

## I\_1. 선분의 내분점

[10공수2-01-01] 선분의 내분을 이해하고,

내분점의 좌표를 계산할 수 있다.

A : 선분의 내분을 설명하고, 좌표평면 위에서 내분점의 좌표를 구하는 방법을 이해하여 계산할 수 있다.

B : 선분의 내분을 이해하고, 좌표평면 위에서 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.

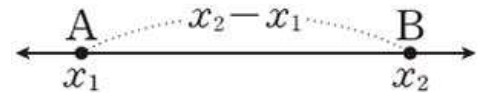
C : 선분의 내분을 알고, 좌표평면 위에서 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.

D : 수직선 위에서 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.

E : 안내된 절차에 따라 수직선 위에서 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.

### 1 두 점 사이의 거리

(1) 수직선 위의 점



수직선 위의 두 점  $A(x_1)$ ,  $B(x_2)$  사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|$$

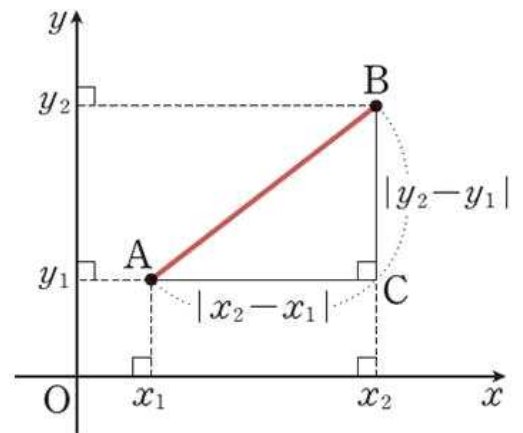
(2) 평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  사이의 거리는

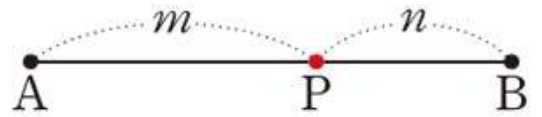
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

특히, 원점 O와 점  $A(x_1, y_1)$  사이의 거리는

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$



## ☆ 수직선 위의 선분의 내분점



선분 AB 위의 점 P에 대하여

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \quad (m > 0, n > 0)$$

$\Leftrightarrow$  점 P는 선분 AB를  $m : n$ 으로 내분한다.

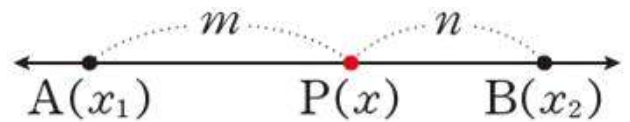
$\Leftrightarrow$  점 P는 선분 AB의 내분점이다.

$$\Leftrightarrow \overline{AP} = \frac{m}{m+n} \overline{AB}, \quad \overline{PB} = \frac{n}{m+n} \overline{AB}$$

☆ 수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여

선분 AB를  $m : n$  ( $m > 0, n > 0$ )

으로 내분하는 점 P의 좌표  $x$



$$\textcircled{1} \quad x_1 < x_2 : \overline{AP} : \overline{PB} = (x - x_1) : (x_2 - x) = m : n$$

$$nx - nx_1 = mx_2 - mx, \quad (m+n)x = mx_2 + nx_1$$

$$\therefore x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$\textcircled{2} \quad x_1 > x_2$  : 같은 방법으로 위의 결과를 얻는다.

$\therefore$  선분 AB를  $m : n$  ( $m > 0, n > 0$ )으로 내분하는

$$\text{점 P의 좌표는 } x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

## ☆ 수직선 위의 선분의 외분점

선분 AB 위의 점 Q에 대하여

$$\overline{AQ} : \overline{BQ} = m : n$$

$$(m > 0, n > 0, m \neq n)$$

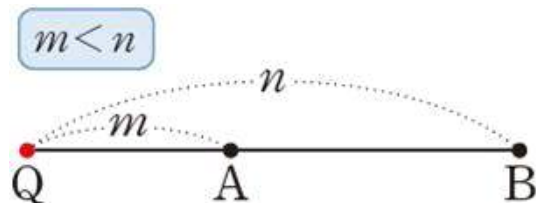
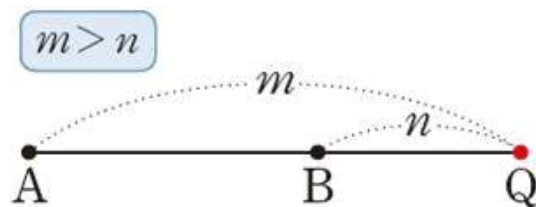
$\Leftrightarrow$  점 Q는 선분 AB를  $m : n$ 으로  
외분한다.

