VI-1 순열 P.51-55

1-A 1. 9 2. 12 3. 5

1-B 1. 48 2. 12 3. 9

2-A 1. 18 2. 30 3. 9

2-B 1. (1) 360 (2) 12 2. (1) 6 (2) 3 3. 353

3-A 1. (1) 120 (2) 1 2. (1) 4 (2) 0 3. 3

3-B 1. (1) 120 (2) 20 2. 240 3. 9

4-A 1. 5 2. 12 3. 48

4-A 1. 120 2. 72 3. 18 4. 60

VI-1 순열 P.55-58

1. ③	2. ①	3. ④	4. ③	5. ②
6. ②	7. ⑤	8. 20	9. 396	10. ④
11. 17	12. ⑤	13. 64		

1 A보다 B가 본사로부터 거리가 먼 지사에 발령이 나야하므로 다음과 같이 경우를 나누어 생각한다. (i) A가 '가'지사에 발령나는 경우

'나'지사에 나머지 사람을 발령하는 경우의 수는

$3\times3\times2\times1=18$

(ii) A가 '나'지사에 발령나는 경우

'가'지사에 나머지 사람을 발령하는 경우의 수는

$3\times3\times2\times1=18$

(iii) A가 '가', '나'지사 이외의 곳에 발령나는 경우

'가', '나'지사에 나머지 사람을 발령하는 경우의 수는 ${}_3P_2$이고 나머지의 곳에 A, B를 포함하여 세 명을 발령하는 경우의 수는 3가지뿐이므로 구하는 경우의 수는

${}_3P_2\times3=18$

이상에서 구하는 모든 경우의 수는

$18+18+18=54$

2 5가지의 색 중 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$

3 ∧○○∧○○∧○○∧○○∧○○∧○○∧

우선 남학생 12명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$12!$

남학생 2명씩 묶어서 그 사이에 여학생 2명을 세우는 경우의 수는 ${}_7P_2=7\times6=42$

따라서 경우의 수는 $42\times12!$

이므로 $N=42$

4 첫날 2팀, 둘째 날 3팀 공연하는 경우의 수 : 5!

첫날 3팀, 둘째 날 2팀 공연하는 경우의 수 : 5!

$5!+5!=240$

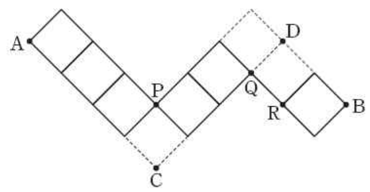
5 (1) $f(1)+f(2)=4$ 일 때 $f(1)$와 $f(2)$의 순서쌍은 $(1,3),(2,2),(3,1)$ 3가지.

(2) $f(1)+f(2)=8$ 일 때 $f(1)$와 $f(2)$의 순서쌍은 $(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)$ 5가지.

(3) $f(1)+f(2)=12$일 때 $f(1)$와 $f(2)$의 순서쌍은 $(6,6)$ 1가지

따라서 총 $3+5+1=9$ 가지.

6 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고 D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는 다음 그림과 같이 P, Q, R 지점을 거쳐 가는 경우의 수와 같다.



A → P로 가는 경우의 수는 $\dfrac{4!}{3!}=4$

P → Q로 가는 경우의 수는 $\dfrac{3!}{2!}=3$

Q → R로 가는 경우의 수는 1

R → B로 가는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times3\times1\times2=24$

7 아버지와 어머니가 홀수 번호 의자에 앉는 경우의 수 : ${}_3P_2 = 6$

나머지 3자리에 할머니와 아들과 딸이 앉는 경우의 수 : $3! = 6$가지.

총 : $6 \times 6 = 36$가지

8 (i) 꽃병 A에 장미를 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 6이다.

(ii) 꽃병 A에 카네이션을 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 장미가 a송이, 백합이 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$, $(7, 2)$, $(8, 1)$의 8이다.

(iii) 꽃병 A에 백합을 꽂은 경우

꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이 중 카네이션이 a송이, 장미가 b송이라 하면 (a, b)로 가능한 경우의 수는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 6이다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$6 + 8 + 6 = 20$

9 각 분단에는 같은 학급 학생이 3명 올 수 없으므로 1분단에는 A학급 학생이 2명 또는 1명이 배정된다.

