

수준별
문제



01 명제와 조건

()반 ()번
이름 ()

01 다음에서 명제와 조건을 구분하여라.

- (1) 1은 3의 배수이다.
- (2) $x \leq 1$
- (3) x 는 6과 9의 최대공약수이다.
- (4) $1 + 3 < 5$

02 전체집합 U 가 자연수 전체의 집합일 때, 다음 조건의 진리집합을 구하여라.

- (1) $p: x$ 는 10 이하의 소수이다.
- (2) $q: x^2 - 8x + 12 \leq 0$

03 다음 명제의 가정, 결론을 각각 말하여라.

자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.

04 다음 □ 안에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ㄱ. 용어의 뜻을 명확하게 정한 문장을 그 용어의 □□라 한다.
- ㄴ. 이미 알려진 사실이나 성질을 이용하여 어떤 명제가 참 또는 거짓임을 논리적으로 밝히는 과정을 □□이라 한다.
- ㄷ. 참으로 증명된 명제 중에서 기본이 되는 것이나 여러 가지 성질을 증명할 때 자주 이용되는 것을 □□라 한다.

- ① 증명, 정의, 정리
- ② 증명, 정리, 정의
- ③ 정의, 정리, 증명
- ④ 정의, 증명, 정리
- ⑤ 정리, 증명, 정의

수준별
문제

01 명제와 조건

()반 ()번
이름 ()

- 01 세 실수 a, b, c 에 대하여 조건 p 가 다음과 같을 때, $\sim p$ 의 진리집합을 구하여라.

$$p : (a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$$

- 02 다음 중 명제 '60의 약수는 24의 약수이다.'가 거짓임을 보이는 반례가 될 수 있는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

- 03 전체집합 U 가 정수 전체의 집합일 때, 다음 명제의 참, 거짓을 판별하여라.

- (1) $-1 \leq x \leq 1$ 이면 $-2 \leq x \leq 2$ 이다.
(2) $x^2 = 16$ 이면 $x^2 - 8x + 16 = 0$ 이다.

- 04 명제 '모든 직사각형은 평행사변형이다.'의 부정은?

- ① 모든 평행사변형은 직사각형이다.
② 평행사변형이 아닌 직사각형이 있다.
③ 직사각형이 아닌 사각형은 평행사변형이다.
④ 어떤 평행사변형은 직사각형이다.
⑤ 평행사변형이 아닌 사각형은 직사각형도 아니다.

수준 별
문제



02 명제의 역과 대우

()반 ()번
이름 ()

- 01** 다음 \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.
- (1) 명제 $q \rightarrow p$ 의 역은 $\square \rightarrow q$ 이다.
 - (2) 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\square \rightarrow \sim p$ 이다.
 - (3) 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역은 $q \rightarrow \square$ 이다.
 - (4) 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 의 대우는 $p \rightarrow \square$ 이다.

- 02** 명제 ' x 가 6의 배수이면 x 는 3의 배수이다.'의 역과 대우를 말하여라.

- 03** 다음 중 두 자연수 a, b 에 대하여 명제 ' ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.'가 참임을 증명하는 방법으로 옳은 것은?
- ① $a = 3, b = 4$ 라 하면 $ab = 12$ 는 짝수이므로 주어진 명제는 참이다.
 - ② 예를 들어 $ab = 6$ 이면 ($a = 2, b = 3$) 또는 ($a = 3, b = 2$) 또는 ($a = 1, b = 6$) 또는 ($a = 6, b = 1$)이므로 주어진 명제는 참이다.
 - ③ a 가 짝수이면 ab 는 짝수이고 b 가 짝수이면 ab 는 짝수이므로 주어진 명제는 참이다.
 - ④ 역 ' a 또는 b 가 짝수이면 ab 는 짝수이다.'가 참이므로 주어진 명제는 참이다.
 - ⑤ 대우 ' a 와 b 가 모두 홀수이면 ab 는 홀수이다.'가 참이므로 주어진 명제는 참이다.

- 04** 다음은 대우를 이용하여 명제 ' a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.'임을 증명하는 과정이다. \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.

주어진 명제의 대우는
'실수 a, b 에 대하여 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이면 $a^2 + b^2 \neq 0$ 이다.'

