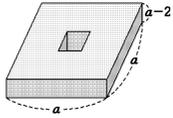


1 다항식의 연산

서술형 연습장

1. 그림과 같이 밑면의 가로, 세로의 길이가 모두 a 이고 높이가 $a-2$ 인 직육면체 모양의 나무토막에 정육면체 모양의 구멍을 뚫었다. 이 구멍 뚫린 나무토막의 부피를 a 에 대한 식으로 나타내어라. (단, $a > 2$)



2. 두 다항식 A, B 에 대하여
 $A+B = -x^2+3xy-4y^2$
 $3B-2A = 7x^2-xy-2y^2$
 일 때, $X-2A=B$ 를 만족시키는 다항식 X 를 구하여라.

3. 다항식 $(x^3+x^2+x+2)(x^3+x^2+x-2)$ 를 전개하여라.

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $3x+2$ 이고 나머지가 2일 때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하여라.

고난도 문항

5. $a+b+c = -4$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -1$, $a^2+b^2+c^2 = 24$ 일 때,

$(\frac{1}{a})^2 + (\frac{1}{b})^2 + (\frac{1}{c})^2$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

6. $a+b=1$, $ab=-1$, $x+y=-3$, $xy=1$ 이고
 $m = ax+by$, $n = bx+ay$
 라 할 때, m^3+n^3 의 값을 구하여라.

7. $\frac{(2017 + \sqrt{2018})^3 + (2017 - \sqrt{2018})^3}{2017}$ 의 값을 N 이라 할 때,

자연수 N 의 일의 자리의 수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

2 나머지정리

서술형 연습장

1. 삼차 다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (㉠) $f(x)+8$ 은 $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어진다.
- (㉡) $1-f(x)$ 는 x^2-1 로 나누어떨어진다.

$f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

2. 다항식 $x^{20}+x^{10}+x^5+1$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 8이고, 다항식 $f(x-2)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $ax+2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

4. 다항식 $f(x)$ 를 x^2-x+1 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $4x+2$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다. $f(x)$ 를 x^3+1 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

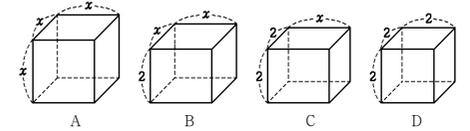
고난도 문항

5. 모든 실수 x 에 대하여 등식
 $(2x^2-3x-1)^3 = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + \dots + a_1x + a_0$
 이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+a_6$ 의 값은?
 (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$ 은 상수이다.)

- ① 16 ② 20 ③ 24
- ④ 28 ⑤ 32

6. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고, $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x-5$ 이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

7. 부피가 서로 다른 네 종류의 직육면체 A, B, C, D의 가로, 세로, 높이는 다음과 같다.



이 직육면체 A 1개, B 12개, C p 개, D q 개의 부피의 합은 x 의 값에 관계없이 항상 한 모서리의 길이가 $x+k$ 인 정육면체의 부피와 같다고 한다. $k+p+q$ 의 값은?

(단, p, q, k 는 자연수이다.)

- ① 120 ② 140 ③ 160
- ④ 180 ⑤ 200

3 인수분해

서술형 연습장

1. 다항식 $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x + a$ 가 $(x-1)f(x)$ 로 인수분해될 때, $f(x)$ 를 인수분해하여라. (단, a 는 상수이다.)

2. 다항식의 인수분해를 이용하여 $\sqrt{30 \times 32 \times 34 \times 36 + 16}$ 의 값을 구하여라.

3. 다음 식을 인수분해하여라.
 $(b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + b^2c + bc^2$

4. 두 다항식 $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $x^3 + 3x + a$ 가 모두 일차식 $x+b$ 를 인수로 가질 때, 두 정수 a, b 의 값을 구하여라.

고난도 문항

5. 다항식 $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 12x + 35) + k$ 가 x 에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해되도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

6. 다항식 $2x^3 + ax^2 + (2a+4)x + 24$ 가 계수가 모두 정수인 세 일차식의 곱으로 인수분해되도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

7. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

- (㉠) $(a-b)c^2 + (2a^2 - ab - b^2)c + a^3 - ab^2 = 0$
- (㉡) $4a + 2b = 5c$
- (㉢) 삼각형 ABC의 넓이는 48이다.

삼각형 ABC의 둘레의 길이는?
① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

대단원 종합 문제

Level 1

1. 두 다항식 $A = x^2 - 3x + 2$, $B = -x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A * B = 2A - B$, $A \star B = A - 2B$ 로 정의할 때, $(A \star B) * A$ 를 간단히 하여라.