1분단에 A학급 학생 2명이 배정되는 경우를 먼저 생각하자. (단, 빈 좌석에는 B학급 학생을 배정한다.)

(i) 첫째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

C	
A	C
	A
A	

(1)

	C
A	
C	A
A	

(2)

	C
A	
	A
A	C

(3)

(ii) 둘째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
	C
A	
C	A

(4)

A	C
C	
	A
A	

(5)

A	
	C
C	A
A	

(6)

(iii) 셋째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
C	A
	C
A	

(7)

A	
	A
C	
A	C

(8)

C	A
A	
	C
A	

(9)

(iv) 넷째 줄에 A 학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
C	A
A	
	C

(10)

A	
	A
A	C
C	

(11)

A	C
	A
A	
	C

(12)

(3)과 (12)의 경우 C 학급 학생이 같은 분단에 배정되어 학급 번호가 작은 학생이 항상 앞줄에 앉기 때문에 C 학급 학생이 배정되는 방법의 수는 1이다.

(1), (2), (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10), (11)의 경우 C 학급 학생이 서로 다른 분단에 배정되는 방법의 수는 2이다.

그러므로 C 학급 학생이 배정되는 모든 방법의 수는 $1 \times 2 + 2 \times 10 = 22$

A학급 학생이 배정되는 방법의 수는 3

B학급 학생이 배정되는 방법의 수는 3

1분단에 A 학급 학생 2명이 배정되는 경우 학생이 배정되는 방법의 수는 $22 \times 3 \times 3$

1분단에 A 학급 학생이 1명 배정되는 경우는 2분단에 A 학급 학생이 2명 배정되는 경우와 같으므로 위에서 구한 1분단에 A 학급 학생이 2명 배정되는 방법의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는

$22 \times 3 \times 3 \times 2 = 396$

10 A와 B의 중간 지점을 C라 하자.

C→B로 가는 최단 거리도 마찬가지이다.

A→C로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!\,2!} = 6$$

C→B로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!\,2!} = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

11 각 자리의 숫자의 합이 5인 다섯 자리 자연수 중에서 0을 한 개도 사용하지 않고 만든 숫자는 11111 한 가지 뿐이다. 0을 한 개 사용하여 만든 숫자는 0, 1, 1, 1, 2로 이루어져 있으므로

(i) 맨 앞자리에 1이 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 1, 2를 배열하는 방법의 수는

$\dfrac{4!}{2!}=12$(가지)

(ii) 맨 앞자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 1, 1을 배열하는 방법의 수는

$\dfrac{4!}{3!}=4$(가지)

따라서 모든 자연수의 개수는 $1+12+4=17$

12 1을 네 번 이상 사용하면 반드시 1끼리 서로 이웃하게 되므로 1은 세 번 이하로 사용된다.

(i) 1이 사용되지 않는 경우 $2^4=16$

(ii) 1이 한 번 사용되는 경우

1로 시작되는 경우의 수는 $2^4=16$

2로 시작되는 경우의 수는 $4\times 2^3=32$

(iii) 1이 두 번 사용되는 경우

1로 시작되는 경우의 수는 $3\times 2^3=24$

2로 시작되는 경우의 수는 $3\times 2^2=12$

(iv) 1이 세 번 사용되는 경우

첫 번째, 세 번째, 다섯 번째에는 반드시 1이 사용되므로 $2^2=4$

따라서 조건을 만족시키는 자연수의 개수는 104이다.

13 함수 f가 집합 $X=\{-3,-2,-1,1,2,3\}$에 대하여 X에서 X로의 함수라고 하자.

$|f(x)+f(-x)|=1$

$\Leftrightarrow f(x)+f(-x)=1$ 또는

$f(x)+f(-x)=-1$

이므로 $x>0$ 인 X의 원소 x에 대하여 다음이 성립한다.

(i) $f(x)=1$일 때, $f(-x)=-2$

(ii) $f(x)=2$일 때

$f(-x)=-3$ 또는 $f(-x)=-1$

(iii) $f(x)=3$일 때, $f(-x)=-2$

따라서 $f(1)$과 $f(-1)$을 대응시키는 경우의 수는 4이고, $f(2)$와 $f(-2)$를 대응시키는 경우의 수와 $f(3)$와 $f(-3)$을 대응시키는 경우의 수는 각각 4이므로 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$의 개수는 $4\times 4\times 4=64$