소의 개수	부분집합
0	$\emptyset$
1	$\{a\}, \{b\}, \{c\}$
2	$\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$
3	$\{a, b, c\}$

(2) 부분집합의 개수: 8, 진부분집합의 개수: 7

**문제 3**  $A = \{l, a, t, e\}$ ,  $B = \{l, a, t, e, r\}$ ,  
 $C = \{l, a, t, e, r\}$ 에서  $A \subset C$ 이지만  $A \neq C$ 이므로  
 집합  $A$ 는 집합  $C$ 의 진부분집합이고,  $B = C$ 이므로  
 집합  $B$ 는 집합  $C$ 의 진부분집합이 아니다.

### 03 합집합과 교집합

180 ~ 183쪽

- 준비하기** (1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20  
 (2) 3, 6, 9, 12, 15, 18  
 (3) 6, 12, 18

**생각 열기** ① A형, B형, AB형 ② AB형

- 문제 1** (1)  $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4, 8\}$   
 (2)  $A \cup B = \{x | x \text{는 정수}\}$ ,  $A \cap B = \{-5, 3\}$

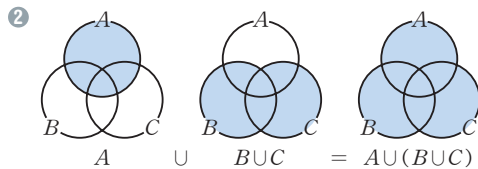
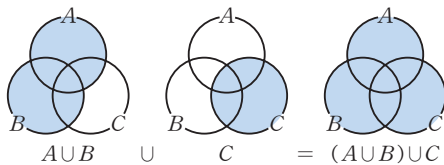
**생각 토크** 공집합

- 문제 2** (1), (3)

- 함께하기** ①  $n(A) = 4$ ,  $n(B) = 3$ ,  $n(A \cup B) = 5$   
 $n(A \cap B) = 2$   
 ②  $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5$   
 즉,  $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$   
 가 성립한다.

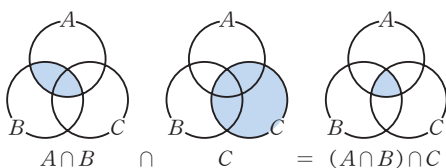
**문제 3** 4

**함께하기** ①

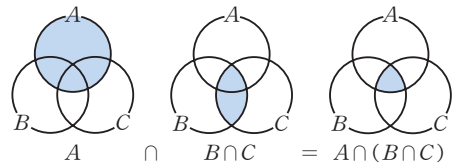


따라서  $(A \cup B) \cap C = A \cap C \cup B \cap C$ 가 성립한다.

**문제 4** [좌변]

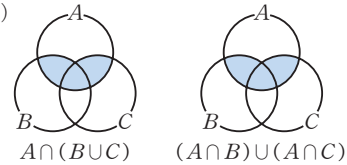


[우변]



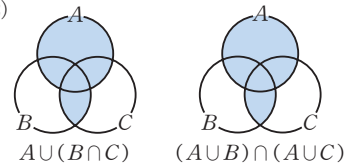
따라서  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 가 성립한다.

**문제 5** (1)



따라서  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 가 성립한다.

(2)



따라서  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 가 성립한다.

**문제 6**  $\{a, b, c, d\}$

### 04 여집합과 차집합

184 ~ 187쪽

- 준비하기** (1)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$  (2)  $\{2, 6\}$

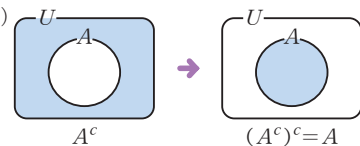
**생각 열기** 예시 태권도, 사이클, 양궁

- 문제 1** (1)  $A^c = \{1, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$   
 (2)  $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

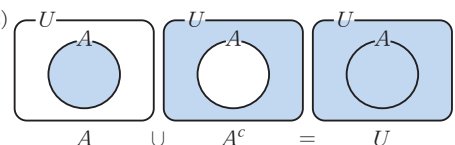
- 문제 2** (1)  $A - B = \{b, c, d\}$ ,  $B - A = \emptyset$   
 (2)  $A - B = \{1, 3, 12\}$ ,  $B - A = \{8, 10\}$

