

수 리 영 역

제 2 교시

II. 식의 계산 - ③

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

[2점-1003-교육청(1학년)]

1. $x = \sqrt{2}$ 일 때, $2(x+1)^2 + (2-x)^2$ 의 값은?

- ① 12 ② 10 ③ 8
④ 6 ⑤ 4

[2점-1005-D(1학년)]

2. $\frac{499^2 - 1}{3000}$ 의 값은?

- ① 81 ② 82 ③ 83
④ 84 ⑤ 85

[2009년 03월 서울교(고1)]

3. $x = 5\sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{5}$ 일 때, $(2x+y)(2x-y)$ 의 값은? [2점]

- ① 100 ② 120 ③ 140
④ 160 ⑤ 180

[2009년 03월 서울교(고1)]

4. 서로 다른 두 자연수 m , n 이 등식

$(2m-3n)^2 = (m-2n)^2 + (m-n)^2$ 을 만족시킬 때,
옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $m = 4$ 이면 $n = 2$ 이다.
ㄴ. n 은 짝수이다.
ㄷ. $m+n$ 은 3의 배수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

[예상]

5. 둘레의 길이가 같은 정삼각형과 정사각형이 있다. 이 정사각형의 넓이는 정삼각형의 넓이의 몇 배인지 구하여라.

(단, 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이다.)

[예상]

6. $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ 일 때,

$\sqrt{f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(99)}$ 의 값을 구하여라.

[예상]

7. $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}$ 일 때, $x^2 - x = 4$ 이다.

이 때, a 의 값을 구하여라.

수 리 영 역

정답 및 해설

1. 정답 ①

[출제의도] 다항식의 곱셈을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{aligned} 2(x+1)^2 + (2-x)^2 &= 2(x^2+2x+1) + (4-4x+x^2) \\ &= 2x^2+4x+2+4-4x+x^2 \\ &= 3x^2+6 \\ &= 3 \times (\sqrt{2})^2 + 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

[다른 풀이]

$$\begin{aligned} 2(x+1)^2 + (2-x)^2 &= 2(\sqrt{2}+1)^2 + (2-\sqrt{2})^2 \\ &= 2(2+2\sqrt{2}+1) + (4-4\sqrt{2}+2) \\ &= 4+4\sqrt{2}+2+4-4\sqrt{2}+2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

2. 정답 ③

$$499^2 - 1 = (499-1)(499+1) \text{이므로}$$

$$\frac{499^2 - 1}{3000} = \frac{498 \cdot 500}{3000} = 83$$

3. 정답 ⑤

$$\begin{aligned} (2x+y)(2x-y) &= (2x)^2 - y^2 \\ &= 4x^2 - y^2 \\ &= 4 \times (5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 \\ &= 4 \times 50 - 20 = 180 \end{aligned}$$

4. 정답 ⑤

$$\begin{aligned} (2m-3n)^2 &= (m-2n)^2 + (m-n)^2 \text{을 전개하여 정리하면} \\ 2m^2 - 6mn + 4n^2 &= 0, \quad m^2 - 3mn + 2n^2 = 0 \\ (m-n)(m-2n) &= 0 \\ m \neq n \text{이므로 } m-2n &= 0 \\ \therefore m &= 2n \end{aligned}$$

ㄱ. $m=4$ 이면 $2n=4$ 에서 $n=2$ 이다. (참)

ㄴ. $m=2, n=1$ 을 등식 $m=2n$ 에 대입하면 성립하므로 n 이 홀수일 때도 성립한다. (거짓)

ㄷ. $m+n=2n+n=3n$ 이므로 $m+n$ 은 3의 배수이다. (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

5. 22. 둘레의 길이를 $12x$ 라 하면 정삼각형의 한 변의 길이는 $4x$, 정사각형의 한 변의 길이는 $3x$ 이다.

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 4x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4x = 4\sqrt{3}x^2$$

$$\text{정사각형의 넓이는 } 3x \times 3x = 9x^2 \text{이므로 } \frac{9x^2}{4\sqrt{3}x^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

따라서, 정사각형의 넓이는 정삼각형의 넓이의 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배이다.

6. 정답 $\frac{3\sqrt{11}}{10}$

$$f(1) = \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$f(2) = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$f(3) = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

⋮

$$f(99) = \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\sqrt{f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(99)}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{99}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$$

7. 정답 4

$$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} \text{에서}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } x^2 = a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x &= (a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}) - \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}} \\ &= a \end{aligned}$$

$$\therefore a = 4$$