

# 이 책의 차례 CONTENTS

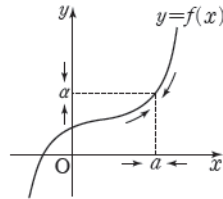
유형편

과목	단원	단원명	페이지
수학 I	01	지수함수와 로그함수	4
	02	삼각함수	16
	03	수열	26
수학 II	04	함수의 극한과 연속	40
	05	다항함수의 미분법	50
	06	다항함수의 적분법	64
확률과 통계	07	경우의 수	76
	08	확률	86
	09	통계	98

## ① 함수의 수렴과 발산

- (1) 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 가 아니면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면 함수  $f(x)$ 는  $a$ 에 수렴한다고 한다. 이때  $\alpha$ 를  $x=a$ 에서의 함수  $f(x)$ 의 극한값 또는 극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \rightarrow a \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$



- (2) ① 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 가 아니면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 한없이 커지면 함수  $f(x)$ 는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \text{ 또는 } x \rightarrow a \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \infty$$

- ② 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 가 아니면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수  $f(x)$ 는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \text{ 또는 } x \rightarrow a \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow -\infty$$

- (3) ① 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이 한없이 커질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면 함수  $f(x)$ 는  $a$ 에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \rightarrow \infty \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$

- ② 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\beta$ 에 한없이 가까워지면 함수  $f(x)$ 는  $\beta$ 에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \beta \text{ 또는 } x \rightarrow -\infty \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \beta$$

## ② 함수의 좌극한과 우극한

- (1) 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 보다 작으면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면  $\alpha$ 를  $x=a$ 에서의 함수  $f(x)$ 의 좌극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \rightarrow a^- \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$

또 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 보다 크면서  $a$ 에 한없이 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\beta$ 에 한없이 가까워지면  $\beta$ 를  $x=a$ 에서의 함수  $f(x)$ 의 우극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \beta \text{ 또는 } x \rightarrow a^+ \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \beta$$

- (2) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서의 좌극한  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 와 우극한  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 가 모두 존재하고, 그 값이 서로 같으면 극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다. 또한 그 역도 성립한다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \alpha \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha \text{ (단, } \alpha \text{는 실수)}$$

## ③ 함수의 극한에 대한 성질

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)일 때

- (1)  $\lim_{x \rightarrow a} \{cf(x)\} = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c\alpha$  (단,  $c$ 는 상수)
- (2)  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha + \beta$
- (3)  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha - \beta$
- (4)  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$
- (5)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$  (단,  $\beta \neq 0$ )

Note

#### ④ 미정계수의 결정

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여 다음 성질을 이용하여 미정계수를 결정할 수 있다.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$  ( $\alpha$ 는 실수)이고  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이다.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$  ( $\alpha \neq 0$ 인 실수)이고  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이다.

#### ⑤ 함수의 극한의 대소 관계

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)일 때,  $a$ 에 가까운 모든 실수  $x$ 에 대하여

- (1)  $f(x) \leq g(x)$ 이면  $\alpha \leq \beta$
- (2) 함수  $h(x)$ 에 대하여  $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고  $\alpha = \beta$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$

#### ⑥ 함수의 연속

(1) 함수  $f(x)$ 가 실수  $a$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 연속이라고 한다.

(i) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 정의되어 있다.

(ii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

(iii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

(2) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이 아닐 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 불연속이라고 한다.

즉, 위의 세 조건 중에서 어느 하나라도 만족시키지 않으면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 불연속이다.

(3) 함수  $f(x)$ 가 열린구간  $(a, b)$ 의 모든 실수에 대하여 연속일 때, 함수  $f(x)$ 는 열린구간  $(a, b)$ 에서 연속 또는 연속함수라고 한다. 한편, 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에서 연속이고

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

일 때, 함수  $f(x)$ 는 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

#### ⑦ 연속함수의 성질

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이면 다음 함수도  $x=a$ 에서 연속이다.

- (1)  $cf(x)$  (단,  $c$ 는 상수)
- (2)  $f(x) + g(x)$ ,  $f(x) - g(x)$
- (3)  $f(x)g(x)$
- (4)  $\frac{f(x)}{g(x)}$  (단,  $g(a) \neq 0$ )

#### ⑧ 최대·최소 정리

함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이면 함수  $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

#### ⑨ 사잇값의 정리

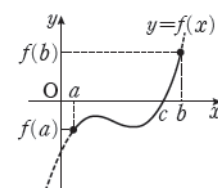
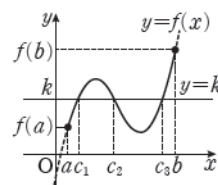
함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a) \neq f(b)$ 이면  $f(a)$ 와  $f(b)$  사이의 임의의 값  $k$ 에 대하여

$$f(c) = k$$

인  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

**참고** 사잇값의 정리에 의하여 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a)$ 와  $f(b)$ 의 부호가 서로 다르면  $f(c) = 0$ 인  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

즉, 방정식  $f(x) = 0$ 은 열린구간  $(a, b)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.



## 유형 1 함수의 그래프와 극한

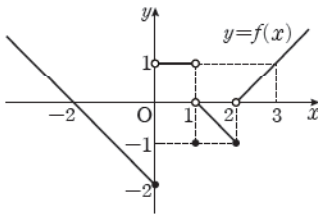
**출제경향** | 함수의 그래프에서 좌극한과 우극한을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 구간에 따라 다르게 정의된 함수 또는 그 그래프에서 좌극한과 우극한을 구하는 과정을 이해하여 문제를 해결한다.

## 필수유형 1

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



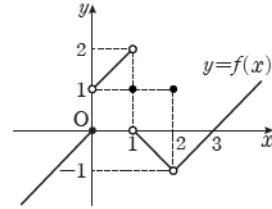
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                        ⑤ 2

## 02

▶ 22054-0097

함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



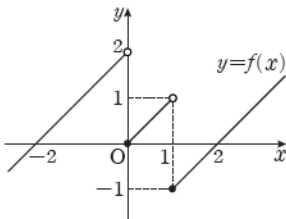
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + f(2)$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                        ⑤ 2

## 01

▶ 22054-0096

함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



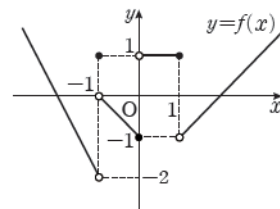
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

- ① 0                        ② 1                        ③ 2  
④ 3                        ⑤ 4

## 03

▶ 22054-0098

함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) f(-x)$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                        ⑤ 2

## 유형 2 극한값의 계산

출제경향 |  $\frac{0}{0}$  꼴,  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴,  $\infty - \infty$  꼴의 함수의 극한값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1)  $\frac{0}{0}$  꼴의 극한값은 분모, 분자를 각각 인수분해하고 약분하여 해결한다.

(2)  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴의 극한값은 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나누어 해결한다.

(3)  $\infty - \infty$  꼴의 무리식의 극한값은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화 하여  $\frac{\infty}{\infty}$  꼴로 변형하여 해결한다.

## 필수유형 2

| 2021학년도 대수능 |

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

## 04

▶ 22054-0099

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

## 05

▶ 22054-0100

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+3x}-x}$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                      ⑤ 2

## 06

▶ 22054-0101

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 4x} + ax) = b$ 를 만족시키는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① -3                      ②  $-\frac{8}{3}$                       ③  $-\frac{7}{3}$   
④ -2                      ⑤  $-\frac{5}{3}$

### 유형 3 함수의 극한에 대한 성질

**출제경향** | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 두 함수의 합, 차, 곱, 몫의 극한값을 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 구한다.