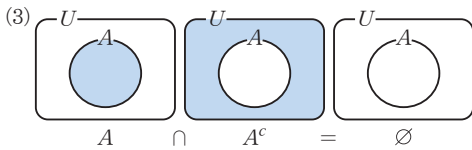
**생각 토크**  $A \subset B$

**문제 3** (1)

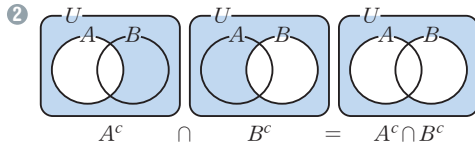
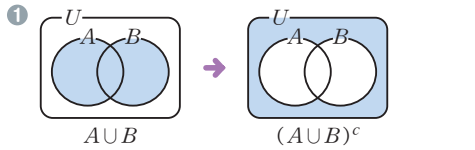


(2)



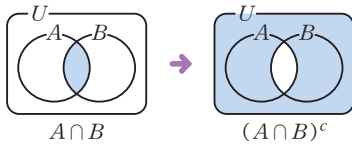


함께하기

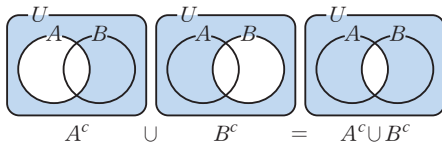


따라서  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ 가 성립한다.

문제 4 [좌변]

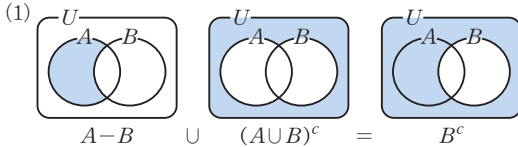


[우변]



따라서  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ 가 성립한다.

문제 5



$$\begin{aligned} (2) & (A - B) \cup (A \cup B)^c \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cup B)^c \\ &= (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cap B^c \\ &= U \cap B^c \\ &= B^c \end{aligned}$$

문제 6 10

문제 7 5

#### IV -1 중단원 마무리하기

189 ~ 191쪽

01 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

02 (1) {1, 2, 7, 14} (2) {-1, 4}

03 (1)  $A \subset B$  (2)  $B \subset A$

04 (1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12}

(2) {2, 3}

(3) {1, 4, 6, 8, 9, 10, 12}

(4) {5, 7, 11}

05  $\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}$

06 **문제 이해**  $A \cap X = \emptyset$ 에서 두 집합  $X$ 와  $A$ 는 서로소이고,  $B \cup X = B$ 에서  $X \subset B$ 이다. ▶ 30 %

**해결 과정**  $A = \{1, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로  $X$ 는 집합  $B$ 의 부분집합 중에서  $A$ 와 서로소인 집합, 즉  $B - A = \{2, 10\}$ 의 부분집합과 같다. ▶ 40 %

**답 구하기** 따라서 조건을 만족시키는 집합  $X$ 는  $\emptyset, \{2\}, \{10\}, \{2, 10\}$ 이고, 그 개수는 4이다. ▶ 30 %

07 22

08 7

09  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  10 20

$$\begin{aligned} 11 & (A - B) - C = (A \cap B^c) - C \\ &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cup C)^c \end{aligned}$$

12 선호도 조사에 참여한 학생 전체의 집합을  $U$ , 두 가지 안  $A, B$ 를 택한 학생의 집합을 각각  $A, B$ 라 하면  $A$  안과  $B$  안을 모두 택한 학생의 집합은  $A \cap B$ 이므로

$$\begin{aligned} n(U) &= 50, \quad n(A) = 28, \quad n(B) = 35 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 28 + 35 - n(A \cap B) \end{aligned}$$

그런데  $n(A \cup B) \leq n(U) = 50$ 이므로

$$n(A \cap B) \geq 13$$

또,  $n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는  $A \cap B = A$ , 즉

$$n(A \cap B) = 28 \text{ 일 때 이므로}$$

$$13 \leq n(A \cap B) \leq 28$$

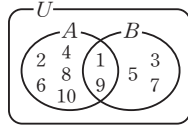
따라서 구하는 최댓값은 28, 최솟값은 13이다.