(i) $a \neq 0$ 이면
 $a^2 > 0$ 이고 $b^2 \square 0$ 이므로
 $a^2 + b^2 > \square$
 즉, $a^2 + b^2 \neq 0$ 이다.

(ii) $b \neq 0$ 이면
 $b^2 \square 0$ 이고 $a^2 \geq 0$ 이므로
 $a^2 + b^2 \square 0$
 즉, $a^2 + b^2 \neq 0$ 이다.

따라서 주어진 명제의 \square 가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

수준별
문제

02 명제의 역과 대우

()반 ()번
이름 ()

01 두 실수 a, b 에 대하여 'a와 b가 모두 유리수이면 $a+b$ 도 유리수이다.'의 대우는?

- ① a 와 b 가 모두 무리수이면 $a+b$ 도 무리수이다.
- ② $a+b$ 가 유리수이면 a 와 b 도 모두 유리수이다.
- ③ $a+b$ 가 유리수이면 a 와 b 중 적어도 하나는 유리수이다.
- ④ $a+b$ 가 무리수이면 a 와 b 중 적어도 하나는 무리수이다.
- ⑤ a 나 b 가 무리수이면 $a+b$ 는 무리수이다.

02 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 명제 중에서 항상 참인 것은?

- ① $p \rightarrow q$ ② $q \rightarrow p$
- ③ $q \rightarrow \sim p$ ④ $\sim q \rightarrow p$
- ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

03 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. 조건 p 가 다음과 같을 때, 명제 $\sim q \rightarrow p$ 의 대우가 참이 되게 하는 집합 Q 의 개수를 구하여라.

$p: x \text{는 } 3 \text{의 약수이다.}$

04 대우를 이용하여 다음 명제를 증명하여라.

두 실수 x, y 에 대하여 $x+y \geq 2$ 이면 $x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ 이다.

수준별
문제

02 명제의 역과 대우

()반 ()번
이름 ()

- 01** 한쪽 면에는 자연수, 다른 쪽 면에는 영문자가 적혀있는 카드가 있다. '이 카드가 한쪽 면에 소수가 적혀있으면 다른 쪽 면에 모음이 적혀있다.'는 규칙을 따른다. 한쪽 면에 1, 3, 6, 7, a , b , c , d , e , f 가 적혀있는 카드 10개가 있을 때, 이 카드가 규칙을 따르는지 확인하기 위해 반드시 뒤집어 보아야 하는 카드의 개수를 구하여라.

- 02** 세 수 a , b , c 가 모두 정수일 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 a , b , c 중 적어도 하나는 3의 배수임을 증명하여라.

수준별
문제

03 충분조건과 필요조건

()반 ()번
이름 ()

01 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 무슨 조건인지 말하여라.

(1) $p: x = 5$ $q: x^2 - 25 = 0$

(2) $p: |x| + |y| = 0$ $q: x^2 + y^2 = 0$

03 $-5 \leq x \leq 7$ 는 $x \geq a$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

02 다음 중 두 실수 a, b 에 대하여 $a = b = 0$ 이기 위한 필요충분조건인 것만을 모두 골라라.

(1) $ab = 0$

(2) $a + b = 0$

(3) $a^2 + b^2 = 0$

(4) $|a| + |b| = 0$

04 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하자. p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계를 말하여라.

수준별
문제



03 충분조건과 필요조건

()반 ()번
이름 ()

01 두 조건

$p : (x-3)^2 = a, q : x=0$ 또는 $x=b$
에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때,
상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 50 ② 51 ③ 52
- ④ 53 ⑤ 54

02 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, □ 안에 충분, 필요, 필요충분 중에서 가장 알맞은 것을 각각 써 넣어라. (단, x, y 는 실수)

- (1) 조건 ' $p : |x-1| \leq 2$ '는 조건 ' $q : x$ 는 3의 약수이다.'가 되기 위한 □ 조건이다.
- (2) 조건 ' $p : x^2 + y^2 = 2xy$ '는 조건 ' $q : 2y + (2x+y)i = x+y+3xi$ '가 되기 위한 □ 조건이다.

