a	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$
$S'(a)$		$+$	0	$-$
$S(a)$		↗	$\frac{256}{27}$	↘

$0<a<2$이므로 $S'(a)=0$에서 $a=\frac{2}{3}$ ▶ 50 %

답 구하기 $S(a)$는 $a=\frac{2}{3}$에서 극대이며 최댓값 $\frac{256}{27}$을 가지므로 사다리꼴의 넓이의 최댓값은 $\frac{256}{27}$이다. ▶ 10 %

24 (1) $f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$

$-1\le x\le 3$이므로 $f'(x)=0$에서

$x=2$ ▶ 20 %

x	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	11	↘	-16	↗	-9

따라서 함수 $f(x)$의 최댓값은 11, 최솟값은 -16이다. ▶ 30 %

(2) 방정식 $x^3-12x=a$의 서로 다른 실근의 개수는 곡선 $y=x^3-12x$와 직선 $y=a$의 교점의 개수와 같다.

$f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$

$f'(x)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=2$ ▶ 20 %

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	16	↘	-16	↗

따라서 방정식 $x^3-12x=a$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는

$-16<a<16$ ▶ 30 %

25 해결 과정 t초 후 점 P의 속도를 $v_P(t)$, 점 Q의 속도를 $v_Q(t)$라 하면

$v_P(t)=3t^2-18t=3t(t-6)$,

$v_Q(t)=3t^2-12t=3t(t-4)$ ▶ 50 %

두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이려면 $v_P(t)$, $v_Q(t)$의 부호가 반대이어야 하므로

$v_P(t)v_Q(t)=9t^2(t-4)(t-6)<0$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 구하는 t의 값의 범위는

$4<t<6$ ▶ 20 %

III 다항함수의 적분법

1 부정적분과 정적분

01 부정적분 115~120쪽

준비하기 (1) $y'=2$ (2) $y'=3x^2-4x$

생각 열기 ❶ x^2+2, x^2+3, x^2+100 등

❷ x^2이 같고, 상수항만 다르다.

문제 1 (1) $9x+C$ (2) x^3+C (3) x^4-3x+C

문제 2 (1) $f(x)=2x+4$ (2) $f(x)=3x^2+x-1$

함께하기 ❶ $\frac{1}{4}x^4+C$, $\frac{1}{5}x^5+C$

❷ $\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

문제 3 (1) $\frac{1}{6}x^6+C$

(2) $\frac{1}{11}x^{11}+C$

(3) $\frac{1}{1000}x^{1000}+C$

문제 4 (1) $-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2-3x+C$ (2) $\frac{1}{4}x^4+x+C$

(3) $\frac{1}{3}x^3-5x^2+25x+C$ (4) $2x^3+2x+C$

문제 5 (1) $1-x$ (2) $-\frac{1}{2}x^2+x+C$

문제 6 (1) $f(x)=2x^3-3x+4$

(2) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x-6$

문제 7 $f(x)=x^2+x-3$

생각 넓히기 ❶ (가) x^2+2x (나) x^2+2x+C

❷ 예시 $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$로 적분상수가 없지만, $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$로 적분상수가 있다.

탐구 & 융합 121쪽

탐구 ❶ 곡선 $y=x^3$을 y축의 방향으로 적분상수 C만큼 평행이동한 곡선 $y=x^3+C$이다.

