23 해결 과정 타원 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$의 두 꼭짓점 $(-1, 0)$과 $(0, 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $\quad y=2x+2$

타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에 접하는 기울기가 2인 직선의 방정식은 $y=2x\pm\sqrt{4a^2+b^2}$이므로 $\sqrt{4a^2+b^2}=2$에서

$4a^2+b^2=4 \quad \cdots\cdots ①$ ▶ 50 %

타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$의 두 초점의 좌표가 $(0, a)$와 $(0, -a)$이므로 $b^2-a^2=a^2$에서

$b^2=2a^2 \quad \cdots\cdots ②$ ▶ 20 %

답 구하기 ①과 ②에서 $\quad a^2=\frac{2}{3},\ \ b^2=\frac{4}{3}$

따라서 $\quad a^2+b^2=2$ ▶ 30 %

24 (1) 쌍곡선의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{PF'}}-\overline{\mathrm{PF}}=\overline{\mathrm{QF'}}-\overline{\mathrm{QF}}$

즉, $\quad \overline{\mathrm{PF'}}+\overline{\mathrm{QF}}=\overline{\mathrm{QF'}}+\overline{\mathrm{PF}} \quad \cdots\cdots ①$ ▶ 20 %

$\triangle\mathrm{APF'}$에서 $\quad \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF'}}\geq\overline{\mathrm{AF'}}$

즉, $\quad \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF'}}\geq\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QF'}}$

위의 식의 양변에 $\overline{\mathrm{PF}}$를 더하면

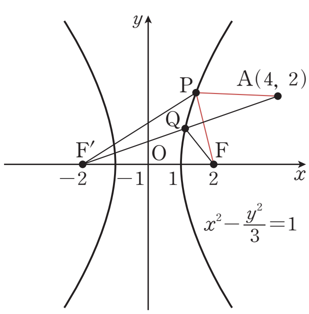
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF'}}+\overline{\mathrm{PF}}\geq\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QF'}}+\overline{\mathrm{PF}}$

①에서 $\overline{\mathrm{QF'}}+\overline{\mathrm{PF}}=\overline{\mathrm{PF'}}+\overline{\mathrm{QF}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF'}}+\overline{\mathrm{PF}}\geq\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{PF'}}+\overline{\mathrm{QF}}$

따라서 $\quad \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF}}\geq\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QF}}$

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF}}$가 최소가 되는 점 P의 위치는 점 Q이다.



▶ 40 %

(2) $\mathrm{A}(4, 2)$이고, $\mathrm{F'}(-2, 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AF'}}=\sqrt{(-2-4)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{10}$

즉, $\quad \overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QF'}}=2\sqrt{10} \quad \cdots\cdots ②$

쌍곡선의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{QF'}}-\overline{\mathrm{QF}}=2 \quad \cdots\cdots ③$ ▶ 30 %

②−③을 하면 $\quad \overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QF}}=2\sqrt{10}-2$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PF}}$의 최솟값은 $\quad 2\sqrt{10}-2$ ▶ 10 %

Ⅱ 평면벡터

1 벡터의 연산

01 벡터 69~71쪽

준비하기 (1) 선분 BC (2) 선분 DC

생각 열기 ❶ 길이, 넓이 ❷ 힘, 속도

문제 1 (1) $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ (2) $\sqrt{3}$

생각 열기 ❶ $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ ❷ $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$

문제 2 (1) $\overrightarrow{\mathrm{DB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{FE}}$ (2) $\overrightarrow{\mathrm{CF}}$, $\overrightarrow{\mathrm{ED}}$

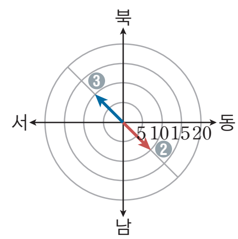
문제 3 (1) $\vec{a}$ (2) $\vec{b}$ (3) $-\vec{b}$ (4) $-\vec{a}$

생각 넓히기 ❶ 초속 15 m의 남서풍

❷ 그림 참조

❸ 그림 참조

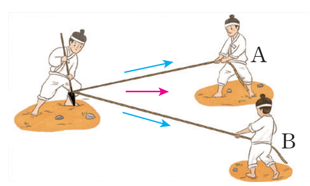
초속 10 m의 남동풍



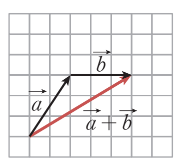
02 벡터의 덧셈과 뺄셈 72~76쪽

준비하기 $\overrightarrow{\mathrm{FO}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{ED}}$

