

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식 $A = x^2 - 2xy + y^2$, $B = x^2 + 2xy + y^2$ 에 대하여 $A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 + y^2$
- ② $2x^2 + 2y^2$
- ③ $3x^2 + 3y^2$
- ④ $2x^2 - 2xy + 2y^2$
- ⑤ $2x^2 + 2xy + 2y^2$

2. $(3+i) + (1-3i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $2-2i$
- ② $3-2i$
- ③ $4-2i$
- ④ $3+2i$
- ⑤ $4+2i$

3. 등식 $x(x+1) + 2(x+1) = x^2 + ax + b$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 좌표평면 위의 원점 O와 두 점 $A(5, -5)$, $B(1, a)$ 에 대하여 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 를 만족시킬 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

5. 좌표평면 위의 두 점 $A(-4, 0)$, $B(5, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 다항식 $x^4 - x^2 - 12$ 가 $(x-a)(x+a)(x^2+b)$ 로 인수분해될 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 부등식 $|2x+1| < 7$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, ab 의 값은?
[3점]

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

8. 이차방정식 $x^2+2x+k=0$ 의 서로 다른 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=8$ 이다. 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 두 직선 $3x+2y-5=0$, $3x+y-1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y+4=0$ 에 평행한 직선의 y 절편은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

10. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2-2y^2-2=0 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

11. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 15 \geq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

12. 두 상수 a, b 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 에서 x 축과 접할 때, 이차함수 $y = x^2 + bx + a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 좌표평면 위의 점 $A(-3, 4)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하고, 점 B를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있을 때, 실수 k 의 값은?
[3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

14. 중심이 점 $(3, 2)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원 위의 점과 직선 $2x-y+8=0$ 사이의 거리의 최솟값은? [4점]

① $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{5}}{5}$

15. 좌표평면 위의 원점 O 와 두 점 A, B 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 가 있다. 선분 OA 를 $2:1$ 로 외분하는 점을 P , 선분 OB 를 $2:1$ 로 외분하는 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 의 중점의 좌표가 $(4, 5)$ 일 때, 삼각형 OAB 의 무게중심의 좌표는 (a, b) 이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

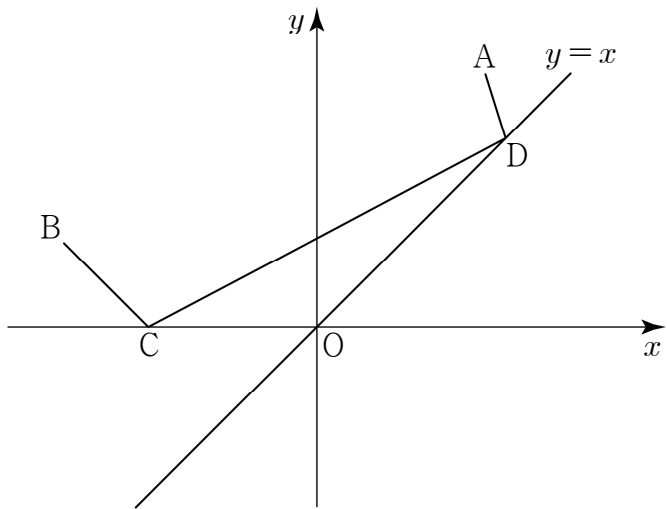
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-k)^2$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가

서로 다른 두 점 A, B 에서 만난다. 두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. 선분 CD 의 길이가 6일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

17. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점 $A(2, 3)$, $B(-3, 1)$ 이 있다. 서로 다른 두 점 C 와 D 가 각각 x 축과 직선 $y=x$ 위에 있을 때, $\overline{AD} + \overline{CD} + \overline{BC}$ 의 최솟값은? [4점]