### 필수유형 3

| 2018학년도 대수능 |

함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 1$ 을 만족시킬 때,  
 $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+1)f(x) = a$ 이다.  $20a$ 의 값을 구하시오. [3점]

## 07

▶ 22054-0102

함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2x}{x} = 6$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2x}{3f(x)-2x}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{1}{4}$   
 ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

## 08

▶ 22054-0103

두 함수  $f(x), g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$-x^2+3 \leq \frac{f(x)}{g(x)} \leq 2x^2-6x+6$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)g(x)}{\{f(x)\}^2+2\{g(x)\}^2}$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

## 09

▶ 22054-0104

두 함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-3}{x} = 2$$

$$(나) \text{ 모든 실수 } x \text{에 대하여 } g(x)\{f(x)-3\} = x^2\{f(x)+5\}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6xg(x)+f(x)g(x)}{2x+g(x)}$ 의 값은?

- ① 2                      ②  $\frac{9}{4}$                       ③  $\frac{5}{2}$   
 ④  $\frac{11}{4}$                       ⑤ 3

**유형 4** 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정

**출제경향** | 함수의 극한에 대한 조건이 주어질 때, 다항함수 또는 함수 값을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = a \quad (a \text{는 실수}) \text{일 때}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \text{이면 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

$$(2) a \neq 0 \text{ 이고 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \text{ 이면 } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

**필수유형 4**

| 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$$

을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
④ 10                    ⑤ 12

**10**

▶ 22054-0105

다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = -6, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2}{4-2x} = k$$

를 만족시킬 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13  
④ 14                      ⑤ 15

**11**

▶ 22054-0106

다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf(x)}{(x-2)^2} = 12, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^3+3} = 2$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

**12**

▶ 22054-0107

양의 실수  $a$ 에 대하여 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = 40$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{1}{(x-a)^2} - \frac{2}{f(x)} \right\} = 1$$

$f(2a)$ 의 값을 구하시오.

## 유형 5 함수의 극한의 활용

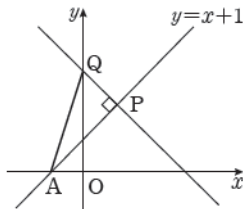
**출제경향** | 좌표평면에서 여러 도형의 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 함수로 나타내고 그 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 주어진 도형에서 길이, 넓이 등을 한 문자에 대한 함수로 나타내고 함수의 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

## 필수유형 5

| 2012학년도 대수능 |

그림과 같이 직선  $y=x+1$  위에 두 점  $A(-1, 0)$ 과  $P(t, t+1)$ 이 있다. 점  $P$ 를 지나고 직선  $y=x+1$ 에 수직인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{AQ^2}{AP^2}$ 의 값은? [3점]

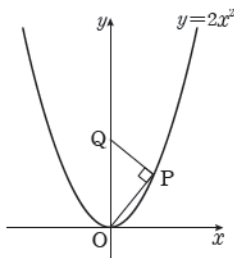


- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

## 13

▶ 22054-0108

그림과 같이 곡선  $y=2x^2$  위의 점  $P(t, 2t^2)$  ( $t>0$ )에 대하여 점  $P$ 를 지나고 직선  $OP$ 에 수직인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 선분  $OP$ 의 길이를  $f(t)$ , 선분  $OQ$ 의 길이를  $g(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{tg(t)}{f(t)}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.)

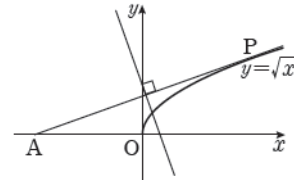


- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

## 14

▶ 22054-0109

그림과 같이 점  $A(-2, 0)$ 과 곡선  $y=\sqrt{x}$  위의 점  $P(t, \sqrt{t})$ 가 있다. 선분  $AP$ 의 수직이등분선이  $x$ 축과 만나는 점의  $x$ 좌표를  $f(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t}$ 의 값은? (단,  $t>0$ )

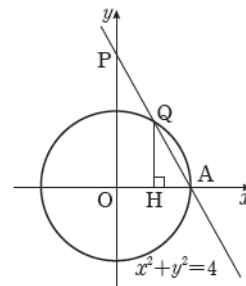


- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{3}{8}$   
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $\frac{5}{8}$

## 15

▶ 22054-0110

그림과 같이 두 점  $A(2, 0)$ ,  $P(0, t)$ 를 지나는 직선과 원  $x^2+y^2=4$ 가 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하고, 점  $Q$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자. 삼각형  $QHA$ 의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^3 S(t)$ 의 값을 구하시오. (단,  $t>0$ )





**유형 6** 함수의 연속

**출제경향** | 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 연속이기 위한 조건을 이용하여 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(x)$ 가 실수  $a$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 연속이다.

(i) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 정의되어 있다.

(ii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

(iii)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

**필수유형 6**

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

**16**

▶ 22054-0111

함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-10}{x-2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$$

가  $x=2$ 에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

**17**

▶ 22054-0112

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = \frac{\sqrt{x^2+a-2}}{x^2+1}$$

를 만족시킨다.  $\frac{a}{f(1)}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 양수이다.)

**18**

▶ 22054-0113

함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \leq -1) \\ \frac{2x+a}{x+2} & (-1 < x < 1) \\ x+b & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $|f(x)|$ 가 닫힌구간  $[-1, 1]$ 에서 연속일 때,  $a+b$ 의 최솟값은? (단,  $a, b$ 는 실수이다.)

- ①  $\frac{1}{3}$                       ② 0                      ③  $-\frac{1}{3}$   
④  $-\frac{2}{3}$                       ⑤ -1

## 19

▶ 22054-0114

정의역이 양의 실수 전체의 집합인 함수  $f(x)$ 가 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $0 < x \leq n$ 일 때, 어떤 정수  $m$ 에 대하여  
 $m \leq \log_2(x+1) < m+1$ 이면  $f(x) = m$ 이다.  
 (나) 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+n) = f(x)$ 이다.

함수  $f(x)$ 가 열린구간  $(0, 100)$ 에 속하는  $x=a$ 에서 불연속이다. 모든 실수  $a$ 의 개수가 18이 되도록 하는  $n$ 의 개수는?

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
 ④ 5                      ⑤ 6

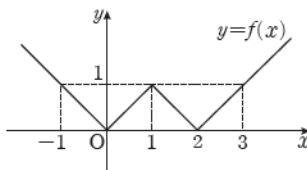
## 20

▶ 22054-0115

함수  $f(x) = ||x-1|-1|$ 과 자연수  $n$ 에 대하여 함수

$$g_n(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ \frac{1}{2} - f(x+5-n) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 서로 다른 실수  $a$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.



## 유형 7 연속함수의 성질과 사잇값의 정리

**출제경향** | 연속 또는 불연속인 함수들의 합, 차, 곱 또는 몫의 연속성을 묻는 문제와 사잇값의 정리를 이용하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1) 함수  $f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 연속성은  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ ,  $f(a)$ 의 세 값을 비교하여 결정한다.

(2) 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a)f(b) < 0$ 이면 방정식  $f(x)=0$ 은 열린구간  $(a, b)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

## 필수유형 7

| 2017학년도 대수능 |

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = ax + 1$$

에 대하여 함수  $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{5}{4}$                       ②  $-1$                       ③  $-\frac{3}{4}$   
 ④  $-\frac{1}{2}$                       ⑤  $-\frac{1}{4}$

## 21

▶ 22054-0116

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x & (x < 2) \\ x+a & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} x+8 & (x < 2) \\ 2x+a & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $f(x)+g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

## 22

▶ 22054-0117

함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+a & (x < 2) \\ -x+a^2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $f(x)f(-x)$ 가  $x=2$ 에서 연속일 때, 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하시오.