03 $x-2 \neq 0$ 은 $x^2 + ax - 10 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

04 세 조건 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건이고, $\sim q$ 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이다. 다음 물음에 답하여라.

- (1) 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 세 집합 P, Q, R 사이의 포함 관계를 말하여라.
- (2) r 는 p 이기 위한 어떤 조건인지 말하여라.

수준별
문제

03 충분조건과 필요조건

()반 ()번
이름 ()01 자연수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 가

$$p : 2x^2 - 7x > 22, \quad q : 3x + 2 > 7, \quad r : x > k$$

일 때, p 는 r 이기 위한 충분조건이고, q 는 r 이기 위한 필요조건이 되는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하여라.

02 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 $\sim q$ 는 $\sim p$ 이기 위한 충분조건이고 s 는 r 이기 위한 필요조건이다. 다음 중 명제 $p \rightarrow s$ 가 참이 되게 하기 위해 필요한 조건인 것을 모두 골라라.

- (1) $p \Rightarrow q$ (2) $q \Rightarrow s$ (3) $r \Rightarrow q$ (4) $\sim r \Rightarrow \sim q$

수준 별
문제

기본

04 절대부등식

()반 ()번
이름 ()

01 이차부등식 $x^2 + kx + 9 > 0$ 이 x 에 대한 절대부등식이 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

03 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때, 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 성립함을 증명하는 과정이다.

안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$\begin{aligned} & \frac{a+b}{2} - \square \\ &= \frac{a+b - \square\sqrt{ab}}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\square)^2}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{a} - \square)^2}{2} \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
(단, 등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.)

02 a, b 가 실수일 때, 부등식 $a^2 + b^2 \geq -ab$ 가 성립함을 증명하여라.

04 $a > 0$ 일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

(1) $a + \frac{1}{a}$

(2) $9a + \frac{4}{a}$

수준별
문제

04 절대부등식

 ()반 ()번
 이름 ()

- 01** 부등식 $|a| - |b| \leq |a - b|$ 가 성립함을 증명하여라.
- 02** $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{4}{y}\right)\left(y + \frac{16}{x}\right)$ 은 $xy = a$ 에서 최솟값 b 를 갖는다. 이때 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.
- 03** 대각선의 길이가 10인 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.
- 04** 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 13$ 을 만족시킬 때, $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하여라.

수준별
문제

발전

04 절대부등식

()반 ()번
이름 ()

- 01 세 양수 x, y, z 에 대하여 부등식 $(x+y)(y+z)(z+x) - kxyz \geq 0$ 이 절대부등식이 되게 하는 상수 k 의 최댓값을 구하여라.

- 02 다음은 임의의 두 실수 x, y 와 $a+b=1, 0 \leq a \leq 1$ 을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여

$$|ax+by| \leq \sqrt{ax^2+by^2}$$

임을 증명한 것이다.

$$\begin{aligned} |ax+by|^2 - (\sqrt{ax^2+by^2})^2 &= ax^2(a-1) + by^2 \text{ (가)} + 2abxy \\ &= \text{ (나)} a(a-1) \end{aligned}$$

$0 \leq a \leq 1$ 이므로 $a(a-1) \leq 0$ 이다.

$$\text{따라서 } |ax+by|^2 - (\sqrt{ax^2+by^2})^2 \leq 0$$

즉, $|ax+by| \leq \sqrt{ax^2+by^2}$ 이다.

(가)에 알맞은 식을 $f(a)$, (나)에 알맞은 식을 $g(x, y)$ 라 할 때, $f(5) + g(3, 6)$ 의 값을 구하여라.

01 다음 중 명제인 것은? ▶ 3점

- ① 뛰지 말고 걸어라.
- ② $3x + 2 > 0$
- ③ 나는 저녁노을이 좋아!
- ④ 홍길동은 키가 크다.
- ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 이다.

