

수학 영역

제 2 교시

1

1. 두 다항식

$$A = xy + x - 1, \quad B = xy - x + 2$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $xy+1$ ② $xy+2$ ③ $2xy+1$
④ $2xy+2$ ⑤ $2xy+3$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{1, 4, b\}$ 에 대하여 $A=B$ 일 때,
 $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. 복소수 z 의 켈레복소수 \bar{z} 가 $2-i$ 일 때, $z+\bar{z}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 2, 8일 때,
두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2

수학 영역

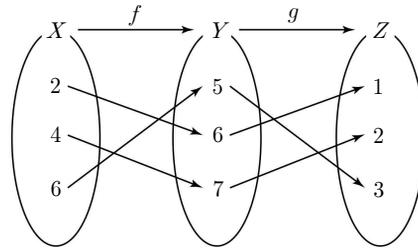
5. 두 직선 $y = 7x - 1$ 과 $y = (3k - 2)x + 2$ 가 서로 평행할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 다항식 $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x) - 3$ 이 $(x^2 + ax - 1)(x^2 + x + b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$g^{-1}(3) + (g \circ f)(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 7)$, $B(2, a)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 외분하는 점이 x 축 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

9. $-1 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 9일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 부등식 $x > |3x + 1| - 7$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 집합 $X = \{-3, 1\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 0) \\ x^2 - 2x + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 항등함수일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 좌표평면 위의 점 $P(a, a^2)$ 을 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점이 직선 $y = 4x$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x-5| \leq n$$

$$q: x \geq 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 좌표평면 위의 점 $(2, -4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 그은

두 접선이 각각 y 축과 만나는 점의 좌표를 $(0, a)$, $(0, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - x$ 로 나눈 나머지가 $ax + a$ 이고,
다항식 $f(x+1)$ 을 x 로 나눈 나머지는 6일 때, 상수 a 의 값은?
[4점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 한 모서리의 길이가 6이고 부피가 108인 직육면체를
만들려고 한다. 이때, 만들 수 있는 직육면체의 대각선의 길이의
최솟값은? [4점]

- ① $6\sqrt{2}$ ② 9 ③ $7\sqrt{2}$ ④ 11 ⑤ $8\sqrt{2}$

17. 등식

$$(182\sqrt{182} + 13\sqrt{13}) \times (182\sqrt{182} - 13\sqrt{13}) = 13^4 \times m$$

을 만족하는 자연수 m 의 값은? [4점]

- ① 211 ② 217 ③ 223 ④ 229 ⑤ 235

18. 등식 $(p+2qi)^2 = -16i$ 를 만족시키는 두 실수 p, q 는

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 실근이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

(단, $p > 0$ 이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

19. 곡선 $y = x^2$ 위의 임의의 점 $A(t, t^2)$ ($0 < t < 1$)을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하고 두 점 A, B에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 다음은 사각형 ABDC의 넓이가 $\frac{1}{8}$ 이 되는 상수 t 의 값을 구하는 과정이다.

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발이 C이므로 $\overline{AC} = t$
 점 B에서 y 축에 내린 수선의 발이 D이므로 $\overline{BD} = t^2$
 $\overline{DC} = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로
 사각형 ABDC의 넓이는 $\frac{1}{2}t^2 \times (\boxed{\text{(나)}})$
 사각형 ABDC의 넓이가 $\frac{1}{8}$ 이므로
 $\frac{1}{2}t^2 \times (\boxed{\text{(나)}}) = \frac{1}{8}$
 따라서 $t = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k) \times g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

20. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-4) = 0$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq f(-2)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $f(0) = 0$
 ㄴ. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(1)$ 이다.
 ㄷ. 실수 p 에 대하여 $p \leq x \leq p+2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(p)$ 라 할 때, 함수 $g(p)$ 의 최댓값이 1이면 $f(-2) = \frac{4}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합

$$A_k = \{x \mid x(y-k) = 30, y \in U\}$$

$$B = \left\{x \mid \frac{30-x}{5} \in U\right\}$$

에 대하여 $n(A_k \cap B^c) = 1$ 이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

단답형

22. 다항식 $x^2 + 4x - 2$ 를 $x - 3$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

23. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$4x^2 + ax - 1 = bx(x+2) + c$$

가 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

24. 두 집합

$$A = \{x \mid (x-5)(x-a)=0\}$$

$$B = \{-3, 5\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. x, y 에 대한 연립방정식

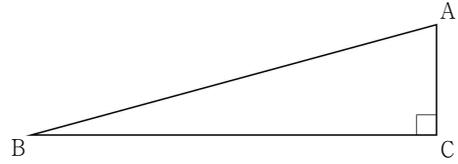
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - y^2 = 6 \end{cases}$$

의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.

$\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 이고 삼각형 ABC의 넓이가 3일 때,

$\overline{AC}^3 + \overline{BC}^3$ 의 값을 구하시오. [4점]



27. 좌표평면 위에 두 점 $A(1, 2)$, $B(2, 1)$ 이 있다.

x 축 위의 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값이 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 일 때, 두 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, 점 C 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [4점]

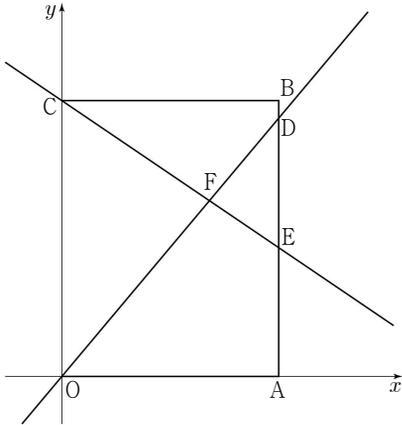
28. 두 함수

$$f(x) = x + a$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 6 & (x < a) \\ x^2 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 $(g \circ f)(1) + (f \circ g)(4) = 57$ 을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 S 라 할 때, $10S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(4, 5)$, $C(0, 5)$ 에 대하여 선분 BA 의 양 끝점이 아닌 서로 다른 두 점 D, E 가 선분 BA 위에 있다. 직선 OD 와 직선 CE 가 만나는 점을 $F(a, b)$ 라 하면 사각형 $OAEF$ 의 넓이는 사각형 $BCFD$ 의 넓이보다 4만큼 크고, 직선 OD 와 직선 CE 의 기울기의 곱은 $-\frac{7}{9}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $22(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < 4$) [4점]



30. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 17 & (x < 6) \\ (x-8)^2 + 5 & (x \geq 6) \end{cases}$$

과 양의 실수 t 에 대하여 중심이 점 $(t, f(t))$ 이고 반지름의 길이가 t 인 원 C 가 있다. 상수 k 에 대하여 원 C 가 직선 $y = k$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 함수 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(2) = 1$
 (나) $g(4) \times g(6) = 2$

$\alpha - 2 < t < \alpha$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) = 2$ 를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 $\frac{m + \sqrt{n}}{2}$ 이라 할 때, 두 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.