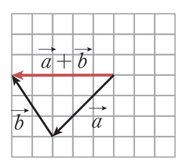
생각 열기



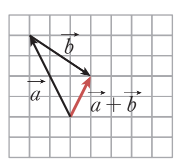
문제 1 (1)



(2)



(3)

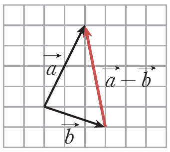


함께하기 ❶ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AD}$
❷ $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\overrightarrow{AD}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

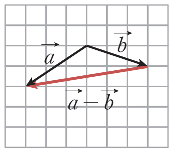
문제 2 (1) $\overrightarrow{DC}$ (2) $\vec{0}$

문제 3 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}$
$=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

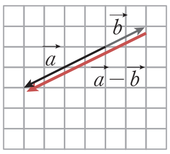
문제 4 (1)



(2)



(3)



문제 5 (1) $-\vec{a}-\vec{b}$ (2) $\vec{a}-\vec{b}$

생각 넓히기 ❶ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}=\vec{0}$에서 $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PB}$
따라서 점 P의 위치는 점 A의 위치와 동일하다.
❷ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{BQ}=\vec{0}$이므로
$\overrightarrow{AQ}=-\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{QB}$
따라서 점 Q는 선분 AB의 중점이다.

탐구 & 융합 77쪽

종이 위쪽의 공기 흐름은 빨라지고 종이 아래쪽의 공기 흐름은 느려져서 종이가 수평으로 유지되는 양력이 발생하게 된다.

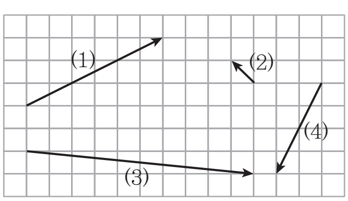
03 벡터의 실수배 78~81쪽

준비하기 (1) $3x-2y$ (2) $6a+b$

생각 열기 ❶ $\vec{b}$ ❷ $\vec{c}$

생각톡톡 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$이면 $\vec{a}=2\vec{b}$ 또는 $\vec{a}=-2\vec{b}$이므로 항상 성립하는 것은 아니다.

문제 1



문제 2 (1) $\vec{a}+8\vec{b}$ (2) $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}$

문제 3 (1) $-3\vec{a}+3\vec{b}$ (2) $-2\vec{a}-\vec{b}$

문제 4 $\vec{q}-\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}$
$\vec{p}+\vec{r}=-4\vec{a}+6\vec{b}=-2(\vec{q}-\vec{p})$
이므로 $\vec{q}-\vec{p}$와 $\vec{p}+\vec{r}$는 서로 평행하다.

문제 5 4

생각 넓히기 ❶ $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{JM}=-2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$,
$\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{JH}=-2\vec{a}+(\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{EH})$
$=-2\vec{a}+\vec{b}-2\vec{a}=-4\vec{a}+\vec{b}$
❷ ❶에서 $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CH}$이므로 세 점 C, M, H는 한 직선 위에 있다.

Ⅱ-1 중단원 마무리하기 82~85쪽

01 (1) $\vec{d}$와 $\vec{e}$, $\vec{b}$와 $\vec{f}$ (2) $\vec{a}$와 $\vec{c}$, $\vec{b}$와 $\vec{f}$
(3) $\vec{b}$와 $\vec{f}$

02 (1) $-\vec{a}+\vec{b}$ (2) $-\vec{a}-\vec{b}$

03 (1) $\vec{0}$ (2) $\vec{0}$

04 (1) $-4\vec{a}+9\vec{b}$ (2) $8\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}$

05 $\overrightarrow{EB}$, $2\overrightarrow{FA}$

06 해결 과정 $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BN}$이므로
$|\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MB}|=|\overrightarrow{BN}|=3\sqrt{5}$
에서 $|\overrightarrow{BN}|^2=45$ ▶ 40 %
이때 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BN}^2=\overline{AB}^2+\overline{AN}^2=a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{5}{4}a^2=45$$

이므로 $a^2=36$ ▶ 50 %
답 구하기 따라서 $a=6$이므로 정사각형의 한 변의 길이는 6이다. ▶ 10 %

07 평행사변형 **08** 6

09 $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$에서 $\dfrac{1}{|\vec{a}|}>0$이므로 두 벡터 $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$와 $\vec{a}$는 방향이 같고 서로 평행하다.