02 조건 ' $a > 0$ 또는 $b > 0$ '의 부정은? ▶ 3점

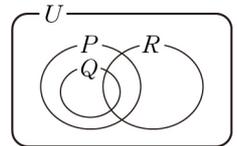
- ① $a > 0$ 이고 $b > 0$ ② $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$
- ③ $a > 0$ 또는 $b \leq 0$ ④ $a \leq 0$ 또는 $b \leq 0$
- ⑤ $a \leq 0$ 이고 $b \leq 0$

03 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 조건 ' $p : x$ 는 소수이다.'의 진리집합을 구하여라. ▶ 3점

04 다음 중 명제 ' x 또는 y 가 무리수이면 xy 가 무리수이다.'가 거짓임을 보이기 위한 예로 알맞은 것은? ▶ 3점

- ① $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$ ② $x = \sqrt{2}, y = 1$
- ③ $x = 2, y = 1$ ④ $x = 2, y = \sqrt{3}$
- ⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$

05 전체집합 U 에서의 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 오른쪽 그림은 세 집합 P, Q, R 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 나타낸 것이다. 다음 명제 중에서 항상 참인 것은? ▶ 4점



- ① $p \rightarrow q$ ② $p \rightarrow r$ ③ $q \rightarrow p$
- ④ $q \rightarrow r$ ⑤ $r \rightarrow p$

06 다음 명제 중 거짓인 것은? ▶ 4점

- ① $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 10은 2와 5의 공배수이다.
- ③ $x^3 = x$ 이면 $x^2 = x$ 이다.
- ④ 정삼각형은 이등변삼각형이다.
- ⑤ x 가 6의 양의 배수이면 x 는 3의 양의 배수이다.

07 두 실수 a, b 에 대하여 참인 명제인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? ▶ 4점

◦보기◦

ㄱ. $a < b < 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
 ㄴ. $|a| + |b| \geq |a + b|$ 이면 $ab \leq 0$ 이다.
 ㄷ. $a^3 = 8$ 이면 $a = 2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서술형

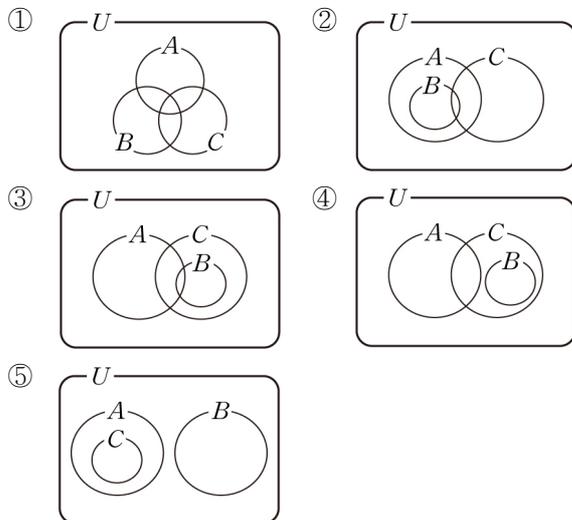
08 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하자.

' p : x 는 6의 약수이다.'일 때, 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이 되게 하는 집합 Q 의 개수를 구하여라.
 ▶ 7점

09 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 두 명제가 항상 참일 때, 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타낸 것은?

▶ 4점

(가) 모든 $x \in A$ 에 대하여 $x \notin B$ 이다.
 (나) 어떤 $x \in C$ 에 대하여 $x \notin A$ 이다.



10 명제 '모든 사람은 수학적 사고를 한다.'의 부정은?

▶ 3점

- ① 어떤 사람은 수학적 사고를 한다.
 ② 수학적 사고를 하는 사람은 없다.
 ③ 수학적 사고를 하지 않는 사람도 있다.
 ④ 모든 사람은 수학적 사고를 하지 않는다.
 ⑤ 수학적 사고를 하지 않는 사람은 없다.

11 명제 ' $a \leq x \leq a + 2$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $-5 < x \leq 3$ 이다.'가 참이 되게 하는 정수 a 의 개수를 구하여라. ▶ 4점

12 다음은 명제 '자연수 m, n 에 대하여 mn 이 짝수이면 m 또는 n 이 짝수이다.'를 증명한 것이다.

◦증명◦

주어진 명제의 대우 '자연수 m, n 에 대하여 m 과 n 이 홀수이면 mn 은 이다.'를 증명하면 된다. m 과 n 이 홀수이면

$$m = 2k + 1, n = 2l + 1 (k, l \text{은 } 0 \text{ 또는 자연수})$$

로 나타낼 수 있으므로

$$mn = (2k + 1)(2l + 1) = 4kl + 2k + 2l + 1 = 2(2kl + k + l) + 1$$

이때 $2kl + k + l$ 은 0 또는 자연수이므로 mn 은 이다. 즉, m 과 n 이 홀수이면 mn 은 이다.