13 **해결 과정**  $A - B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이고,  

$$\begin{aligned} (A \cup B) \cap A^c &= (A \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \\ &= \emptyset \cup (B - A) \\ &= B - A \\ &= \{3, 5, 7\} \end{aligned}$$

▶ 50 %

오른쪽 벤다이어그램과 같이  
 $A \cap B$ 에 두 원소 1, 9가 모두 속  
 할 때, 집합  $A$ 의 원소의 개수가  
 최대이다. ▶ 20 %



**답 구하기** 따라서 구하는 집합  $B$ 는

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

▶ 30 %

- 14 100 미만의 자연수 전체의 집합을  $U$ , 7의 배수의 집합을  $A$ , 5로 나누었을 때의 나머지가 3인 자연수의 집합을  $B$ 라 하면

$$n(U) = 99, \quad n(A) = 14, \quad n(B) = 20$$

$$n(A \cap B) = 3$$

7의 배수가 아니고, 5로 나누었을 때의 나머지가 3이 아닌 자연수의 집합은  $A^c \cap B^c$ 이므로

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$n(A \cup B) = 14 + 20 - 3 = 31$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 99 - 31 = 68 \end{aligned}$$

## 2 명제

### 01 명제와 조건

193 ~ 198쪽

**준비하기**  $A = \{1\}$

**생각 열기** ①: 참 ②: 거짓

**문제 1** 명제: (1), (3), (4)

(1) 거짓 (3) 참 (4) 참

**문제 2** (1) 7은 소수가 아니다. (거짓) (2)  $2 > \sqrt{2}$  (참)

**문제 3** 조건  $p$ 의 진리집합을  $P$ 라 하면

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$\sim p$ 의 진리집합은

$$P^c = \{x \mid x > 8 \text{인 자연수}\}$$

**문제 4** (1) 거짓 (2) 참

**생각 열기** ①: 거짓 ②: 참 ③: 참 ④: 거짓

**문제 5** (1) 참 (2) 거짓

**문제 6** (1) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 + x + 1 \geq 0$ 이다. (참)

(2) 모든 사다리꼴은 평행사변형이 아니다. (거짓)

**문제 7** [이해]  $n=1$ 일 때,  $1^2 + 3 \times 1 = 1 \times (1 + 3) = 4$ 이

므로  $1^2 + 3 \times 1$ 은 짝수

$n=2$ 일 때,  $2^2 + 3 \times 2 = 2 \times (2 + 3) = 10$ 이

므로  $2^2 + 3 \times 2$ 는 짝수

[증명] 일반적으로  $n^2 + 3n = n(n + 3)$ 이 성립한다.

이때  $n$ 이 홀수이면  $n + 3$ 은 짝수이고,  $n$ 이 짝수이면  $n + 3$ 은 홀수이다.

그런데 짝수와 홀수의 곱은 짝수이므로, 어느 경우이든  $n(n + 3)$ 은 짝수이다. 따라서 자연수  $n$ 에 대하여  $n^2 + 3n$ 은 짝수이다.

**생각 넓히기** ① 이발사가 자신의 면도를 한다면, 스스로 면도를 하는 사람이 되므로 선언한 문장에 위배된다. 반대로 이발사가 자신의 면도를 하지 않는다면, 스스로 면도를 하지 않는 사람이 되므로 선언한 문장에 따라 스스로 면도를 해야 한다.

② **예시** 크레타인의 역설로 “모든 크레타인은 거짓말만 한다.”라고 어느 크레타인이 말했다는 것이다.

## 02 명제의 역과 대우

199 ~ 201쪽

**준비하기** (1) 참 (2) 거짓

**생각 열기** ① 가정:  $\square ABCD$ 는 마름모이다.

결론:  $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

②  $\square ABCD$ 가 평행사변형이면  $\square ABCD$ 는 마름모이다.

**문제 1** (1) 역:  $\sqrt{x} > 2$ 이면  $x > 4$ 이다.

대우:  $\sqrt{x} \leq 2$ 이면  $x \leq 4$ 이다.

(2) 역: 정사각형은 직사각형이다.

대우: 정사각형이 아니면 직사각형이 아니다.