또한, $\left|\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}\right|=\dfrac{1}{|\vec{a}|}\times|\vec{a}|=1$이다.

따라서 벡터 $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$는 벡터 $\vec{a}$와 방향이 같고 크기가 1인 단위벡터이다.

10 24

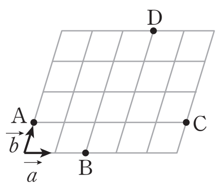
11 $\overrightarrow{\mathrm{MN}}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

12 $\dfrac{7}{3}$

13 배의 속도는 분속 40 m이고 강물의 속도는 분속 30 m이므로 배가 강을 건널 때의 속도는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{40^2+30^2}=50$이므로 분속 50 m이다.
배가 분속 40 m로 180 m를 갈 때 걸리는 시간은 4.5분이므로 배가 이 시간 동안 움직인 거리는

$50\times4.5=225(\mathrm{m})$

14 해결 과정 오른쪽 그림에서



$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=2\vec{a}-\vec{b}$

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=5\vec{a}$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=3\vec{a}+3\vec{b}$

이므로 ▶ 40 %

$5\vec{a}=m(2\vec{a}-\vec{b})+n(3\vec{a}+3\vec{b})$

$=(2m+3n)\vec{a}+(3n-m)\vec{b}$ ▶ 40 %

답 구하기 따라서 $2m+3n=5$, $m=3n$이므로

$m=\dfrac{5}{3}$, $n=\dfrac{5}{9}$ ▶ 20 %

15 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}$

$=(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+(\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+(\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+(\overrightarrow{\mathrm{OE}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})$

$=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}-4\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

이때 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\vec{0}$에서

$\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}=-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

이므로

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}=-5\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

따라서 $k=-5$

16 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{BQ}}$

$=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ …… ①

$\overrightarrow{\mathrm{QC}}=\overrightarrow{\mathrm{QB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

$=-\dfrac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-\dfrac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{DC}}$

$=-\dfrac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

$=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{\mathrm{BD}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ …… ②

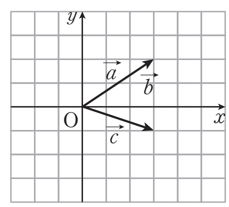
①, ②에서 $\overrightarrow{\mathrm{QC}}=4\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$이므로 $k=4$

2 평면벡터의 성분과 내적

01 위치벡터 87~89쪽

준비하기 (1) $(2,\ 2)$ (2) $(10,\ -2)$

생각 열기 ❶



❷ $\vec{a}$와 $\vec{b}$

문제 1 (1) $-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ (2) $2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}$

함께하기 ❶ $\dfrac{m}{m+n}$

❷ $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{p}-\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}-\vec{a}$

❸ $\vec{p}=\dfrac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$

문제 2 $\overline{\mathrm{AQ}}:\overline{\mathrm{AB}}=m:(m-n)$이므로

$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\dfrac{m}{m-n}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\vec{q}-\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}-\vec{a}$이므로

$\vec{q}-\vec{a}=\dfrac{m}{m-n}(\vec{b}-\vec{a})$

$\vec{q}=\dfrac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$

문제 3 (1) $\dfrac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$ (2) $-2\vec{a}+3\vec{b}$ (3) $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

문제 4 세 점 A, B, C의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$라 하고, 무게중심 G의 위치벡터를 $\vec{g}$라 하면

$\vec{g}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$이므로

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\\&=(\vec{a}-\vec{g})+(\vec{b}-\vec{g})+(\vec{c}-\vec{g})\\&=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-3\vec{g}\\&=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-3\times\left(\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\right)\\&=\vec{0}\end{aligned}$$

탐구 & 융합 90쪽

점 B가 두 점 A와 P 사이에 있으므로, ❶에 의하여

$$\vec{b}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{p}\ (0\le\alpha\le1,\ 0\le\beta\le1,\ \alpha+\beta=1)$$

그런데 $\beta\neq0$이므로, $\vec{p}$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내면

$$\vec{p}=-\frac{\alpha}{\beta}\vec{a}+\frac{1}{\beta}\vec{b}$$

이때 $u=-\dfrac{\alpha}{\beta}$, $v=\dfrac{1}{\beta}$로 놓으면 $u<0$, $v>0$이고

$$u+v=-\frac{\alpha}{\beta}+\frac{1}{\beta}=\frac{1-\alpha}{\beta}=\frac{\beta}{\beta}=1$$