따라서 자연수 m, n 에 대하여 mn 이 짝수이면 m 또는 n 이 짝수이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 말을 써넣으시오.

13 명제 ' $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이면 $ab = 0$ 이다.'의 대우는? ▶ 3점

- ① $ab = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
- ② $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.
- ③ $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 $ab \neq 0$ 이다.
- ④ $a \neq 0$ 이거나 $b \neq 0$ 이면 $ab \neq 0$ 이다.
- ⑤ $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.

14 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것은? ▶ 3점

- ① $p \rightarrow q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $p \rightarrow \sim q$
- ④ $\sim p \rightarrow \sim q$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

15 전체집합 U 에서의 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라고 하자. 세 명제 $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? ▶ 4점

○보기○

- ㄱ. $Q \subset P$
- ㄴ. $Q^c = R$
- ㄷ. $P \cap R = \emptyset$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 다음은 A, B, C, D 네 사람이 사용하는 휴대전화의 제조 회사에 대하여 설명한 것이다.

- (가) a, b, c 회사의 제품이 각각 1개, 2개, 1개 있다.
- (나) A와 B는 서로 다른 회사의 제품을 사용한다.
- (다) A와 C는 서로 다른 회사의 제품을 사용한다.
- (라) D는 A, B, C 중 어느 누구와도 같은 회사의 제품을 사용하지 않는다.

위의 설명으로부터 얻을 수 있는 추론 중에서 항상 옳은 것은? ▶ 4점

- ① A는 a 회사 제품을 사용한다.
- ② B는 b 회사 제품을 사용한다.
- ③ C는 a 회사 제품을 사용한다.
- ④ C는 c 회사 제품을 사용한다.
- ⑤ D는 c 회사 제품을 사용한다.

17 실수 x 에 대하여 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은? ▶ 3점

- (가) $(x-1)(x-2) = 0$ 은 $x = 1$ 이기 위한 조건이다.
- (나) $x = 3$ 은 $x-2 > 0$ 이기 위한 조건이다.

- ① 필요, 필요 ② 필요, 충분 ③ 충분, 필요
- ④ 충분, 충분 ⑤ 필요충분, 필요

18 다음 중 p 는 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것을 모두 고르면? (단, a, b 는 실수이다.) ▶ 4점

- ① $p : a = b$ $q : a^2 = b^2$
- ② $p : a < 0$ 이고 $b > 0$ $q : ab < 0$
- ③ $p : a + b > 2$ $q : a > 1$ 이고 $b > 1$
- ④ $p : a^2 - 5a = 0$ $q : a = 0$ 또는 $a = 5$
- ⑤ $p : a < 1$ $q : a^2 < 1$

19 $x \leq 2$ 는 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건이고, $x \geq b$ 는 $x \geq -4$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은? ▶ 3점

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

서술형

20 다음 두 조건 p, q 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 8점

$p: (x+2)^2 = a$
 $q: x = 1$ 또는 $x = b$

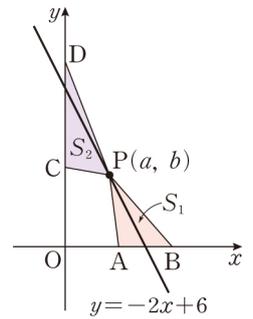
21 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A \cup B) - (A \cap B) = A - B$ 이기 위한 필요충분조건인 것은? ▶ 4점

- ① $A \subset B$ ② $B \subset A$ ③ $A = B$
 ④ $A \neq B$ ⑤ $A \cap B = \emptyset$

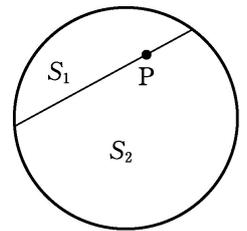
22 실수 x 에 대하여 $x^2 + \frac{25}{x^2+3}$ 의 최솟값을 구하여라. ▶ 4점