## 23

▶ 22054-0118

실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(t)$ 는 다음과 같다.

(가)  $-1 \leq t < 1$ 일 때, 직선  $y=t$ 와 함수

$$y = \begin{cases} \sin 2x & (0 \leq x \leq 2\pi) \\ 1 & (x < 0 \text{ 또는 } x > 2\pi) \end{cases}$$

의 그래프가 만나는 모든 점의  $x$ 좌표의 합이  $f(t)$ 이다.

(나)  $t < -1$  또는  $t \geq 1$ 일 때,  $f(t) = f(-1)$ 이다.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $f\left(\frac{1}{2}\right) \times g(2)$ 의 값은?

- ①  $12\pi$                       ②  $14\pi$                       ③  $16\pi$   
 ④  $18\pi$                       ⑤  $20\pi$

## 24

▶ 22054-0119

함수  $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여 방정식  $f(x^3) = f(1 - 2x)$ 가 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간  $(n, n+1)$ 에 속할 때, 정수  $n$ 의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-1$                       ③  $0$   
 ④  $1$                       ⑤  $2$

## 25

▶ 22054-0120

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -5x+a & (x \leq 1) \\ 2x^2-x-a^2 & (x > 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 + ax + a$$

에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단,  $a$ 는 실수이다.)

보기

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는  $a$ 의 값이 존재한다.  
 ㄴ. 함수  $\frac{1}{g(x)}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 값의 합은 10이다.  
 ㄷ. 함수  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 방정식  $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 은 열린구간  $(a-1, a)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

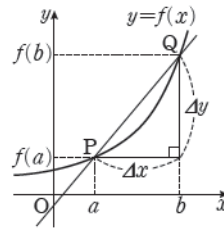
- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## ① 평균변화율

- (1) 함수  $y=f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 에서  $b$ 까지 변할 때, 함수  $y=f(x)$ 의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \quad (\text{단, } \Delta x=b-a)$$

- (2) 함수  $y=f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 에서  $b$ 까지 변할 때의 함수  $y=f(x)$ 의 평균변화율은 곡선  $y=f(x)$  위의 두 점  $P(a, f(a))$ ,  $Q(b, f(b))$ 를 지나는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.

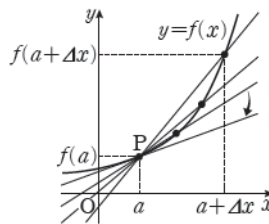


## ② 미분계수

- (1) 함수  $y=f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 미분계수  $f'(a)$ 는

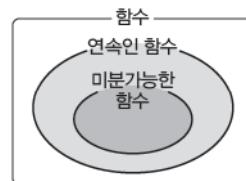
$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

- (2) 함수  $y=f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 미분계수  $f'(a)$ 는 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기를 나타낸다.



## ③ 미분가능과 연속

- (1) 함수  $f(x)$ 에 대하여  $x=a$ 에서 미분계수  $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 미분가능하다고 한다.
- (2) 함수  $f(x)$ 가 어떤 열린구간에 속하는 모든  $x$ 에서 미분가능할 때, 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수  $f(x)$ 가 정의역에 속하는 모든  $x$ 에서 미분가능할 때, 함수  $f(x)$ 를 미분가능한 함수라고 한다.
- (3) 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 연속이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다.



## ④ 도함수

- (1) 미분가능한 함수  $y=f(x)$ 의 정의역에 속하는 모든  $x$ 에 대하여 각각의 미분계수  $f'(x)$ 를 대응시키는 함수를 함수  $y=f(x)$ 의 도함수라 하고, 이것을 기호로  $f'(x)$ ,  $y'$ ,  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d}{dx}f(x)$ 와 같이 나타낸다.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

- (2) 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 를 구하는 것을 함수  $f(x)$ 를  $x$ 에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라고 한다.

## ⑤ 미분법의 공식

- (1) 함수  $y=x^n$  ( $n$ 은 양의 정수)와 상수함수의 도함수

$$\textcircled{1} y=x^n \text{ (} n \text{은 양의 정수)이면 } y'=nx^{n-1} \quad \textcircled{2} y=c \text{ (} c \text{는 상수)이면 } y'=0$$

- (2) 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \{cf(x)\}' &= cf'(x) \quad (\text{단, } c \text{는 상수}) & \textcircled{2} \{f(x)+g(x)\}' &= f'(x)+g'(x) \\ \textcircled{3} \{f(x)-g(x)\}' &= f'(x)-g'(x) & \textcircled{4} \{f(x)g(x)\}' &= f'(x)g(x)+f(x)g'(x) \end{aligned}$$

## ⑥ 접선의 방정식

함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능할 때, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

Note

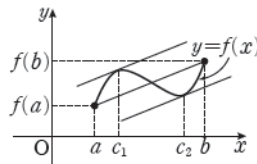
## ㉗ 평균값 정리

### (1) 롤의 정리

함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간  $(a, b)$ 에서 미분가능할 때,  
 $f(a)=f(b)$ 이면  $f'(c)=0$ 인  $c$ 가  $a$ 와  $b$  사이에 적어도 하나 존재한다.

### (2) 평균값 정리

함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간  $(a, b)$ 에서 미분가능하면  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$ 인  $c$ 가  $a$ 와  $b$  사이에 적어도 하나 존재한다.



## ㉘ 함수의 증가와 감소

### (1) 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 $x_1, x_2$ 에 대하여

- ①  $x_1 < x_2$ 일 때  $f(x_1) < f(x_2)$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다고 한다.
- ②  $x_1 < x_2$ 일 때  $f(x_1) > f(x_2)$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다고 한다.

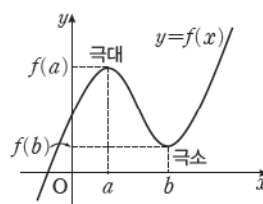
### (2) 함수 $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 $x$ 에 대하여

- ①  $f'(x) > 0$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다.
- ②  $f'(x) < 0$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

## ㉙ 함수의 극대와 극소

### (1) 함수의 극대와 극소

- ① 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든  $x$ 에 대하여  $f(x) \leq f(a)$ 이면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극대라고 하며, 함수값  $f(a)$ 를 극댓값이라고 한다.
- ② 함수  $f(x)$ 가  $x=b$ 를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든  $x$ 에 대하여  $f(x) \geq f(b)$ 이면 함수  $f(x)$ 는  $x=b$ 에서 극소라고 하며, 함수값  $f(b)$ 를 극솟값이라고 한다.



### (2) 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 일 때, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

- ① 양에서 음으로 바뀌면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극대이다.
- ② 음에서 양으로 바뀌면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극소이다.

## ㉚ 함수의 최대와 최소

함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고 이 구간에서 극값을 가지면 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값,  $f(a), f(b)$  중에서 가장 큰 값이 함수  $f(x)$ 의 최댓값이고, 가장 작은 값이 함수  $f(x)$ 의 최솟값이다.

## ㉛ 방정식의 활용

방정식  $f(x)=0$ 의 실근은 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축이 만나는 점의  $x$ 좌표와 같다. 따라서 방정식  $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축이 만나는 점의 개수와 같다.