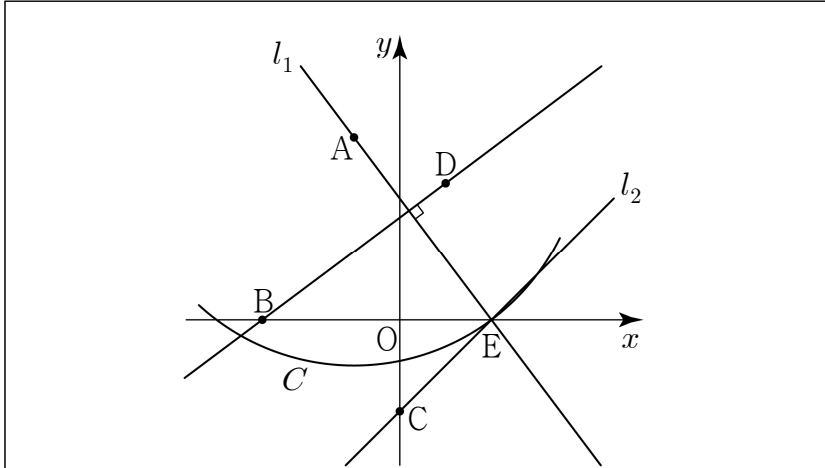


- ① $\sqrt{42}$ ② $\sqrt{43}$ ③ $2\sqrt{11}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{46}$

18. 함수 $f(x)=x^2+4x-3k^2-12k+40$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수와, 함수 $g(x)=x^2-12x+3k^2-36k+96$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수가 서로 같도록 하는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

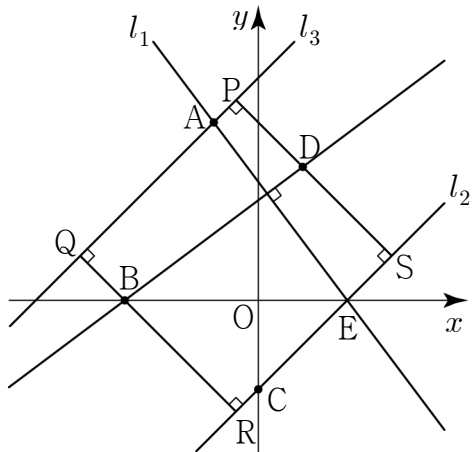
- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

19. 좌표평면 위에 네 점 $A(-1, 4)$, $B(-3, 0)$, $C(0, -2)$, $D(1, 3)$ 가 있다. 다음은 네 점 A, B, C, D 가 각각 네 변 PQ, QR, RS, SP 위에 있도록 하는 정사각형 $PQRS$ 의 한 변의 길이를 구하는 과정이다.



점 A 를 지나고 두 점 B 와 D 를 지나는 직선에 수직인 직선 l_1 의 방정식은 $y = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 C 라 하자. 원 C 와 직선 l_1 이 만나는 두 점 중 점 C 와의 거리가 더 작은 점을 E 라 하고, 두 점 C 와 E 를 지나는 직선을 l_2 라 하면 직선 l_2 의 방정식은 $y = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.



두 점 B 와 D 에서 직선 l_2 에 내린 수선의 발을 각각 R, S 라 하자. 점 A 를 지나고 직선 l_2 와 평행한 직선을 l_3 이라 하고, 두 점 B 와 D 에서 직선 l_3 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 하자.

사각형 $PQRS$ 는 네 점 A, B, C, D 가 각각 네 변 PQ, QR, RS, SP 위에 있고 한 변의 길이가 $\overline{PQ} = \overline{QR} = \boxed{\text{(다)}}$ 인 정사각형이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x), g(x)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를 α 라 할 때, $\frac{3}{4}f(\alpha) - g(\alpha)$ 의 값은? [4점]

