

수 리 영 역

제 2 교시

III. 이차방정식, 이차함수 - ③

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

[2009년 03월 D (고1)]

1. k 가 20 보다 작은 자연수일

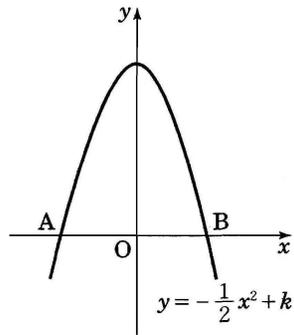
때, 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + k$

의 그래프가 x 축과 만나는 점을

A, B 라 하자. 이때 두 교점

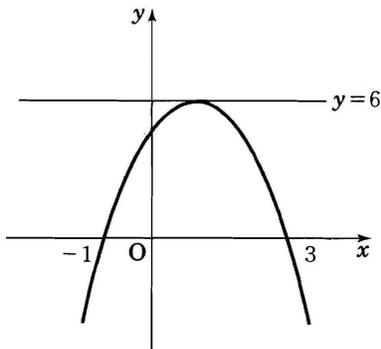
A, B 사이의 거리가 자연수가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을

구하시오. [4점]



[2009년 03월 D (고1)]

2. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-1, 0), (3, 0)$ 에서 만나고, 함수 $y = 6$ 의 그래프와 접한다.



이때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -3 ③ -2
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 6

[2009년 03월 서울교(고1)]

3. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. 상수 m 의 값을 구하시오. [3점]

[예상]

4. 두 이차함수 $f(x) = x^2 + x + 1, g(x) = x^2 - x + 1$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있음을 이용하여

$\frac{f(1)f(2)f(3)\cdots f(100)}{g(1)g(2)g(3)\cdots g(100)}$ 의 값을 구하여라.

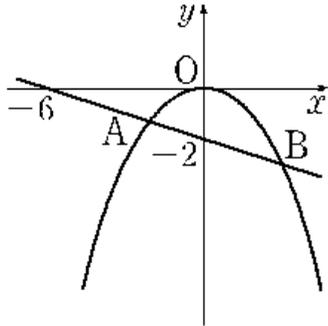
[2009년 03월 D (고1)]

5. 어느 꽃집에서 장미 한 송이의 가격을 1000 원으로 하면 하루에 200 송이가 팔린다고 한다. 장미 한 송이의 가격을 $10x$ 원 올리면 하루 판매량이 x 송이 줄어든다고 한다. 이 꽃집에서 하루 판매금액이 최대일 때의 장미 한 송이의 가격은? [4점]

- ① 1200 원 ② 1300 원
③ 1400 원 ④ 1500 원
⑤ 1600 원

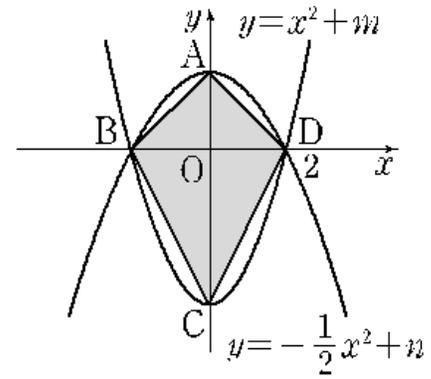
[예상]

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 과 두 점 $(-6, 0)$, $(0, -2)$ 를 지나는 직선이 두 점 A, B에서 만나고 있다. 원점을 지나 는 직선 $y = kx$ 가 선분 AB와 교점을 갖지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.



[예상]

7. 두 이차함수 $y = x^2 + m$ 과 $y = -\frac{1}{2}x^2 + n$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



정답 및 해설

1. 정답 28

$y = -\frac{1}{2}x^2 + k$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2 + k = 0, \quad \frac{1}{2}x^2 = k, \quad x^2 = 2k$$

$x = \pm\sqrt{2k}$ 이므로 $A(-\sqrt{2k}, 0), B(\sqrt{2k}, 0)$

A, B 사이의 거리가 자연수가 되어야 하므로 $2k$ 는 완전제곱수이다.

$k < 20$ 이므로 $k = 2, 8, 18$

따라서 구하는 k 의 값의 합은 28이다.

2. 정답 ①

$$y = a(x+1)(x-3) = a(x^2 - 2x - 3) = a(x-1)^2 - 4a$$

그림에서 꼭짓점의 y 좌표는 6 이므로

$$-4a = 6 \quad \therefore a = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}(x-1)^2 + 6$$

$$\therefore apq = -\frac{3}{2} \times 1 \times 6 = -9$$

3. 정답 11

이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은

$$y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 3$$

점 $(3, m)$ 이 위 그래프 위의 점이므로

$$\therefore m = \frac{1}{2} \times (3+1)^2 + 3 = 11$$

$$4. f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}, \quad g(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$f(x)$ 는 $g(x)$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $f(x) = g(x+1)$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{f(1)f(2)f(3)\cdots f(100)}{g(1)g(2)g(3)\cdots g(100)} \\ &= \frac{g(2)g(3)g(4)\cdots g(101)}{g(1)g(2)g(3)\cdots g(100)} \\ &= \frac{g(101)}{g(1)} = \frac{101^2 - 101 + 1}{1 - 1 + 1} = 10101 \end{aligned}$$

5. 정답 ④

$10x$ 원 올릴 때 가격은 $(1000 + 10x)$ 원이고 줄어든 하루 판매량

은 $(200 - x)$ 송이이므로 하루 판매금액을 y 원이라 하면

$$\begin{aligned} y &= (1000 + 10x)(200 - x) = -10x^2 + 1000x + 200000 \\ &= -10(x-50)^2 + 225000 \end{aligned}$$

즉, $x = 50$ 일 때 하루 판매금액이 최대가 된다.

따라서 구하는 가격은 $1000 + (10 \times 50) = 1500$ (원)

6. x 절편이 -6 , y 절편이 -2 인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{-2} = 1 \text{ 이므로 } y = -\frac{1}{3}x - 2$$

$$-\frac{1}{3}x^2 = -\frac{1}{3}x - 2 \text{ 에서 } x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore A\left(-2, -\frac{4}{3}\right), B(3, -3)$$

직선 $y = kx$ 가 점 A, B를 지날 때의 k 의 값은 각각

$$k = \frac{2}{3}, k = -1 \text{ 이므로 선분 } \overline{AB} \text{와 공유점을 갖지 않}$$

으려면 $-1 < k < \frac{2}{3}$

7. 두 이차함수의 그래프가 모두 점 $(2, 0)$ 을 지나므로 주어

진 식에 $x = 2, y = 0$ 을 각각 대입하면

$$0 = 4 + m \quad \therefore m = -4$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 2^2 + n \quad \therefore n = 2$$

따라서, 점 A의 좌표는 $(0, 2)$, 점 C의 좌표는

$(0, -4)$ 이다.

이 때, 점 B는 점 D와 y 축에 대하여 대칭이므로

$B(-2, 0)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 12 \end{aligned}$$