❷ $F(x)=x^3+1$

02 정적분 122~128쪽

준비하기 $\frac{2}{3}x^3-x+C$

생각 열기 ❶ x^2+C

❷ 8

문제 1 (1) 9 (2) 33 (3) 3 (4) $\frac{1}{3}$

문제 2 (1) $\frac{5}{3}$ (2) $-\frac{27}{2}$

문제 3 (1) 26 (2) -6

함께하기 ❶ $\int_a^c f(x)dx=F(c)-F(a)$,

$\int_c^b f(x)dx=F(b)-F(c)$

❷ $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$

❸ $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

$=\{F(c)-F(a)\}+\{F(b)-F(c)\}$

$=F(b)-F(a)=\int_a^b f(x)dx$

문제 4 (1) 6 (2) -12

문제 5 (1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{19}{3}$

문제 6 (1) $4x^3-x$ (2) $(3x+1)(1-x)$

문제 7 $f(x)=2x+5$, $a=-5$ 또는 $a=0$

생각 넓히기 ❶ $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$

$=\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\{F(x)-F(a)\}$

$=\lim_{x\to a}\frac{F(x)-F(a)}{x-a}$

$=F'(a)=f(a)$

❷ [방법 1] 0 [방법 2] 0

Ⅲ-1 중단원 마무리하기 130~133쪽

01 (1) $f(x)=7$ (2) $f(x)=-3x^2+2x-2$

02 (1) x^2-5x+C (2) $2x^4-x^2+x+C$

03 (1) -16 (2) $\frac{2}{3}$ (3) -4 (4) 36

04 (1) 3 (2) 24

05 (1) $f(x)=x^3-2x^2+3$

(2) $f(x)=-2x^3-\frac{5}{2}x^2+4x+\frac{9}{2}$

06 $f(x)=x^2-4x+1$

07 문제 이해 $f(x)$가 $x=-1$에서 극솟값 1을 가지므로

$f'(-1)=0,\quad f(-1)=1$ ▶ 10 %

해결 과정 $f(x)=\int(3x^2+ax+9)dx$에서

$f'(x)=3x^2+ax+9$

이므로

$f'(-1)=3-a+9=0$

$a=12$ ▶ 20 %

즉, $f'(x)=3x^2+12x+9=3(x+1)(x+3)$이므로

$f'(x)=0$에서

$x=-3$ 또는 $x=-1$ ▶ 20 %

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 $f(x)$는 $x=-3$에서 극댓값을 갖고 $x=-1$에서 극솟값 1을 갖는다. 이때

$f(x)=\int(3x^2+12x+9)dx$

$=x^3+6x^2+9x+C$

이고, $f(-1)=-1+6-9+C=1$이므로

$C=5$ ▶ 30 %

답 구하기 즉, $f(x)=x^3+6x^2+9x+5$이므로 $f(x)$의 극댓값은

$f(-3)=-27+54-27+5=5$ ▶ 20 %

08 285

09 2018

10 (1) 9 (2) $\frac{8}{3}$

11 $1+\sqrt{7}$

12 $\frac{4}{3}$

13 4

14 8

15 $f(x)=\begin{cases} x^2-x+C_1 & (C_1\text{은 적분상수})\ (x<1) \\ x^3-2x+C_2 & (C_2\text{는 적분상수})\ (x\ge 1) \end{cases}$

이때 $f(2)=3$이므로

$$2^3-2\times 2+C_2=3$$
$$C_2=-1$$

또, 함수 $f(x)$가 모든 실수에서 연속이면 $x=1$에서도 연속이므로

$$1-1+C_1=1-2-1$$
$$C_1=-2$$

따라서

$$f(x)=\begin{cases} x^2-x-2 & (x<1) \\ x^3-2x-1 & (x\ge 1) \end{cases}$$

이므로

$$f(-1)=(-1)^2-(-1)-2=0$$

16 문제 이해 $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x}=3$에서 $f'(x)$는 일차항의 계수가 3인 일차함수이므로

$$f'(x)=3x+k\ (k\text{는 상수})$$

로 놓을 수 있다. ▶ 20 %

해결 과정 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=2$에서 극한값이 존재하고 $\lim_{x\to 1}(x-1)=0$이므로 $\lim_{x\to 1}f(x)=0$이다.

즉, $f(1)=0$이므로

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=f'(1)$$
$$=2$$

▶ 20 %

$f'(1)=3+k=2$에서 $k=-1$

$$f'(x)=3x-1$$ ▶ 10 %

$$f(x)=\int f'(x)dx$$
$$=\int(3x-1)dx$$
$$=\frac{3}{2}x^2-x+C\ (C\text{는 적분상수})$$

이므로

$$f(1)=\frac{3}{2}-1+C=0,\quad C=-\frac{1}{2}$$
$$f(x)=\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{2}$$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 방정식 $f(x)=\frac{3}{2}x^2-x-\frac{1}{2}=0$

즉, $3x^2-2x-1=0$에서

$$(3x+1)(x-1)=0$$
$$x=-\frac{1}{3}\text{ 또는 }x=1$$ ▶ 20 %

17 주어진 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$f(x)=6x+a$$

또, $\int_a^a f(t)dt=0$이므로 주어진 등식의 양변에 $x=a$를 대입하면

$$3a^2+a^2-4=0,\quad 4a^2=4$$
$$a=-1\text{ 또는 }a=1$$

그런데 $a>0$이므로 $a=1$

따라서 $f(x)=6x+1$이다.