## ㉜ 부등식의 활용

어떤 구간에서 부등식  $f(x) \geq 0$ 이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을 구하여  $(f(x) \text{의 최솟값}) \geq 0$ 임을 보인다.

## ㉝ 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치가  $x=f(t)$ 일 때, 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v$ 와 가속도  $a$ 는

$$(1) v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = f'(t)$$

$$(2) a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

## Note

## 유형 1 평균변화율과 미분계수

**출제경향** | 평균변화율과 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1) 함수  $y=f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $a$ 에서  $b$ 까지 변할 때, 함수  $y=f(x)$ 의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(2) 함수  $y=f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 미분계수는

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

## 필수유형 1

두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ g(x) = x^3 f(x) - 7$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-g(x)}{x-2} = 2$$

$f(2)+g(2)+f'(2)-g'(2)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

## 01

▶ 22054-0121

함수  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에서  $x$ 의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율이  $k$ 일 때, 곡선  $y=f(x)$  위의 두 점  $(a, f(a))$ ,  $(1, f(1))$ 을 지나는 직선의 기울기는  $-k$ 이다.  $a+k$ 의 값은?  
(단,  $a \neq 1$ 이고,  $k$ 는 상수이다.)

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                      ⑤ 2

## 02

▶ 22054-0122

다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 1$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-f(2-h)}{h}$ 의 값은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
④ 3                      ⑤ 4

## 03

▶ 22054-0123

다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-1)+2}{x-2} = 5$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(1)+2f(x)+6}{x-1}$ 의 값을 구하시오.

## 유형 2 미분가능과 연속

**출제경향** | 함수  $f(x)$ 의  $x=a$ 에서의 미분가능성과 연속성의 관계를 묻는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

가 성립함을 이용한다.

## 필수유형 2

| 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & (x < 1) \\ bx + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

## 04

▶ 22054-0124

함수

$$f(x) = \begin{cases} (x+a)^2 + b & (x < 2) \\ x-2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $4(b-a)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

## 05

▶ 22054-0125

함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x^3 - 3x^2 + ax + 1 & (0 \leq x < b) \\ -2x+2 & (x \geq b) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이고,  $b > 0$ 이다.)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

## 06

▶ 22054-0126

서로 다른 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ g(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

은  $x=0$ 에서 미분가능하다.

$\frac{1}{h'(0)} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2g(x) - 3f(0)}{x}$ 의 값은? (단,  $h'(0) \neq 0$ )

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

## 유형 3 미분법의 공식

**출제경향** | 미분법을 이용하여 미분계수를 구하거나 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

- (1)  $y=x^n$  ( $n$ 은 양의 정수)이면  $y'=nx^{n-1}$
- (2)  $y=c$  ( $c$ 는 상수)이면  $y'=0$
- (3)  $\{cf(x)\}'=cf'(x)$  (단,  $c$ 는 상수)
- (4)  $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$
- (5)  $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$
- (6)  $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

## 필수유형 3

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x)=(x^2+3)f(x)$$

라 하자.  $f(1)=2$ ,  $f'(1)=1$ 일 때,  $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
 ④ 9                      ⑤ 10

## 07

▶ 22054-0127

함수  $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+ax+1$ 의 도함수  $f'(x)$ 의 최솟값이 2일 때,  $f(a)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

## 08

▶ 22054-0128

함수  $f(x)=x^3-2x^2+ax+4$ 가

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t \left\{ f\left(1+\frac{1}{t}\right) - f\left(1-\frac{1}{t}\right) \right\} = 6$$

을 만족시킬 때,  $f'(a)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

## 09

▶ 22054-0129

다항함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x^2-1)g(x)=f(x)-2$$

를 만족시킨다. 함수  $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여  $f'(1)=-2$ ,  $h'(1)=6$ 일 때,  $g'(1)$ 의 값을 구하시오.



#### 유형 4 접선의 방정식

**출제경향** | 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능할 때, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은  $y-f(a)=f'(a)(x-a)$

#### 필수유형 4

| 2022학년도 대수능 |

삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선  $y=xf(x)$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,  $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18                      ② -17                      ③ -16  
④ -15                      ⑤ -14

### 10

▶ 22054-0130

곡선  $y=x^4-24x+22$  위의 점 P에서의 접선의 기울기가 8일 때, 이 접선의 y절편은?

- ① -26                      ② -21                      ③ -16  
④ -11                      ⑤ -6

### 11

▶ 22054-0131

곡선  $y=x^3-5x+2$  위의 점 P에서의 접선  $l$ 이 원점을 지난다. 점 P를 지나고 직선  $l$ 에 수직인 직선을  $m$ 이라 할 때, 두 직선  $l$ ,  $m$ 과 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

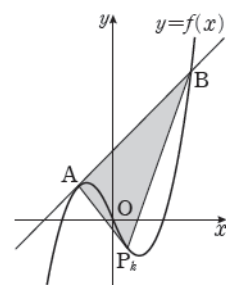
- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③ 1  
④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

### 12

▶ 22054-0132

함수  $f(x)=x^3-2x$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A(-1, 1)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점 중 A가 아닌 점을  $B(b, f(b))$ 라 하자. 직선  $x=k$  ( $-1 < k < b$ )가 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점을  $P_k$ 라 할 때, 삼각형  $AP_kB$ 의 넓이의 최댓값은?

- ① 5                      ②  $\frac{21}{4}$                       ③  $\frac{11}{2}$   
④  $\frac{23}{4}$                       ⑤ 6



## 유형 5 함수의 증가와 감소

**출제경향** | 함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나, 증가 또는 감소할 조건을 이용하여 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1) 함수  $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여

①  $x_1 < x_2$ 일 때  $f(x_1) < f(x_2)$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다고 한다.

②  $x_1 < x_2$ 일 때  $f(x_1) > f(x_2)$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수  $f(x)$ 가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든  $x$ 에 대하여

①  $f'(x) > 0$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 증가한다.

②  $f'(x) < 0$ 이면 함수  $f(x)$ 는 그 구간에서 감소한다.

## 필수유형 5

| 2022학년도 대수능 |

함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

13

▶ 22054-0133

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x) = -x^3 + ax^2 - 3ax + 1$ 의 역함수가 존재하도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

14

▶ 22054-0134

함수  $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5$ 에 대하여 함수  $f(x-10)$ 이 열린구간  $(n, n+2)$ 에서 증가할 때, 정수  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

15

▶ 22054-0135

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가  $a < x < a+1$ 에 속하는 모든  $x$ 에 대하여  $xf'(x) > 0$ 을 만족시키는 양의 실수  $a$ 의 최솟값은 2이고 음의 실수  $a$ 의 최솟값은  $-3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 는 열린구간  $(m, n)$ 에서 감소한다.  $n-m$ 의 최댓값을 구하시오.

### 유형 6 함수의 극대와 극소

**출제경향** | 함수의 극값을 구하거나 극값을 가질 조건을 구하는 것과 같이 극대, 극소와 관련된 다양한 문제들이 출제된다.

**출제유형잡기** | 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(a)=0$ 일 때,  $x=a$ 의 좌우에서  $f'(x)$ 의 부호가

- ① 양에서 음으로 바뀌면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극대이다.  
 ② 음에서 양으로 바뀌면 함수  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극소이다.