서술형

23 오른쪽 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 $P(a, b)$ 와 x 축 위의 두 점 $A(2, 0), B(4, 0)$ 및 y 축 위의 두 점 $C(0, 3), D(0, 7)$ 을 꼭짓점으로 하는 두 삼각형 APB, CPD 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라고 하자. $S_1 \times S_2$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$) ▶ 10점



24 오른쪽 그림과 같이 넓이가 4π 인 원의 내부에 임의의 점 P 가 있다. 이 점 P 를 지나는 현에 의해 만들어진 두 활꼴의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $4S_1^2 + S_2^2$ 의 최솟값은? ▶ 4점



- ① $12\pi^2$ ② $\frac{64}{5}\pi^2$ ③ $13\pi^2$
 ④ $\frac{66}{5}\pi^2$ ⑤ $20\pi^2$

- 08** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 3\}$ 이고 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = \{2, 4, 6\}$ 일 때, 집합 $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합은?
 ▶ 3점
- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

- 09** 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{A \cap (A^c \cap B^c)^c\} \cup \{B \cap (A \cup B^c)\} = A \cap B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은? ▶ 3점
- ① $A \subset B$ ② $B \subset A$ ③ $A^c = B$
④ $A \cap B = \emptyset$ ⑤ $A = B^c$

- 10** 두 실수 x, y 에 대하여 다음 명제 중에서 참인 것은? ▶ 3점
- ① $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.
② 6의 배수는 12의 배수이다.
③ 모든 실수의 제곱은 0보다 크다.
④ 어떤 소수는 홀수가 아니다.
⑤ 사다리꼴은 평행사변형이다.

- 11** 실수 x, y, z 와 조건 p, q, r, s, t, u 에 대하여 조건 $p: x^2 + y^2 + z^2 = 0$ 의 부정 $\sim p$ 의 진리집합과 같은 진리집합을 갖는 것은? ▶ 3점
- ① $q: |x| + |y| + |z| = 0$
② $r: |x| + |y| + |z| \neq 0$
③ $s: xyz = 0$
④ $t: xyz \neq 0$
⑤ $u: \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 0$

- 12** 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 조건 p 의 진리집합을 P 라 하자. 다음 중 옳지 않은 것은?
 ▶ 3점
- ① $p: 5 < x < 10$
 $P^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
② $p: x$ 는 소수이다.
 $\sim p: x$ 는 짝수이다.
③ $p: x^2 - 2x + 1 = 0$
 $P^c = \{x | x \neq 1\}$
④ $p: x$ 는 5의 배수이다.
 $\sim p: x$ 는 5의 배수가 아니다.
⑤ $p: x$ 는 12의 약수이다.
 $P^c = \{5, 7, 8, 9, 10\}$

- 13** 세 실수 x, y, z 에 대하여 명제 ' $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ 이면 $x = y = z$ 이다.'의 대우는? ▶ 3점
- ① $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$ 이면 $x^2 + y^2 + z^2 \neq xy + yz + zx$ 이다.
② $x = y = z$ 이면 $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ 이다.
③ $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$ 이면 $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ 이다.
④ $x^2 + y^2 + z^2 \neq xy + yz + zx$ 이면 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$ 이다.
⑤ $x = y = z$ 이면 $x^2 + y^2 + z^2 \neq xy + yz + zx$ 이다.

14 다음 명제 중에서 주어진 명제는 참이고 그 역은 거짓인 것은? (단, x, y, z 는 실수이고 i 는 허수 단위이다.)

▶ 3점

- ① $x > y$ 이면 $xz > yz$ 이다.
- ② $x + yi$ 가 허수이면 $x = 0$ 이다.
- ③ $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle A = 60^\circ$ 이다.
- ⑤ $|x| + y^2 = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.

15 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라고 하자. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이고 명제 $r \rightarrow \sim p$ 의 역이 참일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? ▶ 3점

보기

- ㄱ. $R \subset P^C$
- ㄴ. $(P - Q) \subset R$
- ㄷ. 명제 $\sim r \rightarrow q$ 의 대우는 참이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

16 다음은 대우를 이용하여 주어진 명제가 참임을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은? (단, a, b 는 실수) ▶ 3점

명제 ' $a + b \leq 0$ 이면 $a \leq 0$ 또는 $b \leq 0$ 이다.'의 대우는 □이다. 대우가 □이므로 원래 명제도 □이다.