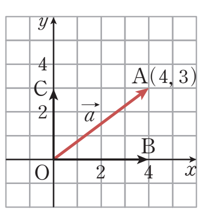
따라서 점 P의 위치벡터 $\vec{p}$를 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내면

$$\vec{p}=u\vec{a}+v\vec{b}\ (u<0,\ v>0,\ u+v=1)$$

02 평면벡터의 성분 91~95쪽

준비하기 (1) 5 (2) $2\sqrt{13}$

생각 열기 ❶



❷ $\vec{a}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$

문제 1 (1) $2\vec{e_1}-3\vec{e_2}$ (2) $-3\vec{e_1}+5\vec{e_2}$

문제 2 (1) $\vec{a}=(3, -1)$ (2) $\vec{b}=(0, 2)$

문제 3 $m=6$, $n=4$ **문제 4** (1) $\sqrt{10}$ (2) 5

문제 5 (1) $(-4, -6)$ (2) $(5, -1)$
(3) $(10, -4)$ (4) $(-1, -20)$

문제 6 $k=1$, $l=-2$ **문제 7** -6

함께하기 b_1-a_1, b_2-a_2, $\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$

문제 8 (1) $\overrightarrow{AB}=(4, -1)$, $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{17}$
(2) $\overrightarrow{AB}=(3, 1)$, $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{10}$

생각 넓히기 ❶ $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}$

$$\begin{aligned}&=(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP})+(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP})\\&=(-1-x, -y)+(4-x, -y)\\&=(3-2x, -2y)\end{aligned}$$

❷ $4=|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|^2=(3-2x)^2+(-2y)^2$
$=9-12x+4x^2+4y^2$

에서 $4\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+4y^2=4$

즉, $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2=1$이므로 점 P가 그리는 도형은 중심이 $\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$이고 반지름의 길이가 1인 원이다.

03 평면벡터의 내적 96~101쪽

준비하기 (1) $2\sqrt{2}$, 3 (2) $45°$

생각 열기 ❶ x_1y_1 ❷ $x_1y_1+x_2y_2$

문제 1 (1) 4 (2) 5

함께하기 ❶ (1) $a_1b_1+a_2b_2$, $b_1a_1+b_2a_2$
(2) $a_1b_1+a_1c_1+a_2b_2+a_2c_2$,
$a_1b_1+a_2b_2+a_1c_1+a_2c_2$
(3) $ka_1b_1+ka_2b_2$, $ka_1b_1+ka_2b_2$

❷ ❶의 (1)에서

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b}&=a_1b_1+a_2b_2\\&=b_1a_1+b_2a_2\\&=\vec{b}\cdot\vec{a}\end{aligned}$$

❶의 (2)에서

$$\begin{aligned}&\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})\\&=a_1b_1+a_1c_1+a_2b_2+a_2c_2\\&=(a_1b_1+a_2b_2)+(a_1c_1+a_2c_2)\\&=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}\end{aligned}$$

❶의 (3)에서

$$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=ka_1b_1+ka_2b_2$$

$=k(a_1b_1+a_2b_2)$
$=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

문제 2 (1) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$
$=(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}-(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}$
$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}$
$=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

따라서 $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$이 성립한다.

(2) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$
$=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}-(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$
$=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\cdot\vec{b}$
$=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$

따라서 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$이 성립한다.

문제 3 (1) $\frac{5}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ **문제 4** -4

문제 5 (1) $6\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) 0 (4) -6

문제 6 (1) 30° (2) 60°

문제 7 (1) 3 (2) -2

문제 8 $\vec{b}=(3, 3)$, $\vec{b}=(-3, -3)$

생각 넓히기 ❶ $\cos y^\circ=\dfrac{-\vec{a}\cdot\vec{b}}{|-\vec{a}||\vec{b}|}$
$=\dfrac{(-1)\times(-1)+0\times\sqrt{3}}{\sqrt{(-1)^2+0^2}\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}}$
$=\dfrac{1}{2}$

이때 $0^\circ<y^\circ<90^\circ$이므로 $y^\circ=60^\circ$

또, $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times(-1)+0\times\sqrt{3}=-1$이고

$-|\vec{a}||\vec{b}|\cos y^\circ=-1\times2\times\cos60^\circ=-1$이므로

$\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}||\vec{b}|\cos y^\circ$가 성립한다.