$\Leftrightarrow$  점 Q는 선분 AB의 외분점이다.

$\Leftrightarrow$  ①  $m > n$  : 점 Q는 점 B쪽 연장선 위에 있다.

②  $m < n$  : 점 Q는 점 A쪽 연장선 위에 있다.

$$\Leftrightarrow \overline{AQ} = \frac{m}{|m-n|} \overline{AB}, \overline{BQ} = \frac{n}{|m-n|} \overline{AB}$$



☆ 수직선 위의 두 점  $A(x_1), B(x_2)$ 에 대하여 선분 AB를

$m : n$  ( $m > 0, n > 0, m \neq n$ )

으로 외분하는 점 Q의 좌표  $x$

❶  $x_1 < x_2$  일 때, ①  $m > n$  :

$$\overline{AQ} : \overline{BQ} = (x - x_1) : (x - x_2) = m : n$$

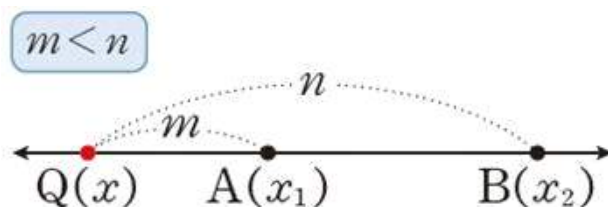
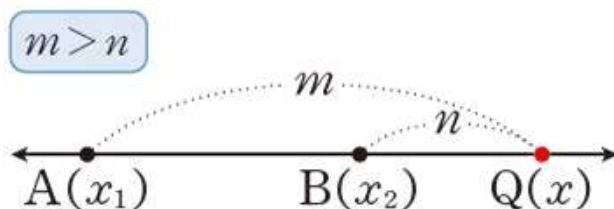
$$mx - mx_1 = nx - nx_2, (m - n)x = mx_2 - nx_1$$

$$\therefore x = \frac{mx_2 - nx_1}{m - n}$$

②  $m < n$  :

$$\overline{AQ} : \overline{BQ} = (x_1 - x) : (x_2 - x) = m : n \quad \therefore \text{같은 결과}$$

❷  $x_1 > x_2$  일 때도 같은 방법으로 위의 결과를 얻는다.



## ② 선분의 내분점과 외분점 ①

(1) 수직선 위의 선분의 내분점과 외분점

수직선 위의 두 점  $A(x_1)$ ,  $B(x_2)$ 에 대하여

선분  $AB$ 를  $m : n$  ( $m > 0$ ,  $n > 0$ )으로

① 내분하는 점  $P$ 는  $P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m + n}\right)$

특히, 선분  $AB$ 의 중점  $M$ 은  $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

② 외분하는 점  $Q$ 는  $Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m - n}\right)$  (단,  $m \neq n$ )

☆ 비례식의 계산과 같이 (내항)끼리, (외항)끼리 곱

$$\begin{array}{c} \text{외항} \\ \overbrace{A : B = m : n}^{\text{외항}} \Rightarrow \text{선분 } A(x_1)B(x_2) \quad \overbrace{\text{내분} \cdot \text{외분 } m : n}^{nx_1} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{내항}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{mx_2} \\ \text{내분점 } \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}, \text{ 외분점 } \frac{mx_2 - nx_1}{m - n} \end{array}$$

## ② 선분의 내분점과 외분점 ②

(2) 평면 위의 선분의 내분점과 외분점

좌표평면 위의 두 점  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ 에 대하여  
선분  $AB$ 를  $m : n$  ( $m > 0$ ,  $n > 0$ )으로