18 주어진 등식을 정리하면

$$x\int_2^x f(t)dt-\int_2^x tf(t)dt$$
$$=x^3-6x^2+12x-8 \quad \cdots\cdots ①$$

①의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\int_2^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)=3x^2-12x+12$$
$$\int_2^x f(t)dt=3x^2-12x+12 \quad \cdots\cdots ②$$

②의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$f(x)=6x-12$$

19 $f(t)=-0.001t^4+0.8t$이므로 아동의 10분 후의 기억량은

$$\int_0^{10}(-0.001t^4+0.8t)dt$$
$$=\left[-\frac{1}{5000}t^5+\frac{2}{5}t^2\right]_0^{10}$$
$$=-\frac{1}{5000}\times 10^5+\frac{2}{5}\times 10^2$$
$$=20$$

2 정적분의 활용

01 넓이 135~141쪽

준비하기 $-\frac{27}{2}$

생각 열기 ❶ $\frac{5}{2}$

❷ $\int_1^2 f(x)dx=\frac{5}{2}$이므로 사다리꼴 ABCD의 넓이와 같다.

문제 1 28

함께하기 ❶ $S_1=\int_a^c f(x)dx,\ S_2=\int_c^b \{-f(x)\}dx$

❷ $S=S_1+S_2$

$=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b \{-f(x)\}dx$

$=\int_a^c |f(x)|dx+\int_c^b |f(x)|dx$

$=\int_a^b |f(x)|dx$

문제 2 (1) $\frac{9}{8}$ (2) 36

생각톡톡 다르다.

문제 3 (1) 3 (2) $\frac{11}{2}$

문제 4 (1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{27}{2}$

문제 5 (1) 8 (2) 18

생각 넓히기 ❶ (1) $S_1=\int_a^b f(x)dx$,

$S_2=\int_b^c \{-f(x)\}dx$

(2) $\int_a^c f(x)dx$

$=\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx$

$=\int_a^b f(x)dx-\int_b^c \{-f(x)\}dx$

$=S_1-S_2=0$

❷ $k=-2$ 또는 $k=1$ 또는 $k=4$

탐구 & 융합 142쪽

탐구 ❶ $2\int_0^1 \{x-L(x)\}dx$

❷ $\frac{7}{27}$

02 속도와 거리 143~146쪽

준비하기 속도: 9, 가속도: 12

생각 열기 ❶ $v(t)=2t$

❷ 9

❸ $s(3)=9,\ s(3)=\int_0^3 v(t)dt$이므로 3초 동안 움직인 거리는 속도 $v(t)$의 0에서 3까지의 정적분의 값과 같다.

문제 1 (1) $-\frac{1}{3}t^3+2t^2+1$ (2) $\frac{22}{3}$

문제 2 23

문제 3 (1) 1

(2) 8

(3) 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 수직선의 양의 방향으로 2만큼 움직이고, 시각 $t=2$에서 $t=4$까지는 음의 방향으로 2만큼 움직이며, 시각 $t=4$에서 $t=7$까지는 양의 방향으로 4만큼 움직인 다음 멈춘다.

문제 4 1250 m

생각 넓히기 ❶ 색칠한 부분의 넓이는 두 자전거가 움직인 거리의 차를 의미한다.

따라서 시각 $t=0$에서 $t=1$까지 색칠한 부분의 넓이는 A, B가 출발한 후 처음 1분 동안 B가 움직인 거리에서 A가 움직인 거리를 뺀 것과 같다. 즉, 출발한 후 0분에서 1분까지는 B가 파란색 부분의 넓이만큼 더 움직였다.