❷ $x^\circ+y^\circ=180^\circ$에서 $x^\circ=120^\circ$

탐구 & 융합 102쪽

(1) $\frac{1}{2}\times|3\times2-5\times6|=\frac{1}{2}\times24=12$

(2) 세 점 A$(2, 2)$, B$(4, 6)$, C$(7, 5)$를 각각 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점을 A$'(0, 0)$, B$'(2, 4)$, C$'(5, 3)$이라 하면 $\triangle$ABC의 넓이는 $\triangle$A$'$B$'$C$'$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times|2\times3-4\times5|=7$

04 직선과 원의 방정식 103~109쪽

준비하기 (1) $y=2x$ (2) $x^2+y^2=4$

생각 열기 ❶ $x=t,\quad y=t+1$

❷ 점 P가 그리는 도형은 직선 $y=x+1$이다.

문제 1 (1) $\frac{x-2}{3}=\frac{y+3}{4}$ (2) $x=-2$

문제 2 (1) $\frac{3-x}{2}=\frac{y-1}{3}$ (2) $x=4$

문제 3 (1) $3x-y-1=0$ (2) $x-y-7=0$

문제 4 $2x+3y-5=0$

문제 5 60°

문제 6 (1) $-\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$

문제 7 $(x-3)^2+(y-5)^2=16$

문제 8 (1) 점 P가 그리는 도형은 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 원이다.

(2) 점 P가 그리는 도형은 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원이다.

생각 넓히기 ❶ $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BP}$이므로 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$

❷ $\overrightarrow{AP}=\vec{p}-\vec{a}$, $\overrightarrow{BP}=\vec{p}-\vec{b}$이므로
$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$

❸ $(x-x_1, y-y_1)\cdot(x-x_2, y-y_2)=0$에서
$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

Ⅱ-2 중단원 마무리하기 110~113쪽

01 (1) $\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$ (2) $3\vec{a}-2\vec{b}$

02 (1) $(1,\ -1)$ (2) $(4,\ -11)$

03 -5

04 (1) -4 (2) 1

05 (1) $\frac{x+1}{2}=\frac{4-y}{3}$
(2) $3x-5y-11=0$

06 $m=-\frac{1}{6},\ n=\frac{2}{3}$

07 해결 과정 $x-2=y+4$이므로
$x-y=6$ ⋯⋯ ①
$y-5=1-3x$이므로
$3x+y=6$ ⋯⋯ ② ▶ 30 %
①, ②를 연립하여 풀면
$x=3,\ y=-3$ ▶ 30 %
답 구하기 따라서 $\vec{a}=(1,\ -8)$이므로
$|\vec{a}|=\sqrt{1^2+(-8)^2}=\sqrt{65}$ ▶ 40 %

08 -4

09 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $2\sqrt{19}$

10 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11 $\frac{7}{5}$

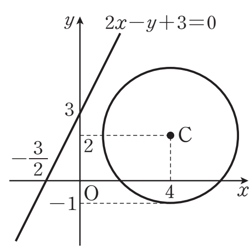
12 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13 점 P의 위치벡터를 $\overrightarrow{OP}=(x,\ y)$라 하자.
(i) $k=1,\ l=0$이면
$(x,\ y)=\vec{a}=(-1,\ 5)$
(ii) $k=0,\ l=1$이면
$(x,\ y)=\vec{b}=(2,\ 1)$
(iii) $k>0,\ l>0,\ k+l=1$이면 $l=1-k$이므로
$(x,\ y)=k(-1,\ 5)+l(2,\ 1)$
$=k(-1,\ 5)+(1-k)(2,\ 1)$
(i)~(iii)에서 $\overrightarrow{OP}$는 두 벡터 $\vec{a},\ \vec{b}$를 $(1-k):k$, 즉 $l:k$로 내분하는 점의 위치벡터를 나타낸다.
따라서 점 P가 그리는 도형의 길이는 두 점 $(-1,\ 5)$, $(2,\ 1)$을 잇는 선분의 길이이므로
$\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(1-5)^2}=\sqrt{25}=5$