**문제 2** 주어진 명제의 대우는 ‘자연수  $n$ 에 대하여  $n$ 이 짝수이면  $n^2$ 도 짝수이다.’이다.  $n$ 이 짝수이면  $n = 2k$  ( $k$ 는 자연수)로 나타낼 수 있다. 이때

$$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \times 2k^2$$

이므로  $n^2$ 도 짝수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

**문제 3** 주어진 명제의 대우는 ‘ $a=0$  또는  $b=0$ 이면  $ab=0$ 이다.’이다.

$a=0$ 이면  $b$ 의 값에 관계없이  $ab=0$ 이고,  $b=0$ 이면  $a$ 의 값에 관계없이  $ab=0$ 이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제 도 참이다.

**문제 4**  $1+\sqrt{2}$ 가 무리수가 아니라고 가정하면  $1+\sqrt{2}$ 는 유리수이므로

$$1+\sqrt{2}=a \quad (a \text{는 유리수})$$

로 나타낼 수 있다. 즉,  $\sqrt{2}=a-1$ 이고 유리수끼리의 뺄셈은 유리수이므로  $a-1$ 은 유리수이다.

그런데 좌변의  $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로 모순이다.

따라서  $1+\sqrt{2}$ 는 무리수이다.

### 03 충분조건과 필요조건

202 ~ 203쪽

**준비하기** (2)

**생각 열기** 양배추, 브로콜리

**문제 1** (1) 충분조건 (2) 필요충분조건

**생각 넓히기** (i) ‘ $A \cap B = A \implies A \subset B$ ’의 증명

$A \cap B = A$ 이면  $A$ 의 모든 원소가  $B$ 에 속하므로  $A \subset B$ 이다.

(ii) ‘ $A \subset B \implies A \cap B = A$ ’의 증명

$A \subset B$ 이면  $A$ 의 원소 중에서  $B$ 에 속하지 않는 원소가 없으므로  $A \cap B = A$ 이다.

(i), (ii)에서  $A \cap B = A$ 는  $A \subset B$ 이기 위한 필요충분조건이다.

### 04 절대부등식

204 ~ 205쪽

**준비하기** (1)  $x \geq 4$  (2) 모든 실수

**생각 열기** 바깥쪽 정사각형의 한 변의 길이가  $x+1$ 이므로 넓이는  $(x+1)^2$ 이고, 색칠된 부분의 넓이는 넓이가  $x$ 인 직사각형 네 개의 합이므로  $4x$ 이다.

따라서  $(x+1)^2 \geq 4x$ 가 성립한다.

여기서 등호는  $x=1$ 일 때 성립한다.

**문제 1** (1)  $(a+b)^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

그런데  $(a-b)^2 \geq 0$ 이므로

$$(a+b)^2 - 4ab \geq 0$$

따라서  $(a+b)^2 \geq 4ab$

여기서 등호는  $a-b=0$ , 즉  $a=b$ 일 때 성립한다.

(2)  $a^2 + 2ab + 2b^2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2$

$$= (a+b)^2 + b^2$$

그런데  $(a+b)^2 \geq 0$ ,  $b^2 \geq 0$ 이므로

$$a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$$

여기서 등호는  $a+b=0$ 이고  $b=0$ , 즉  $a=b=0$ 일 때 성립한다.

**문제 2** (1)  $a > 0$ ,  $\frac{1}{a} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \times \frac{1}{a}} = 2$$

따라서  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

여기서 등호는  $a = \frac{1}{a}$ , 즉  $a=1$ 일 때 성립한다.

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b} &= \frac{(a+b)\sqrt{ab} - 2ab}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a+b} \geq 0 \end{aligned}$$

따라서  $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

여기서 등호는  $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ , 즉  $a=b$ 일 때 성립한다.

**문제 3** (1)  $|a-b| \geq 0$ ,  $|a|+|b| \geq 0$ 이므로 주어진 부등식의 양변을 제곱하여 증명하면 된다.

$$\begin{aligned} &(|a|+|b|)^2 - |a-b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a-b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| + ab) \end{aligned}$$

그런데  $|ab| \geq -ab$ 이므로

$$2(|ab| + ab) \geq 0$$

따라서  $|a-b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 이므로

$$|a-b| \leq |a|+|b|$$

여기서 등호는  $|ab| = -ab$ , 즉  $ab \leq 0$ 일 때 성립한다.