시각 $t=1$에서 $t=2$까지 색칠한 부분의 넓이는 1분에서 2분 사이에 A가 움직인 거리에서 B 가 움직인 거리를 뺀 것과 같다. 즉, 출발한 후 1분에서 2분까지는 A가 주황색 부분의 넓이만큼 더 움직였다.

❷ 처음 1분 동안은 B가 A와 거리를 점차 벌리며 앞서다가, 그 후 1분 동안은 A, B의 거리의 차가 점차 좁혀지며 출발한 후 2분이 되면 A, B가 만나게 된다. 즉, 색칠한 두 부분의 넓이가 같으면 두 자전거가 출발한 후 2분 동안 움직인 총거리는 같다.

탐구 & 융합 147쪽

탐구 ❶ $v(t)=\int_0^t 9.8dt=9.8t$

따라서 $\frac{\Delta v}{\Delta t}=9.8$이므로 갈릴레이의 주장은 옳다.

❷ $x=\int_0^t 9.8tdt=4.9t^2$이므로 $\quad k=4.9$

Ⅲ-2 중단원 **마무리하기** 148~151쪽

01 $\frac{32}{3}$

02 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{9}{2}$

03 (1) 9 (2) $\frac{27}{4}$

04 9

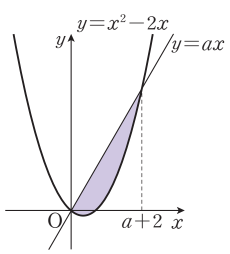
05 2

06 3

07 해결 과정 곡선 $y=x^2-2x$와 직선 $y=ax$의 교점의 x좌표는 $x^2-2x=ax$, 즉 $x^2-(a+2)x=0$에서

$x\{x-(a+2)\}=0$

$x=0$ 또는 $x=a+2$ ▶ 30 %



따라서 주어진 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\int_0^{a+2}|(x^2-2x)-ax|dx$

$=\int_0^{a+2}\{-x^2+(a+2)x\}dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(a+2)x^2\right]_0^{a+2}$

$=\frac{(a+2)^3}{6}$ ▶ 50 %

답 구하기 즉, $\frac{(a+2)^3}{6}=36$이므로

$(a+2)^3=6^3, \quad a+2=6$

$a=4$ ▶ 20 %

08 $\frac{27}{4}$

09 6

10 $f(x)=-2x^3+12x^2-18x$

11 -8

12 9

13 (1) -7 (2) 6

14 (1) 20 m (2) 25 m (3) 25 m

15 $f(x)=x^3-3x+\int_0^2 f(t)dt$에서 $\int_0^2 f(t)dt=a$로 놓으면

$f(x)=x^3-3x+a$

$f(x)$의 0에서 2까지의 정적분의 값을 구하면

$a=\int_0^2(x^3-3x+a)dx$

$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+ax\right]_0^2$

$=-2+2a$

이므로 $\quad a=2$

즉, $\quad f(x)=x^3-3x+2$

곡선 $y=x^3-3x+2$와 직선 $y=2$의 교점의 x좌표는 $x^3-3x+2=2$, 즉 $x(x^2-3)=0$에서

$x=-\sqrt{3}$ 또는 $x=0$ 또는 $x=\sqrt{3}$

따라서 구하는 넓이는

$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}|x^3-3x|dx$

$=\int_{-\sqrt{3}}^{0}(x^3-3x)dx+\int_0^{\sqrt{3}}(-x^3+3x)dx$

$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2\right]_{-\sqrt{3}}^0+\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2\right]_0^{\sqrt{3}}$

$=\frac{9}{2}$

16 $A:B=1:2$에서 $\quad B=2A$

곡선 $y=x^2-6x+a$가 직선 $x=3$에 대하여 대칭이므로 A는 곡선 $y=x^2-6x+a$와 x축 및 $x=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다. 즉,

$\int_0^3(x^2-6x+a)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-3x^2+ax\right]_0^3$

$=9-27+3a$

$=0$

따라서 $a=6$이다.