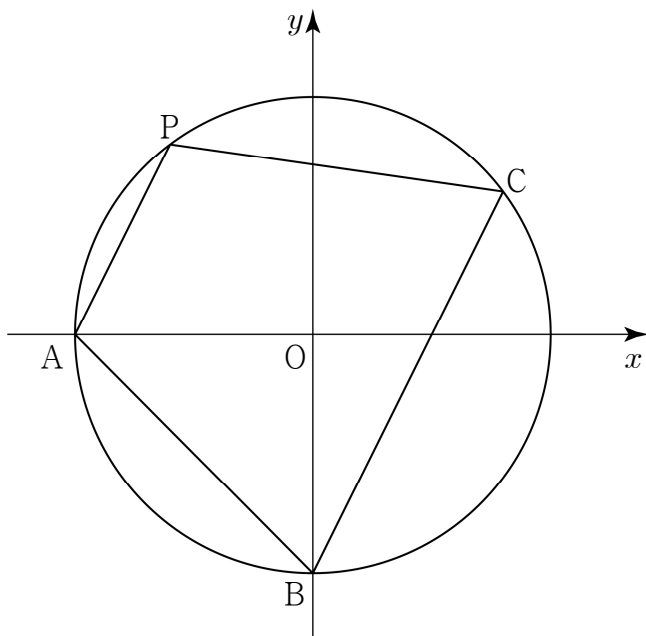
- ① $4 - 3\sqrt{2}$ ② $4 - 4\sqrt{2}$ ③ $4 - 5\sqrt{2}$
 ④ $4 - 6\sqrt{2}$ ⑤ $4 - 7\sqrt{2}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지와 $f(x)$ 를 x^2-3 으로 나눈 나머지는 서로 같다.
 (나) $f(x+1)-5$ 는 x^2+x 로 나누어떨어진다.

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

21. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위에
세 점 $A(-5, 0)$, $B(0, -5)$, $C(4, 3)$ 이 있다.
점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위에 점 P 가 있을 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기> —
- ㄱ. 점 B 와 직선 AC 사이의 거리는 $2\sqrt{10}$ 이다.
 - ㄴ. 사각형 $PABC$ 의 넓이가 최대일 때, 직선 PB 와 직선 AC 는 서로 수직이다.
 - ㄷ. 사각형 $PABC$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{15(3 + \sqrt{10})}{2}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단 답 형

22. x 에 대한 다항식 $x^3 - x^2 - 10x + a$ 가 $x - 1$ 로
나누어떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

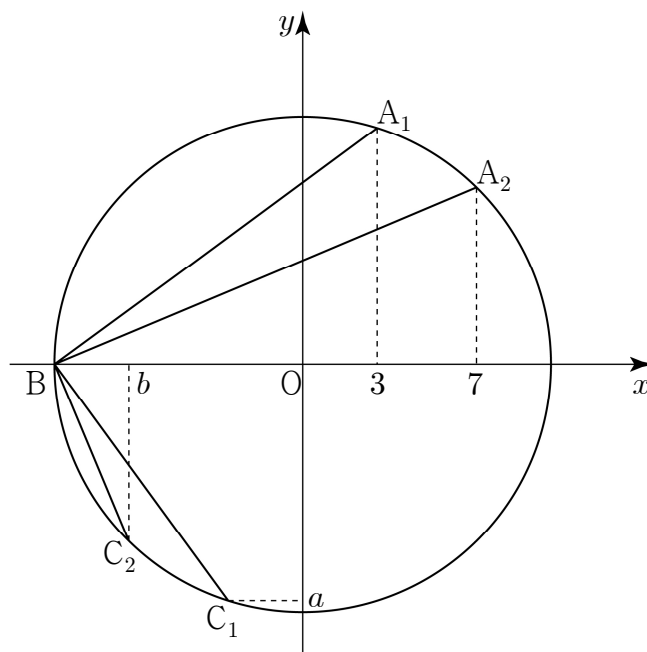
23. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x - 1 > 8 \\ 2x - 16 \leq x + a \end{cases}$$

의 해가 $b < x \leq 28$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의
값을 구하시오. [3점]