### 필수유형 6

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수  $f(x)=x^3-3x+12$ 가  $x=a$ 에서 극소일 때,  $a+f(a)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

## 16

▶ 22054-0136

함수  $f(x)=-x^3+3x^2+ax$ 는  $x=k$ 에서 극값을 갖는다. 모든 실수  $k$ 의 값의 곱이  $-3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

## 17

▶ 22054-0137

함수  $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+a$ 는  $x=\alpha$ ,  $x=\beta$  ( $\alpha<\beta$ )에서 극소이다. 곡선  $y=f(x)$ 에서  $x$ 좌표가  $\alpha$ ,  $\beta$ 인 두 점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB가 원점을 지나도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13  
 ④ 14                      ⑤ 15

## 18

▶ 22054-0138

함수  $f(x)=x^3-3x^2-9x+a$ 에 대하여 함수  $|f(x)|$ 가  $x=p$ 에서 극대인 실수  $p$ 의 개수가 2가 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 31                      ② 33                      ③ 35  
 ④ 37                      ⑤ 39

## 유형 7 함수의 그래프

**출제경향** | 함수  $y=f'(x)$ 의 그래프 또는 도함수  $f'(x)$ 의 여러 가지 성질을 이용하여 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 개형을 파악하거나 추론하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 의 부호를 조사하여 함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 파악하고, 극대와 극소를 찾아 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

## 필수유형 7

| 2018학년도 대수능 |

최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(0)=0, f'(2)=16$

(나) 어떤 양수  $k$ 에 대하여 두 열린구간  $(-\infty, 0), (0, k)$ 에서  $f'(x)<0$ 이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

## 보기

ㄱ. 방정식  $f'(x)=0$ 은 열린구간  $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ.  $f(0)=0$ 이면 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)\geq -\frac{1}{3}$ 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

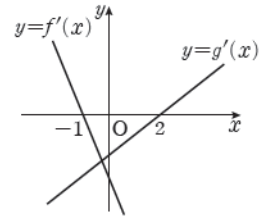
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 19

▶ 22054-0139

두 다항함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 직선  $y=f'(x), y=g'(x)$ 는 그림과 같고,  $f(-1)=g(2)=0$ 이다.



보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, 두 직선  $y=f'(x), y=g'(x)$ 의  $y$ 절편은 모두 음수이고,  $f'(-1)=g'(2)=0$ 이다.)

## 보기

ㄱ. 함수  $f(x)+g(x)$ 는 열린구간  $(-1, 2)$ 에서 감소한다.

ㄴ. 함수  $f(x)g(x)$ 는  $x=\frac{1}{2}$ 에서 극소이다.

ㄷ. 함수  $h(x)=\begin{cases} \frac{f(x)g(x)}{\sqrt{g(x)}} & (x\neq 2) \\ 0 & (x=2) \end{cases}$ 는  $x=-1, x=2$ 에서 극대이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 유형 8 함수의 최대와 최소

**출제경향** | 연속함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제, 최댓값과 최솟값이 존재할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값,  $f(a), f(b)$  중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

### 필수유형 8

| 2017학년도 대수능 6월 모의평가 |

양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$ 가 닫힌구간  $[-a, a]$ 에서 최댓값  $M$ , 최솟값  $\frac{14}{27}$ 를 갖는다.  $a + M$ 의 값을 구하시오. [4점]

## 20

▶ 22054-0140

닫힌구간  $[-1, 3]$ 에서 함수  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 12x - 9$ 의 최댓값은?

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

## 21

▶ 22054-0141

함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 가 닫힌구간  $[0, 4]$ 에서 최솟값 0, 최댓값  $M$ 을 갖는다.  $M$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

## 22

▶ 22054-0142

함수  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 16x^2$ 과 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n$ 은

$$a_n \leq 0, f(a_n) = f(n)$$

이고, 함수  $g_n(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_n \leq x < n$ 일 때,  $g_n(x) = f(x)$ 이다.  
(나)  $l_n = n - a_n$ 일 때, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g_n(x + l_n) = g_n(x)$ 이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

**보기**

- ㄱ. 함수  $g_n(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는  $n$ 의 값이 존재한다.  
ㄴ. 함수  $g_n(x)$ 의 최댓값이 16이 되도록 하는 모든  $n$ 의 개수는 4이다.  
ㄷ. 함수  $g_n(x)$ 는  $x = l_n$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 23

▶ 22054-0143

자연수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)=2x^3+3kx^2-12k^2x+k$ 가 열린구간  $(-5, n)$ 에서 최댓값  $M$ , 최솟값  $m$ 을 갖는다. 자연수  $n$ 의 최댓값을  $l$ 이라 할 때,  $M+m+l$ 의 값을 구하시오.

## 24

▶ 22054-0144

두 함수  $f(x)=x^2-2x+1$ ,  $g(x)=x^3+mx^2+7x+n$ 에 대하여 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 는 두 점  $A(a, f(a))$ ,  $B(b, f(b))$ 에서 만나고  $f'(a)=g'(a)=0$ 이다. 직선  $x=k$  ( $a < k < b$ )가 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각  $P_k$ ,  $Q_k$ 라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $m, n$ 은 상수이다.)

보기

ㄱ.  $m-n=-2$ ㄴ. 함수  $g(x)$ 가  $x=l$ 에서 극소이면 선분  $P_kQ_k$ 의 길이의 최댓값은  $\overline{P_lQ_l}$ 이다.ㄷ. 함수  $g(x)$ 가  $x=l$ 에서 극소이고, 삼각형  $BP_kQ_k$ 의 넓이가  $k=t$ 에서 최대이면  $t < l$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄱ, ㄷ

## 유형 9 방정식의 실근의 개수

**출제경향** | 함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 방정식  $f(x)=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 함수  $y=g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수와 같다.

## 필수유형 9

| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

방정식  $2x^3+6x^2+a=0$ 이  $-2 \leq x \leq 2$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 개수는? [4점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
 ④ 10                    ⑤ 12

## 25

▶ 22054-0145

$x$ 에 대한 방정식  $x^3+3x^2-9x+2-a=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 양수  $a$ 의 값을 구하시오.

## 26

▶ 22054-0146

두 함수  $f(x)=2x^3+x^2-2x-3$ ,  $g(x)=x^3+x^2+10x+a$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x)=g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13  
④ 14                      ⑤ 15

## 27

▶ 22054-0147

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 와 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $f'(a)=f'(b)=0$ 이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 방정식  $f(x)-\frac{f(a)+f(b)}{2}=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
ㄴ. 방정식  $|f(x)-f(a)|-|f(a)-f(b)|=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
ㄷ. 함수  $f(|x|)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 방정식  $f(|x|)-\frac{f(a)+f(b)}{2}=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 28

▶ 22054-0148

사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간  $[0, 4]$ 에서 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 최솟값을 갖는다.  
(나) 닫힌구간  $[1, 12]$ 에서 함수  $f(x)$ 는  $x=5$ 에서 최댓값,  $x=10$ 에서 최솟값을 갖는다.

함수  $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(x-m)+n & (x \geq a) \end{cases}$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하고  $g'(a)=0$ 이다.  $x$ 에 대한 방정식  $g(x)-k=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 6이 되도록 하는 실수  $k$ 의 값이 존재할 때,  $\frac{n}{a+m}$ 의 값은? (단,  $|f(1)-f(5)| > |f(1)-f(10)| > 0$ 이고,  $m, n$ 은 상수이다.)