① 내분하는 점  $P$ 는  $P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$

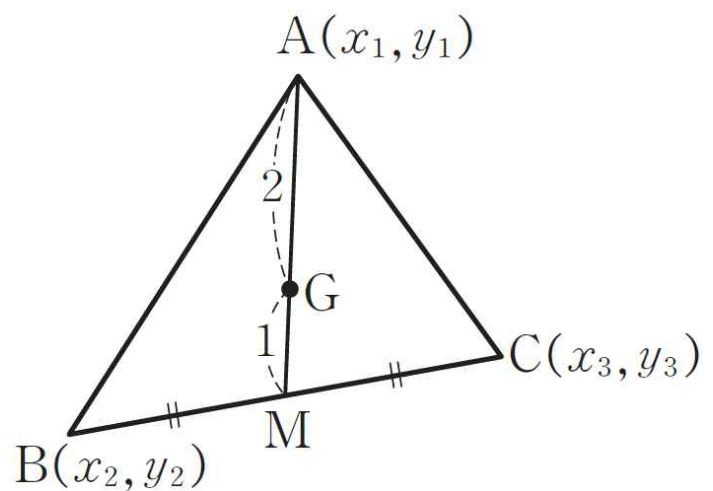
특히, 선분  $AB$ 의 중점  $M$ 은  $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

② 외분하는 점  $Q$ 는  $Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$   
(단,  $m \neq n$ )

## ③ 삼각형의 무게중심

좌표평면 위의 세 점

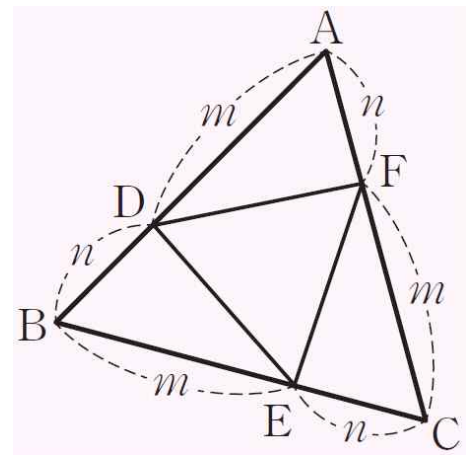
$A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  
 $C(x_3, y_3)$ 을 꼭짓점으로 하는  
삼각형  $ABC$ 의 무게중심  
 $G$ 의 좌표는



$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}\right)$$

## ☆ 무게중심이 일치하는 삼각형

그림과 같이 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 각각  $m:n$  ( $m > 0, n > 0$ )으로 내분하는 점을 차례로 D, E, F라 할 때,



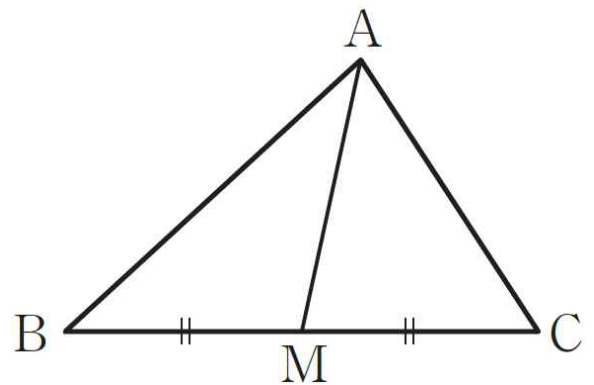
삼각형 ABC의 무게중심 G  $\longleftrightarrow$  일치한다  $\longleftrightarrow$  삼각형 DEF의 무게중심 G'

## □ 삼각형의 여러 가지 성질 ①

### (1) 삼각형의 중선정리

삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$



## ☆ $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값을 구할 때 중선정리 이용

①  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$  꼴의 식이 주어질 때,

삼각형 PAB를 그린 후 변 AB의 중점을 이용한다.

② 선분의 등분점, 특히 중점이 주어질 때,

등분점이 한 변의 중점이 되는 삼각형을 이용한다.

#### ④ 삼각형의 여러 가지 성질 ②

##### (2) 삼각형의 외심

삼각형 ABC의 외심을 O라 하면

- ① 외심 O에서 삼각형 ABC의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다. 즉,

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

이때, 삼각형 ABC의 외접원의

반지름의 길이는  $\overline{OA}$ 의 길이와 같다.

- ② 원의 지름에 대한 원주각의 크기는  $90^\circ$ 이므로 직각삼각형 ABC의 외심은 직각삼각형의 빗변의 중점이다.