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + k+5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 100$ 위에 x 좌표가 각각 3, 7인 두 점 A_1, A_2 가 있다. 점 $B(-10, 0)$ 을 지나고 두 직선 A_1B, A_2B 에 각각 수직인 두 직선이 원과 만나는 점 중 점 B 가 아닌 두 점을 각각 C_1, C_2 라 하자. 점 C_1 의 y 좌표를 a , 점 C_2 의 x 좌표를 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, 두 점 A_1, A_2 는 제1사분면 위에 있다.) [4점]



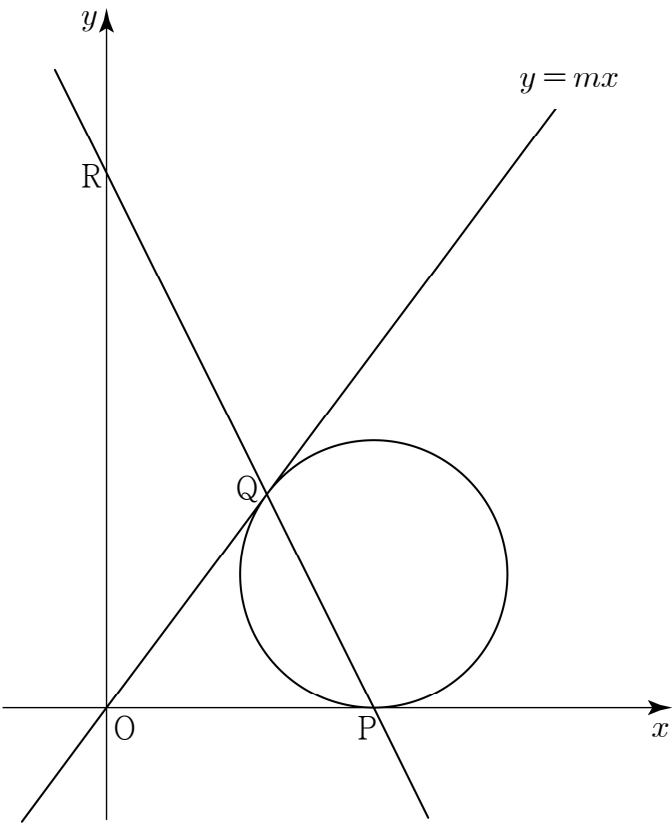
25. 좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3), B(-1, 2t)$ 가 있다. 선분 AB 의 길이를 l 이라 할 때, 실수 t 에 대하여 l^2 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. x 에 대한 사차방정식

$$x^4 + (2a + 1)x^3 + (3a + 2)x^2 + (a + 2)x = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 x 축과 직선 $l : y = mx \ (m > 0)$ 에 동시에 접하는 반지름의 길이가 2인 원이 있다. x 축과 원이 만나는 점을 P, 직선 l 과 원이 만나는 점을 Q, 두 점 P, Q를 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 ROP의 넓이가 16일 때, $60m$ 의 값을 구하시오. (단, 원의 중심은 제1사분면 위에 있고, O는 원점이다.) [4점]



29. 두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 서로 다른 두 근은 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 + 3ax + 3b = 0$ 의 서로 다른 두 근은 $\alpha + 2, \beta + 2$ 이다. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

(가) $\alpha^n + \beta^n > 0$

(나) $\alpha^n + \beta^n = \alpha^{n+1} + \beta^{n+1}$

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 일치한다. 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 서로 다른 두 실근 α, β ($\alpha < \beta$)를 갖고, 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < \alpha \text{ 또는 } x > \beta) \\ g(x) & (\alpha \leq x \leq \beta) \end{cases}$$

일 때, 함수 $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $h(x) = h(\beta)$ 는 서로 다른 세 실근을 갖고, 세 실근의 합은 -4 이다.
 (나) 함수 $y = h(x)$ 의 그래프 위의 점 중에서 y 좌표가 음의 정수인 점의 개수는 15이다.

$h(2) + h(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.