14 해결 과정 $\overline{AG_1}$과 $\overline{BO}$의 교점을 M이라 하면
$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
이므로
$\overline{MG_1}=\frac{1}{3}\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{6}$
$|\overrightarrow{AG_1}|=\overline{AM}+\overline{MG_1}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ▶ 30 %
같은 방법으로 하면
$|\overrightarrow{AG_2}|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ▶ 30 %
답 구하기 $\angle G_1AG_2=60°$이므로
$\overrightarrow{AG_1}\cdot\overrightarrow{AG_2}=|\overrightarrow{AG_1}||\overrightarrow{AG_2}|\cos 60°$
$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{2}{3}$ ▶ 40 %

15 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$이므로
$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$
$=|\overrightarrow{AB}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2$
즉, $|\overrightarrow{AB}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2=0$이므로
$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}|$
따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

16 점 P의 좌표를 $(x,\ y)$, 점 $A(1,\ 5)$의 위치벡터를 $\vec{a}$라 하면 $\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0$에서
$(2,\ -1)\cdot(x-1,\ y-5)=0$
$2x-y+3=0$
즉, 점 P는 직선 $2x-y+3=0$ 위의 점이다.
점 $C(4,\ 2)$의 위치벡터를 $\vec{c}$라 하면 $|\vec{q}-\vec{c}|=3$에서 점 Q는 중심이 $C(4,\ 2)$이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 점이다.



이때 원 C의 중심 $(4,\ 2)$와 직선 $2x-y+3=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|8-2+3|}{\sqrt{4+1}}=\frac{9}{\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{5}$$

따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은

$$\frac{9\sqrt{5}}{5}-3$$

Ⅱ 대단원 평가하기 114~117쪽

01 ②　　**02** 4

03 ⑤　　**04** ②

05 ③　　**06** ④

07 3　　**08** $\left(-1,\ -\frac{7}{3}\right)$

09 0　　**10** ⑤

11 $-\frac{1}{17}$　　**12** ④

13 ④　　**14** $\frac{3}{5}$

15 $\frac{9+3\sqrt{5}}{2}$　　**16** $3\sqrt{3}$

17 60°　　**18** ④

19 -4

20 점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}\\&=(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB})\\&=(x-1,\ y-2)\cdot(x-1,\ y-6)=0\end{aligned}$$

즉, $(x-1)^2+(y^2-8y+12)=0$

위의 방정식을 변형하면

$$(x-1)^2+(y-4)^2=4$$

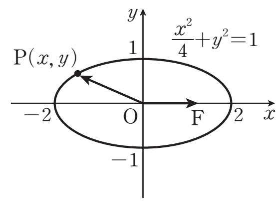
따라서 주어진 조건을 만족시키는 점 P가 그리는 도형은 중심의 좌표가 $(1,\ 4)$이고 반지름의 길이가 2인 원이므로 구하는 길이는

$$4\pi$$

21 문제 이해　타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$의 한 초점을 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, 점 P의 좌표를 $(x,\ y)\ (-2\le x\le 2)$라 하면

$$c=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$$

에서　$\mathrm{F}(\sqrt{3},\ 0)$



▶ 30 %

해결 과정　$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OF}=(x,\ y)\cdot(\sqrt{3},\ 0)$
$=\sqrt{3}x$　▶ 20 %

이므로

$$\begin{aligned}1&=|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF}|^2\\&=|\overrightarrow{OP}|^2+2\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OF}+|\overrightarrow{OF}|^2\\&=x^2+y^2+2\sqrt{3}x+3\\&=x^2+1-\frac{x^2}{4}+2\sqrt{3}x+3\end{aligned}$$

위의 식을 정리하면

$$3x^2+8\sqrt{3}x+12=0,$$
$$(3x+2\sqrt{3})(x+2\sqrt{3})=0$$

에서　$x=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 또는 $x=-2\sqrt{3}$

$-2\le x\le 2$이므로　$x=-\frac{2\sqrt{3}}{3},\ y=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

즉,　$\mathrm{P}\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\ \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ 또는 $\mathrm{P}\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\ -\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

▶ 30 %

답 구하기　따라서 구하는 길이는

$$\overline{PF}=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}$$
$$=3$$

▶ 20 %

22 (1) $\cos x^\circ=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$이고 $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때,

$0\le\cos x^\circ\le 1$이므로

$$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\le 1$$

따라서 $\vec{a}\cdot\vec{b}\le|\vec{a}||\vec{b}|$가 성립한다.　▶ 30 %

(2) 주어진 부등식의 양변을 각각 제곱하면

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$$
$$(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2=|\vec{a}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|+|\vec{b}|^2$$