- ① $a > 0, b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이다, 참, 참
- ② $a > 0, b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이다, 참, 거짓
- ③ $a > 0, b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이다, 거짓, 참
- ④ $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이다, 거짓, 참
- ⑤ $a > 0$ 또는 $b > 0$ 이면 $a + b > 0$ 이다, 거짓, 거짓

17 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가

' $x \in A$ 이면 $\sqrt{2}x \in A$ 이다.'

를 만족시킬 때, 다음 중 옳은 것은? ▶ 4점

- ① $1 \in A$ 이면 $0 \in A$
- ② A 의 원소가 무한개이면 $0 \in A$
- ③ A 의 원소가 유한개이면 $1 \notin A$
- ④ $x \in A$ 이면 $x + \sqrt{2} \notin A$
- ⑤ $x \in A, y \in A$ 이면 $x + y \notin A$

18 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? ▶ 2점

- ① $p \Rightarrow q$ 이면 p 는 q 이기 위한 충분조건
- ② $Q \subset P$ 이면 p 는 q 이기 위한 필요조건
- ③ q 는 p 이기 위한 필요조건이면 $p \Rightarrow q$
- ④ q 는 p 이기 위한 충분조건이면 $P \subset Q$
- ⑤ p 는 p 이기 위한 필요충분조건

19 다음은 세 실수 a, b, c 에 대하여 명제

' $ac < 0$ 이면 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.'가 참임을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은? ▶ 3점

- 가정 : $ac < 0$
- 결론의 부정 : 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 □을 갖는다.
- 증명 : 판별식 $D = b^2 - 4ac \square 0$ 에서 $ac \square 0$ (가정에 모순) 따라서 원래 명제는 참이다.

- ① 허근, \geq, \leq
- ② 허근, \leq, \leq
- ③ 중근 또는 허근, \geq, \leq
- ④ 중근 또는 허근, \leq, \leq
- ⑤ 중근 또는 허근, \leq, \geq

20 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 5\}$$

에 대하여 다음을 모두 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하여라. ▶ 5점

(가) $(A - B) \cup X = X$
 (나) $(A \cup B) \cap X = X$

21 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$$A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수}\}$$

라 하자. $A_n \subset (A_6 \cap A_8)$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 a , $(A_4 \cup A_6) \subset A_n$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. ▶ 7점

22 어느 학교 100명의 학생에게 세 문제 A, B, C를 풀게 하였더니 A 문제를 푼 학생이 55명, B 문제를 푼 학생이 42명, C 문제를 푼 학생이 36명이었다. 이 중에는 두 문제만 푼 학생이 29명, 세 문제를 모두 푼 학생이 7명이었다. 다음 물음에 답하여라.

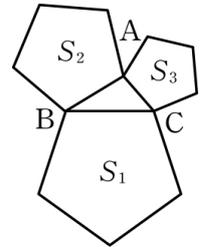
(1) 100명의 학생 중 적어도 한 문제를 푼 학생 수를 구하여라. ▶ 6점

(2) 100명의 학생 중 한 문제도 풀지 못한 학생 수를 구하여라. ▶ 3점

23 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이고, r 는 s 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 최댓값 M 과 최솟값 m 의 합 $M+m$ 의 값을 구하여라. ▶ 6점

$p : 3 \leq x \leq 7$	$q : x \leq a$
$r : x > a$	$s : 11 < x \leq 200$

24 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정오각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면 $S_1 = S_2 + S_3$ 을 만족시킨다. 다음 물음에 답하여라. (단, $\overline{BC} = 5$ 를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이가 S_1 이다.)



(1) $\overline{AB} + \overline{AC}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, $\sqrt{2}M$ 의 값을 구하여라. ▶ 6점

(2) $\overline{AB} + \overline{AC}$ 의 값이 최대일 때의 $\triangle ABC$ 의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하여라. ▶ 3점

25 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$k\{x^2 + 2(k-1)x - 4(k-1)\} < 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 6점