- ①  $\frac{f(1)-f(5)}{15}$                       ②  $\frac{f(10)-f(1)}{15}$   
③  $\frac{f(1)-f(5)}{19}$                       ④  $\frac{f(10)-f(1)}{19}$   
⑤  $\frac{f(5)-f(1)}{19}$

## 29

▶ 22054-0149

함수  $f(x)=x^3-3|x|+2$ 에 대하여 함수  $g(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

실수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $[t, t+2]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라 한다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 함수  $g(t)$ 는 열린구간  $(-2, 0)$ 에서 증가한다.  
ㄴ.  $t$ 에 대한 방정식  $g(t)-a(t+2)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값은  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이다.  
ㄷ.  $t$ 에 대한 방정식  $g(t)-bt=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $b$ 의 값은  $9+6\sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
④ ㄱ, ㄴ                      ⑤ ㄴ, ㄷ

### 유형 10 부등식에의 활용

**출제경향** | 주어진 범위에서 부등식이 항상 성립할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형집기** | 어떤 구간에서 부등식  $f(x) \geq 0$ 이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을 구하여  $(f(x)의 최솟값) \geq 0$ 임을 보인다.

### 필수유형 10

| 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 함수

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - k, g(x) = 2x^2 + 3x - 10$$

에 대하여 부등식

$$f(x) \geq 3g(x)$$

가 닫힌구간  $[-1, 4]$ 에서 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

## 30

▶ 22054-0150

$x > 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$2x^3 + 3x^2 + 9 - a^2 > 0$$

이 항상 성립하도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 1                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 9

## 31

▶ 22054-0151

두 함수

$$f(x) = 3x^4 - 5x^3 + ax + a, g(x) = 3x^3 + ax$$

가 있다. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \geq g(x)$ 가 항상 성립하도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값은?

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

## 32

▶ 22054-0152

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $y=f(x)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프는  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

(나)  $x \leq a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \leq -1$ 이 성립하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은 2이다.

$f(-2) = -5$ 일 때,  $f(3)$ 의 최댓값은?

- ① 15                      ② 20                      ③ 25  
④ 30                      ⑤ 35



**유형 11** 속도와 가속도

**출제경향** | 수직선 위를 움직이는 점의 시각  $t$ 에서의 위치, 속도, 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치가  $x=f(t)$ 일 때

(1) 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v$ 는  $v=\frac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) 점 P의 시각  $t$ 에서의 가속도  $a$ 는  $a=\frac{dv}{dt}$

**필수유형 11**

| 2020학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x_1, x_2$ 가

$$x_1=t^3-2t^2+3t, \quad x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

**33**

▶ 22054-0153

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x$ 가

$$x=2t^3-3t^2+5t$$

이다. 점 P의 가속도가 0이 되는 순간 점 P의 속도는?

①  $\frac{7}{2}$

②  $\frac{9}{2}$

③  $\frac{11}{2}$

④  $\frac{13}{2}$

⑤  $\frac{15}{2}$

**34**

▶ 22054-0154

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x_1, x_2$ 가

$$x_1=\frac{1}{2}t^2-2t, \quad x_2=-t^3+3t^2+9t$$

이다. 두 점 P, Q가 서로 같은 방향으로 움직이는 시각  $t$ 의 범위가  $a < t < b$ 일 때,  $a$ 의 최솟값을  $m$ ,  $b$ 의 최댓값을  $M$ 이라 하자.  $m+M$ 의 값을 구하시오.

**35**

▶ 22054-0155

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x$ 가

$$x=-t^4+kt^3$$

이고 점 P의 속도의 최댓값은 16이다. 점 P의 시각  $t=k$ 에서의 가속도는? (단,  $k$ 는 양수이다.)

① -96

② -92

③ -88

④ -84

⑤ -80

## ① 부정적분

(1) 함수  $f(x)$ 에 대하여  $F'(x)=f(x)$ 를 만족시키는 함수  $F(x)$ 를  $f(x)$ 의 부정적분이라 하고,  $f(x)$ 의 부정적분을 구하는 것을  $f(x)$ 를 적분한다고 한다.

(2) 함수  $f(x)$ 의 부정적분을  $F(x)$ 라 하면

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{는 상수})$$

로 나타내며,  $C$ 를 적분상수라고 한다.

**참고**  $F(x)$ ,  $G(x)$ 를 함수  $f(x)$ 의 부정적분이라 하면  $F'(x)=G'(x)=f(x)$ 이므로

$$\{G(x)-F(x)\}' = f(x)-f(x)=0$$

그런데 도함수가 0인 함수는 상수함수이므로

$$G(x)-F(x)=C \quad (C \text{는 상수}), \text{ 즉 } G(x)=F(x)+C$$

따라서 함수  $f(x)$ 의 임의의 부정적분은  $F(x)+C$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

② 함수  $y=x^n$  ( $n$ 은 양의 정수)와 함수  $y=1$ 의 부정적분

(1)  $n$ 이 양의 정수일 때,

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

(2)  $\int 1 dx = x + C$  (단,  $C$ 는 적분상수)

## ③ 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 부정적분이 각각 존재할 때

(1)  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  (단,  $k$ 는 0이 아닌 상수)

(2)  $\int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

(3)  $\int \{f(x)-g(x)\}dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

## ④ 정적분의 정의

닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 의 한 부정적분을  $F(x)$ 라 하면

$$\int_a^b f(x)dx = \left[ F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

이때 정적분  $\int_a^b f(x)dx$ 의 값을 구하는 것을 함수  $f(x)$ 를  $a$ 에서  $b$ 까지 적분한다고 한다.

**참고** 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때

$$\textcircled{1} \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\textcircled{2} \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

## ⑤ 정적분과 미분의 관계

함수  $f(t)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단, } a < x < b)$$

## ⑥ 정적분의 성질(1)

(1) 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때

$$① \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

$$② \int_a^b \{f(x) + g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$③ \int_a^b \{f(x) - g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

(2) 함수  $f(x)$ 가 임의의 세 실수  $a, b, c$ 를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

## ⑦ 정적분의 성질(2)

(1) 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 이면  $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$

(2) 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 이면  $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

**참고** 정적분  $\int_{-a}^a x^n dx$  ( $n$ 은 음이 아닌 정수)의 계산

$$① n \text{이 } 0 \text{ 또는 짝수이면 } \int_{-a}^a x^n dx = 2 \int_0^a x^n dx$$

$$② n \text{이 홀수이면 } \int_{-a}^a x^n dx = 0$$

## ⑧ 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

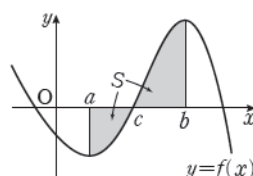
함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t)dt = f(a) \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$

## ⑨ 곡선과 좌표축 사이의 넓이

함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이  $S$ 는

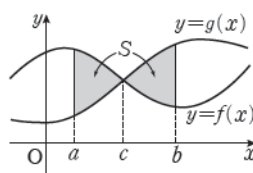
$$S = \int_a^b |f(x)|dx$$



## ⑩ 두 곡선 사이의 넓이

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$$



## ⑪ 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도를  $v(t)$ , 시각  $t=a$ 에서의 위치를  $x_0$ 이라 하면

$$(1) \text{ 점 P의 시각 } t \text{에서의 위치 } x \text{는 } x = x_0 + \int_a^t v(t)dt$$

$$(2) \text{ 시각 } t=a \text{에서 } t=b \text{까지 점 P의 위치의 변화량은 } \int_a^b v(t)dt$$

$$(3) \text{ 시각 } t=a \text{에서 } t=b \text{까지 점 P가 움직인 거리 } s \text{는 } s = \int_a^b |v(t)|dt$$

Note

## 유형 1 부정적분의 정의와 성질

**출제경향** | 함수  $y=x^n$  ( $n$ 은 양의 정수)의 부정적분과 부정적분의 성질을 이용하여 부정적분을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1)  $n$ 이 양의 정수일 때