▶ 40 %

(1)의 결과를 이용하면 $\vec{a}\cdot\vec{b}\le|\vec{a}||\vec{b}|$이므로

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2\le(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2$$

이때 $|\vec{a}+\vec{b}|\ge0$, $|\vec{a}|+|\vec{b}|\ge0$이므로

$$|\vec{a}+\vec{b}|\le|\vec{a}|+|\vec{b}|$$

가 성립한다. ▶ 30 %

23 문제 이해 조건 (나)로부터

$$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{c}|$$ ▶ 20 %

해결 과정 따라서

$$49=|\vec{c}|^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$$
$$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$$
$$=9+2\vec{a}\cdot\vec{b}+25$$

$$2\vec{a}\cdot\vec{b}=15,\quad \vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{15}{2}$$ ▶ 40 %

두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{b}$가 이루는 각의 크기를 x°라 하면

$$\frac{15}{2}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos x^\circ=15\cos x^\circ$$

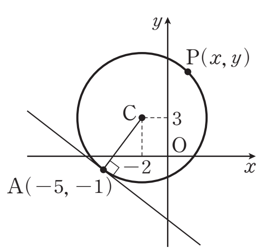
$$\cos x^\circ=\frac{1}{2}$$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 $x^\circ=60^\circ$이므로 구하는 각의 크기는 60°이다. ▶ 10 %

24 문제 이해 $|\vec{p}-\vec{c}|=5$를 성분으로 나타내면

$$(x+2)^2+(y-3)^2=5^2$$

이므로 점 P가 그리는 도형은 중심이 $\mathrm{C}(-2,\ 3)$이고 반지름의 길이가 5인 원이다.



▶ 40 %

해결 과정 이 원 위의 점 $\mathrm{A}(-5,\ -1)$에서의 접선의 법선벡터가 $\overrightarrow{\mathrm{CA}}$이므로

$$\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$
$$=(-5,\ -1)-(-2,\ 3)$$
$$=(-3,\ -4)$$ ▶ 30 %

답 구하기 따라서 점 $\mathrm{A}(-5,\ -1)$을 지나고 법선벡터가 $\overrightarrow{\mathrm{CA}}=(-3,\ -4)$인 직선의 방정식은

$$-3(x+5)-4(y+1)=0$$

즉, $3x+4y+19=0$ ▶ 30 %

III 공간도형과 공간좌표

1 공간도형

01 위치 관계 123 ~ 129쪽

준비하기 평행: 모서리 CD, 모서리 EF, 모서리 GH
꼬인 위치: 모서리 CG, 모서리 DH,
모서리 EH, 모서리 FG

생각 열기 ❶ 안정적으로 올려놓을 수 있다.
❷ 안정적으로 올려놓을 수 없다.

문제 1 (1), (2), (3)

문제 2 (1) 직선 CD, 직선 DE
(2) 평면 ACD, 평면 ADE, 평면 BCDE

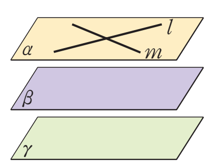
문제 3 평면 ABFE−직선 AB
평면 BCGF−직선 BC
평면 CDHG−직선 CD
평면 DAEH−직선 AD

생각 열기 ❶ 직선 n ❷ 평면 β

문제 4 $l /\!/ \alpha$이므로 직선 l과 평면 α는 만나지 않는다. 이때 직선 m은 평면 α 위에 있으므로 두 직선 l과 m도 만나지 않는다. 그런데 두 직선 l과 m은 모두 한 평면 β 위에 있으므로 $l /\!/ m$이다.

문제 5 $\alpha /\!/ \beta$이므로 두 평면 α와 β는 만나지 않는다. 이때 직선 l은 평면 α 위에 있으므로 직선 l과 평면 β도 만나지 않는다. 따라서 $l /\!/ \beta$이다.

문제 6 오른쪽 그림과 같이 평면 α 위에 있고 한 점에서 만나는 두 직선을 l, m이라 하면 $\alpha /\!/ \beta$이므로



$$l /\!/ \beta,\quad m /\!/ \beta$$

두 직선 l, m이 평면 γ와 만난다고 가정하면 $\beta /\!/ \gamma$이므로 두 직선 l, m은 평면 β와도 만난다.