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & |a-b|^2 - (|a| - |b|)^2 \\
 &= (a-b)^2 - (|a|^2 - 2|a||b| + |b|^2) \\
 &= a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2|ab| - b^2 \\
 &= 2(|ab| - ab)
 \end{aligned}$$

그런데  $|ab| \geq ab$ 이므로

$$2(|ab| - ab) \geq 0$$

따라서  $(|a| - |b|)^2 \leq |a-b|^2$

(i)  $|a| \geq |b|$ 일 때,

$$|a| - |b| \geq 0, |a-b| \geq 0 \text{이므로}$$

$$|a| - |b| \leq |a-b|$$

(ii)  $|a| < |b|$ 일 때,

$$|a| - |b| < 0, |a-b| > 0 \text{이므로}$$

$$|a| - |b| < |a-b|$$

(i), (ii)에서  $|a| - |b| \leq |a-b|$

여기서 등호는  $|ab| = ab$ 이고  $|a| \geq |b|$ ,

즉  $ab \geq 0$ 이고  $|a| \geq |b|$ 일 때 성립한다.

#### 탐구 & 융합

206쪽

$\triangle DCO$ 와  $\triangle DEC$ 는 닮은 도형이므로

$$\overline{DC} : \overline{DO} = \overline{DE} : \overline{DC} \text{에서}$$

$$\overline{DE} \times \overline{DO} = \overline{DC}^2$$

$$\text{따라서 } \overline{DE} = \frac{\overline{DC}^2}{\overline{DO}} = \frac{ab}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2ab}{a+b}$$

#### IV -2 중단원 마무리하기

207~209쪽

01 명제: (1), (3), (4)

(1) 참 (3) 참 (4) 거짓

02 (1) {2} (2) {2, 3, 4} (3) {1, 3, 4, 5} (4) {1, 5}

03 (1) 역:  $ac=bc$ 이면  $a=b$ 이다.

대우:  $ac \neq bc$ 이면  $a \neq b$ 이다.

(2) 역:  $x^2+x-2=0$ 이면  $x+2=0$ 이다.

대우:  $x^2+x-2 \neq 0$ 이면  $x+2 \neq 0$ 이다.

04 (1) 필요조건 (2) 필요충분조건

05  $\neg, \cap$

06 (1) 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2+x \leq 2$ 이다. (참)

(2) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2-3x-4 \neq 0$ 이다. (거짓)

07 (1) 역:  $a+b=5$ 이면  $a=2, b=3$ 이다. (거짓)

대우:  $a+b \neq 5$ 이면  $a \neq 2$  또는  $b \neq 3$ 이다. (참)

(2) 역:  $x=0$  또는  $x=1$ 이면  $x^2-x=0$ 이다. (참)

대우:  $x \neq 0$ 이고  $x \neq 1$ 이면  $x^2-x \neq 0$ 이다. (참)

(3) 역: 두 삼각형이 서로 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다. (참)

대우: 두 삼각형이 서로 합동이 아니면 두 삼각형의 넓이는 같지 않다. (거짓)

08  $\neg, \cap$

09 (1) 충분 (2) 필요충분 (3) 필요

10  $\neg, \cap, \cup$

11 해결과정  $8a + \frac{2}{a-1}$ 에서

$$8(a-1) + \frac{2}{a-1} + 8$$

$$a > 1 \text{이므로 } 8(a-1) > 0, \frac{2}{a-1} > 0 \quad \blacktriangleright 30\%$$

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$8a + \frac{2}{a-1} = 8(a-1) + \frac{2}{a-1} + 8$$

$$\geq 2\sqrt{8(a-1) \times \frac{2}{a-1}} + 8$$

$$= 16 \quad \blacktriangleright 30\%$$

여기서 등호는  $8(a-1) = \frac{2}{a-1}$ , 즉  $a = \frac{3}{2}$ 일 때 성립

한다.  $\blacktriangleright 30\%$

답구하기 따라서  $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값은 16이다.

$\blacktriangleright 10\%$

12  $n$ 이 3의 배수가 아니라고 가정하면

$$n = 3k+1 \text{ 또는 } n = 3k+2 \text{ (} k \text{는 0 또는 자연수)}$$

로 나타낼 수 있다.

(i)  $n = 3k+1$ 일 때,

$$n^2 = (3k+1)^2$$

$$= 3(3k^2+2k)+1$$

이므로  $n^2$ 은 3의 배수가 아니다.

(ii)  $n = 3k+2$ 일 때,

$$n^2 = (3k+2)^2$$

$$= 3(3k^2+4k+1)+1$$

이므로  $n^2$ 은 3의 배수가 아니다.