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

(2) 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 부정적분이 각각 존재할 때

$$\textcircled{1} \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad (\text{단, } k \text{는 } 0 \text{이 아닌 상수})$$

$$\textcircled{2} \int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\textcircled{3} \int \{f(x)-g(x)\}dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

## 필수유형 1

| 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x)=8x^3-12x^2+7$ 이고  $f(0)=3$ 일 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

## 01

▶ 22054-0156

함수  $f(x)$ 의 최솟값이 1이고  $f'(x)=4x-12$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 9

## 02

▶ 22054-0157

함수  $F(x)=x^3+ax$ 는 함수  $f(x)$ 의 한 부정적분이고  $f(1)=5$ 이다. 함수  $G(x)$ 는 함수  $xf(x)$ 의 한 부정적분이고  $G(0)=1$ 일 때,  $G(2)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 11                      ② 13                      ③ 15  
④ 17                      ⑤ 19

## 03

▶ 22054-0158

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} x^3 - 4x & (|x| > 1) \\ 2x + 2 & (|x| < 1) \end{cases}$$

이고, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 점  $(0, \frac{9}{4})$ 를 지날 때, 함수  $f(x)$ 의 모든 극솟값의 합은?

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

## 유형 2 정적분의 정의와 성질

**출제경향** | 정적분의 정의와 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하거나 이를 활용하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1) 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때

$$\textcircled{1} \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

$$\textcircled{2} \int_a^b \{f(x) + g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$\textcircled{3} \int_a^b \{f(x) - g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

(2) 함수  $f(x)$ 가 임의의 세 실수  $a, b, c$ 를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

## 필수유형 2

| 2019학년도 대수능 |

$\int_1^4 (x + |x-3|)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

## 04

▶ 22054-0159

$\int_1^3 ax|x-2|dx=6$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- $\textcircled{1} 2$                        $\textcircled{2} \frac{7}{3}$                        $\textcircled{3} \frac{8}{3}$   
 $\textcircled{4} 3$                        $\textcircled{5} \frac{10}{3}$

## 05

▶ 22054-0160

이차함수  $f(x) = x^2 - (a+1)x + a$ 가

$$\int_1^2 (x^2 + x)f'(x)dx + \int_1^2 (2x+1)f(x)dx = -12$$

를 만족시킬 때,  $\int_1^a f(x)dx$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- $\textcircled{1} -5$                        $\textcircled{2} -\frac{9}{2}$                        $\textcircled{3} -4$   
 $\textcircled{4} -\frac{7}{2}$                        $\textcircled{5} -3$

## 06

▶ 22054-0161

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(-x) = f(x)$$

$$(나) f(x+2) = f(x)$$

$\int_{-1}^3 f(x)dx = 12$ 일 때,  $\int_0^{15} f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

### 유형 3 함수의 성질을 이용한 정적분

**출제경향** | 함수의 그래프가  $y$ 축 또는 원점에 대하여 대칭임을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | (1) 연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프가  $y$ 축에 대하여 대칭, 즉 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=f(x)$ 이면

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$$

(2) 연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭, 즉 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=-f(x)$ 이면

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

### 필수유형 3

함수  $f(x)=2x^3+ax^2+bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(0)=-3$

(나)  $\int_{-2}^2 f(x)dx=32$

$f(2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

## 07

▶ 22054-0162

$\int_{-2}^2 (x^3+2x^2+x)dx + \int_2^{-2} (2x^3-4x^2+1)dx$ 의 값은?

- ① 20                      ② 22                      ③ 24  
④ 26                      ⑤ 28

## 08

▶ 22054-0163

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=-f(x)$ 를 만족시키고  $\int_0^1 xf(x)dx=3$ 일 때,  $\int_{-1}^1 (x+2)^2 f(x)dx$ 의 값은?

- ① 18                      ② 20                      ③ 22  
④ 24                      ⑤ 26

## 09

▶ 22054-0164

다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $g(x)=xf(x)$ 라 할 때, 두 함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(0)=0$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=f(x)$ 이다.

(나)  $\int_0^2 g'(x)dx=12$

(다)  $\int_{-2}^2 x\{f'(x)+1\}^2 dx=32$

$\int_0^2 \{f'(x)+f(x)\}dx$ 의 값은?

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

**유형 4** 정적분으로 나타내어진 함수

**출제경향** | 정적분으로 나타내어진 함수를 미분하여 함수를 구하거나 이를 활용하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(t)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단, } a < x < b)$$

**필수유형 4**

| 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t)dt$$

를 만족시킨다.  $f(1) = \int_0^1 f(t)dt$ 일 때,  $a + f(3)$ 의 값은?

(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
④ 8                      ⑤ 9

**10**

▶ 22054-0165

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_{-2}^x f(t)dt = x^3 + ax^2 + 2x$$

를 만족시킬 때,  $f(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 45                      ② 47                      ③ 49  
④ 51                      ⑤ 53

**11**

▶ 22054-0166

함수  $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < 0) \\ 3x+1 & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x tf(t)dt$$

라 할 때,  $g(-3) + g(2)$ 의 값은?

- ① 8                      ②  $\frac{25}{3}$                       ③  $\frac{26}{3}$   
④ 9                      ⑤  $\frac{28}{3}$

**12**

▶ 22054-0167

최고차항의 계수가 양수인 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(-x) = f(x)$$

$$(나) \ f(f(x)) = (4x^2 - 3)f(x) - 3 \int_1^x f'(t)dt$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

유형 5 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 와 상수  $a$ 에 대하여

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x} \int_a^{x+a} f(t) dt = f(a)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt = f(a)$$

필수유형 5

함수  $f(x) = 2x^2 - x + 6$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 3x} \int_3^x f(t) dt$ 의 값은?

- ① 1                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 9

13

▶ 22054-0168

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x (2t^2 - 5t) dt = 3$ 을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은?

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

14

▶ 22054-0169

함수  $f(x) = 3x^2 + 2x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^x \{f(t)\}^2 dt$ 의 값은?

- ① 48                      ② 52                      ③ 56  
④ 60                      ⑤ 64

15

▶ 22054-0170

함수  $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^3 - 4x} \int_4^x f(t) dt$ 의 값은?

- ①  $\frac{2^{10}-1}{3}$                       ②  $\frac{2^{11}-1}{6}$                       ③  $\frac{2^{11}-1}{3}$   
④  $\frac{2^{12}-1}{6}$                       ⑤  $\frac{2^{12}-1}{3}$



**유형 6** 곡선과 좌표축 사이의 넓이

**출제경향** | 주어진 곡선과  $x$ 축 사이의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

**필수유형 6**

| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

곡선  $y=x^3-2x^2$ 과  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{7}{6}$                       ②  $\frac{4}{3}$                       ③  $\frac{3}{2}$   
 ④  $\frac{5}{3}$                       ⑤  $\frac{11}{6}$

**16**

▶ 22054-0171

함수  $f(x)=ax^3-3ax+a^2$ 에 대하여 곡선  $y=f'(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 8일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $a$ 는 양의 실수이다.)