17 문제 이해 시각 t에서의 두 점 P, Q의 위치를 각각 $x_P(t)$, $x_Q(t)$라 하면

$$x_P(t)=\int_0^t (3t^2-4t+2)dt=t^3-2t^2+2t$$

$$x_Q(t)=\int_0^t (11-4t)dt=11t-2t^2$$ ▶ 40 %

해결 과정 두 점 P, Q가 만나는 것은 두 점의 위치가 같을 때, 즉 $x_P(t)=x_Q(t)$일 때이므로

$t^3-2t^2+2t=11t-2t^2$에서

$t^3-9t=0$, $t(t+3)(t-3)=0$

이때 $t\geq 0$이므로

$t=0$ 또는 $t=3$ ▶ 50 %

답 구하기 따라서 두 점 P, Q가 다시 만나게 되는 시각은 $t=3$일 때이다. ▶ 10 %

18 B가 P 지점을 지나고 달린 시간을 t초라 하면 A가 P 지점을 지나고 달린 시간은 $(t+2)$초이다.

A가 P 지점을 지나고 $(t+2)$초 동안 달린 거리는

$16(t+2)$(m)

또, B가 P 지점을 지나고 달린 거리는

$$\int_0^t (2t+2)dt=t^2+2t\ (\mathrm{m})$$

$16(t+2)=t^2+2t$에서

$(t-16)(t+2)=0$

이때 $t>0$이므로 $t=16$

따라서 16초 후에 두 자동차가 만난다.

III 대단원 평가하기 152~155쪽

01 2

02 $\frac{101}{100}$

03 ②

04 6

05 ⑤

06 20

07 2

08 $\frac{1}{3}$

09
$$\int_{-1}^1 f(x)dx=\int_{-1}^1(x^2+ax+b)dx$$
$$=\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2+bx\right]_{-1}^1$$
$$=\frac{2}{3}+2b$$
$$=1$$

이므로 $b=\frac{1}{6}$

$$\int_{-1}^1 xf(x)dx=\int_{-1}^1(x^3+ax^2+bx)dx$$
$$=\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx^2\right]_{-1}^1$$
$$=\frac{2}{3}a$$
$$=2$$

이므로 $a=3$

따라서 $ab=3\times\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$이다.

10 ⑤

11 6

12 3

13 주어진 식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$0=a+2+b$, $a+b=-2$

$\int_1^x (x-t)f(t)dt=ax^2+2x+b$에서

$$x\int_1^x f(t)dt-\int_1^x tf(t)dt=ax^2+2x+b$$

양변을 x에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)=2ax+2$$

$$\int_1^x f(t)dt=2ax+2$$

양변에 $x=1$을 대입하면

$0=2a+2$, $a=-1$

그런데 $a+b=-2$이므로

$b=-1$

따라서 $ab=1$이다.

14 3

15 ③

16 ①

17 곡선 $y=-x^2+3x$와 직선 $y=x$의 교점의 x좌표는

$$-x^2+3x=x, \quad x^2-2x=0$$
$$x(x-2)=0, \quad \text{즉} \quad x=0 \text{ 또는 } x=2$$

닫힌구간 $[0, 2]$에서 $-x^2+3x \geq x$이므로

$$S_1=\int_0^2 \{(-x^2+3x)-x\}dx$$
$$=\int_0^2 (-x^2+2x)dx$$
$$=\left[-\frac{x^3}{3}+x^2\right]_0^2=\frac{4}{3}$$

곡선 $y=-x^2+3x$와 x축의 교점의 x좌표는

$$x=0 \text{ 또는 } x=3$$

닫힌구간 $[0, 3]$에서 $-x^2+3x \geq 0$이므로

$$S_2=\int_0^3 (-x^2+3x)dx-S_1$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_0^3-\frac{4}{3}$$
$$=\frac{9}{2}-\frac{4}{3}$$
$$=\frac{19}{6}$$

따라서 $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{19}{6}}=\dfrac{8}{19}$이다.