(i), (ii)에서  $n^2$ 이 3의 배수라는 가정에 모순이다.  
따라서 주어진 명제는 참이다.

- 13 (1)  $(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2$   
 $=a^2y^2+b^2x^2-2abxy$   
 $=(ay-bx)^2 \geq 0$   
따라서  $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$   
여기서 등호는  $ay-bx=0$ , 즉  $ay=bx$ 일 때 성립한다.
- (2) 문제 이해 (1)에서  
 $(3^2+4^2)(x^2+y^2) \geq (3x+4y)^2$  ▶ 20 %
- 해결 과정  $x^2+y^2=9$ 이므로  
 $25 \times 9 \geq (3x+4y)^2$ ,  
 $(3x+4y)^2 \leq 225$   
따라서  $-15 \leq 3x+4y \leq 15$  ▶ 50 %
- 답구하기 즉,  $x=\frac{9}{5}$ ,  $y=\frac{12}{5}$ 일 때  $3x+4y$ 의 최댓값은 15이다. ▶ 30 %

#### IV 대단원 평가하기 210~213쪽

- 01 ③ 02 ④
- 03 8 04 2
- 05  $B=\{3, 9, 15\}$  06 6
- 07 12 08 50
- 09 ② 10 ④
- 11 28 12 ④
- 13 ⑤ 14 ③
- 15 역:  $(A \cap C) \subset (B \cap C)$ 이면  $A \subset B$ 이다. (거짓)  
대우:  $(A \cap C) \not\subset (B \cap C)$ 이면  $A \not\subset B$ 이다. (참)
- 16  $\supset, \subset$  17 ②
- 18 ③ 19 ⑤
- 20 ⑤

- 21 문제 이해 적어도 한 동아리에 가입한 학생 전체의 집합을  $U$ , 만화 창작, 실용 음악 동아리에 가입한 학생의 집합을 각각  $A, B$ 라 하면, 댄스 동아리에만 가입한 학생의 집합은  $(A \cup B)^c$ 이다. ▶ 20 %

해결 과정  $n(U)=48$ ,  $n(A)=24$ ,  $n(B)=30$   
 $n(A \cap B)=11$

이므로

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 24 + 30 - 11 \\ &= 43 \end{aligned}$$

답구하기 댄스 동아리에만 가입한 학생 수는

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 48 - 43 \\ &= 5 \end{aligned}$$

- 22 해결 과정  $x^2-8x+a \geq 0$ 에서  
 $x^2-8x+a = (x-4)^2 + a - 16 \geq 0$  ▶ 40 %  
모든 실수  $x$ 에 대하여 위의 부등식이 성립하도록 하려면  
 $a-16 \geq 0$ 에서  $a \geq 16$  ▶ 40 %
- 답구하기 따라서  $a$ 의 최솟값은 16이다. ▶ 20 %

- 23 (1) 세 조건  $p, q, r$ 의 진리집합을 각각  $P, Q, R$ 라 하면  
 $P = \{x \mid -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}\}$   
 $Q = \{x \mid x^2 - 2x < 3\}$   
 $= \{x \mid (x-3)(x+1) < 0\}$   
 $= \{x \mid -1 < x < 3\}$   
 $R = \{x \mid x < b\}$  ▶ 50 %  
이때  $p \implies q$ 이고  $q \implies r$ 이므로  
 $P \subset Q \subset R$   
 $-1 \leq -\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{a} \leq 3$ 이고,  $b \geq 3$ 이어야 하므로  
 $0 < a \leq 1$ ,  $b \geq 3$  ▶ 40 %
- (2)  $a$ 의 최댓값은 1,  $b$ 의 최솟값은 3이므로 구하는 합은 4이다. ▶ 10 %

- 24 해결 과정  $a^3+b^3-ab(a+b)$   
 $= (a+b)(a^2-ab+b^2) - ab(a+b)$   
 $= (a+b)(a-b)^2$  ▶ 50 %

답구하기 그런데  $a+b > 0$ ,  $(a-b)^2 \geq 0$ 이므로

$$(a+b)(a-b)^2 \geq 0$$

따라서  $a^3+b^3 \geq ab(a+b)$  ▶ 30 %

여기서 등호는  $a=b$ 일 때 성립한다. ▶ 20 %