- ① 12                      ②  $\frac{25}{2}$                       ③ 13  
 ④  $\frac{27}{2}$                       ⑤ 14

**17**

▶ 22054-0172

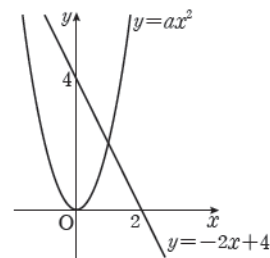
곡선  $y=x^2-8x+3+4|x^2-2x|$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 9                      ②  $\frac{28}{3}$                       ③  $\frac{29}{3}$   
 ④ 10                      ⑤  $\frac{31}{3}$

**18**

▶ 22054-0173

그림과 같이 직선  $y=-2x+4$ 와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 곡선  $y=ax^2$ 이 이등분할 때, 상수  $a$ 의 값은  $p+q\sqrt{10}$ 이다.  $36(p+q)$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.)



## 유형 7 두 곡선 사이의 넓이

**출제경향** | 곡선과 직선, 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

## 필수유형 7

| 2021학년도 대수능 |

곡선  $y=x^2-7x+10$ 과 직선  $y=-x+10$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

19

▶ 22054-0174

곡선  $y=|x^2-x|$ 와 직선  $y=x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ①  $\frac{5}{6}$                       ② 1                      ③  $\frac{7}{6}$   
 ④  $\frac{4}{3}$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

20

▶ 22054-0175

곡선  $y=x^3-4x^2-x+4$ 와 이 곡선 위의 점  $(2, -6)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 1                      ②  $\frac{4}{3}$                       ③  $\frac{5}{3}$   
 ④ 2                      ⑤  $\frac{7}{3}$

21

▶ 22054-0176

두 함수  $f(x)=x^3-4x^2+3x$ ,  $g(x)=-x^2+ax$ 에 대하여 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선이 서로 일치할 때, 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 6                      ②  $\frac{25}{4}$                       ③  $\frac{13}{2}$   
 ④  $\frac{27}{4}$                       ⑤ 7

## 22

▶ 22054-0177

곡선  $y=x^2-1$  위의 점 중에서 원점에서 거리가 가장 가까운 점을  $P(a, a^2-1)$ , 곡선  $y=x^2-1$  위의 점 P에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 곡선  $y=x^2-1$ 과 직선  $l$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $a>0$ )

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{12}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{6}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{4}$   
 ④  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       ⑤  $\frac{5\sqrt{2}}{12}$

## 23

▶ 22054-0178

함수  $f(x)=-x^2-2ax-a^2+4a+1$ 에 대하여  
 직선  $y=-2x+6$ 이 곡선  $y=f(x)$ 와 접할 때,  
 곡선  $y=f(x)$  ( $x \geq -a$ )와 직선  $y=-2x+6$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 6      ②  $\frac{19}{3}$       ③  $\frac{20}{3}$   
 ④ 7      ⑤  $\frac{22}{3}$

## 유형 8 곡선의 넓이의 활용

**출제경향** | 함수의 성질, 정적분의 성질, 도함수 등을 이용하여 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형잡기** | 함수와 그래프의 성질과 특징, 도함수, 정적분과 넓이의 관계 등을 이용하여 넓이를 구한다.

## 필수유형 8

| 2019학년도 대수능 |

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)-f(x-3)+4$ 이다.

(나)  $\int_0^6 f(x) dx = 0$

함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축 및 두 직선  $x=6$ ,  $x=9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 9      ② 12      ③ 15  
 ④ 18      ⑤ 21

## 24

▶ 22054-0179

함수  $f(x)=-x^3+3x$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 가 어떤 양수  $a$ 에 대하여

$$f(a)=g(a), f'(a)=g'(a)=0$$

을 만족시킬 때, 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 21      ②  $\frac{64}{3}$       ③  $\frac{65}{3}$   
 ④ 22      ⑤  $\frac{67}{3}$

25

▶ 22054-0180

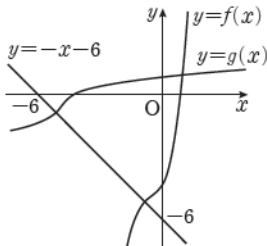
실수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $[t, t+2]$ 에서 함수  $f(x)=x^2-4x+4$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라 하자. 곡선  $y=g(x)$ 와 직선  $y=4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 3                      ②  $\frac{10}{3}$                       ③  $\frac{11}{3}$   
 ④ 4                      ⑤  $\frac{13}{3}$

26

▶ 22054-0181

함수  $f(x)=x^3+2x^2+2x-4$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자. 그림과 같이 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 직선  $y=-x-6$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



- ① 20                      ②  $\frac{61}{3}$                       ③  $\frac{62}{3}$   
 ④ 21                      ⑤  $\frac{64}{3}$

27

▶ 22054-0182

함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

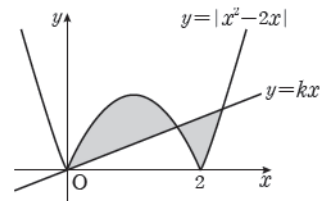
- (가)  $0 \leq x < 2$ 일 때,  $f(x) = -x^2 + \frac{5}{2}x + 1$   
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x) + 1$ 이다.

닫힌구간  $[0, 10]$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=\frac{3}{5}x$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 하면  $S=\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

28

▶ 22054-0183

그림과 같이 곡선  $y=|x^2-2x|$ 와 직선  $y=kx$ 가 서로 다른 세 점에서 만난다. 곡선  $y=|x^2-2x|$ 와 직선  $y=kx$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합이 최소일 때, 실수  $k$ 의 값은?



- ①  $3-2\sqrt{2}$                       ②  $6-4\sqrt{2}$                       ③  $2-\sqrt{2}$   
 ④  $3-\sqrt{2}$                       ⑤  $6-3\sqrt{2}$

### 유형 9 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리

**출제경향** | 수직선 위를 움직이는 점의 시각  $t$ 에서의 속도에 대한 식이나 그래프가 주어질 때, 점의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제가 출제된다.

**출제유형집기** | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도를  $v(t)$ , 시각  $t=a$ 에서의 위치를  $x_0$ 이라 하면

- (1) 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $x$ 는  $x=x_0+\int_a^t v(t)dt$   
 (2) 시각  $t=a$ 에서  $t=b$ 까지 점 P의 위치의 변화량은  $\int_a^b v(t)dt$   
 (3) 시각  $t=a$ 에서  $t=b$ 까지 점 P가 움직인 거리  $s$ 는  $s=\int_a^b |v(t)|dt$

### 필수유형 9

| 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t>0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시각  $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각  $t=3k$ 에서  $t=4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단,  $k$ 는 상수이다.)

[4점]

- ① 23                      ② 25                      ③ 27  
 ④ 29                      ⑤ 31

## 29

▶ 22054-0184

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가  $v(t) = 6 - 2t$

이다. 시각  $t=1$ 과  $t=k$  ( $k>1$ )에서 점 P의 위치가 같을 때, 점 P가 시각  $t=1$ 에서  $t=k$ 까지 움직인 거리는?

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

## 30

▶ 22054-0185

시각  $t=0$ 일 때 점 A(12)를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 2t$$

이다. 점 P와 원점 사이의 거리가 최소일 때, 점 P의 위치는?

- ① 8                      ②  $\frac{26}{3}$                       ③  $\frac{28}{3}$   
 ④ 10                      ⑤  $\frac{32}{3}$

## 31

▶ 22054-0186

시각  $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 4t^2 - 3at + a, \quad v_2(t) = t^2 + 3t - 2a$$

이다. 시각  $t=k$ 에서 두 점 P, Q 사이의 거리가 8이 되도록 하는 모든 양수  $k$ 의 개수가 4일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $a>1$ )

- ① 5                      ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{17}{3}$   
 ④ 6                      ⑤  $\frac{19}{3}$