18 3 **19** 171 m

20 63 m

21 해결 과정 주어진 $y=f'(x)$의 그래프에서

$$f'(x)=a(x+2)(x-2)\ (a<0)$$

라 하면 $f'(0)=3$이므로

$$-4a=3, \quad a=-\frac{3}{4}$$

즉, $f'(x)=-\frac{3}{4}(x+2)(x-2)$이다. ▶ 20 %

$$f'(x)=-\frac{3}{4}(x^2-4)$$
$$=-\frac{3}{4}x^2+3$$

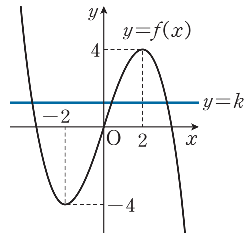
이므로

$$f(x)=\int\left(-\frac{3}{4}x^2+3\right)dx$$
$$=-\frac{1}{4}x^3+3x+C\ (C\text{는 적분상수})$$ ▶ 20 %

그런데 $f(0)=0$이므로

$$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+3x$$ ▶ 20 %

이때 함수 $f(x)$의 극솟값은 $f(-2)=-4$, 극댓값은 $f(2)=4$이므로, 그래프는 다음 그림과 같다.



▶ 20 %

답 구하기 따라서 방정식 $f(x)=k$가 서로 다른 세 실근을 가지려면

$$-4<k<4$$ ▶ 20 %

22 해결 과정 $\displaystyle\int_0^1 (3a^2x^2+4ax-1)dx$

$$=\left[a^2x^3+2ax^2-x\right]_0^1$$
$$=a^2+2a-1$$
$$=(a+1)^2-2$$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 주어진 정적분은 $a=-1$일 때, 최솟값 -2를 가지므로

$$m=-1, n=-2$$ ▶ 50 %

$$m+n=-1+(-2)$$
$$=-3$$ ▶ 10 %

23 문제 이해 $y=x^2\ (x\geq 0)$에서 $y=1$일 때 $x=1$이므로 곡선 $y=x^2\ (x\geq 0)$과 y축 및 직선 $y=1$로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^1 (1-x^2)dx=\left[x-\frac{1}{3}x^3\right]_0^1$$
$$=\frac{2}{3}$$ ▶ 30 %

해결 과정 $y=ax^2\ (x\geq 0)$에서 $y=1$일 때 $x=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$이므로 곡선 $y=ax^2\ (x\geq 0)$과 y축 및 직선 $y=1$로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}} (1-ax^2)dx=\left[x-\frac{1}{3}ax^3\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}}$$
$$=\frac{2}{3\sqrt{a}}$$ ▶ 30 %

답 구하기 이때 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3\sqrt{a}}$이므로

$\sqrt{a}=2,\qquad a=4$ ▶ 40 %

24 문제 이해 시각 t에서의 점 P의 위치를 $x_1(t)$라 하면

$$x_1(t)=\int_0^t(-2t+1)dt=-t^2+t$$

시각 t에서의 점 Q의 위치를 $x_2(t)$라 하면

$$x_2(t)=\int_0^t(3t^2-1)dt=t^3-t$$

시각 t에서의 점 R의 위치를 $s(t)$라 하면

$$s(t)=\frac{1}{2}\{(t^3-t)+(-t^2+t)\}$$
$$=\frac{1}{2}t^3-\frac{1}{2}t^2$$ ▶ 30 %

해결 과정 점 R가 원점을 지날 때, $s(t)=0$이므로

$\frac{1}{2}t^3-\frac{1}{2}t^2=0$에서

$t=0$ 또는 $t=1$

점 R의 시각 t에서의 속도는

$$s'(t)=\frac{3}{2}t^2-t$$ ▶ 20 %

$s'(t)=\frac{3}{2}t^2-t=t\left(\frac{3}{2}t-1\right)$이므로 닫힌구간 $\left[0,\ \frac{2}{3}\right]$에서 $s'(t)\le 0$이고, 닫힌구간 $\left[\frac{2}{3},\ 1\right]$에서 $s'(t)\ge 0$이다.

답 구하기 따라서 점 R가 다시 원점을 지날 때까지 움직인 거리는

$$\int_0^1\left|\frac{3}{2}t^2-t\right|dt$$
$$=\int_0^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{3}{2}t^2+t\right)dt+\int_{\frac{2}{3}}^1\left(\frac{3}{2}t^2-t\right)dt$$
$$=\left[-\frac{1}{2}t^3+\frac{1}{2}t^2\right]_0^{\frac{2}{3}}+\left[\frac{1}{2}t^3-\frac{1}{2}t^2\right]_{\frac{2}{3}}^1$$
$$=\frac{4}{27}$$ ▶ 50 %