2. 실수 x, y 에 대하여 $x + y = 3$, $x^2 + xy + y^2 = 10$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은?
① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

3. $a^3 = 10$ 일 때,
 $(a-2)(a+2)(a^2-2a+4)(a^2+2a+4)$ 의 값을 구하여라.

4. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $x^3 + ax^2 + 3x + 1 = (x^2 - 1)P(x) + bx$ 를 만족시키는 다항식 $P(x)$ 에 대하여 $P(a+b)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 4이고, $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 3이다. $xf(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?
① 33 ② 36 ③ 39
④ 42 ⑤ 45

6. $9x^2 + px^2 + qy^4$ 이 $27x^3 + 64x^6$ 의 인수일 때, $p+q$ 의 값은?
(단, p, q 는 정수이다.)
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

7. 다항식 $(x-7)^3 + 6(x-7)^2 + 12(x-7) + 8$ 을 인수분해하여라.

8. $x^3 + ax^2 - 4a^2x - 4a^3$ 을 인수분해하여라.

Level 2

9. 상수가 아닌 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 있다. $f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- 보기
- ㄱ. $R(x)$ 의 차수는 $g(x)$ 의 차수보다 작다.
 - ㄴ. $f(x)$ 를 $Q(x)$ 로 나누었을 때의 나머지는 $R(x)$ 이다.
 - ㄷ. $f(x) - Q(x)$ 를 $g(x) - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 $R(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지는 5이고, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이다. $P(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(3)$ 의 값을 구하여라.

11. 다항식 $f(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 16이다. $(x-1)^2f(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?
① -4 ② -6 ③ -8
④ -10 ⑤ -12

12. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+1$ 일 때, $xf(x)$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

13. 양의 실수 a, b 에 대하여 $x^3 - ax^2 - bx + 9a$ 는 $x^2 - b$ 로 나누어떨어지고, $x^2 - b$ 는 $x - a$ 로 나누어떨어진다. $a+b$ 의 값은?
① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

14. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (㉠) 모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = g(x)(x-2) + 3$ 이다.
- (㉡) 다항식 $f(x)g(x-1)$ 을 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지가 24이다.

$g(x) + x^2$ 을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

15. 다항식 x^3+ax^2+bx-4 가 $(x+1)^2$ 을 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)
 ① -9 ② -7 ③ -5
 ④ -3 ⑤ -1

16. $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{5}$ 일 때, $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$ 의 값은?
 ① $10\sqrt{3}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{3}$
 ④ $20\sqrt{5}$ ⑤ $40\sqrt{3}$

17. 다항식 $3x^3+7x^2-4$ 가 $(x+a)(x+a+1)P(x)$ 로 인수분해될 때, $P(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

Level 3

18. 10보다 작은 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여
 $f(x) = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 라 하자. $f(x)$ 를 $x-9$ 로 나누었을 때의 나머지가 2438일 때, $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

19. 홀수인 모든 자연수 n 에 대하여 다항식 $x^n(x^2+ax+b)$ 를 $(x+2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2^{n+1}(x+2)$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

20. 다음 조건을 만족시키는 다항식 $f(x)$ 중에서 가장 차수가 낮은 다항식을 $g(x)$ 라 하자.

(㉠) $f(x)$ 는 x^2-3x-4 와 x^2+4x+3 으로 모두 나누어떨어진다.
 (㉡) $f(x)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 나머지는 96이다.

- $g(2)$ 의 값은?
 ① -100 ② -80 ③ -60
 ④ -40 ⑤ -20

21. 다항식 $f(x)$ 를 $x^3+3x^2-13x-15$ 로 나누었을 때의 나머지가 x^2+x 일 때, 다항식 $f(x^2)$ 을 x^4-2x^2-3 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. $R(2)$ 의 값은?
 ① 12 ② 15 ③ 16
 ④ 19 ⑤ 22

22. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x), g(x)$ 의 곱이 $x^4+2x^3-7x^2-20x-12$ 이다. 다음 조건을 만족시키는 실수 a 가 존재할 때, $f(-3)+g(-3)$ 의 값을 구하여라.

(㉠) $x-a$ 는 $f(x)g(x)$ 의 인수이다.
 (㉡) $x-a$ 는 $f(x)+g(x)$ 의 인수이다.

23. 어느 직육면체의 각 모서리의 길이는 모든 항의 계수가 정수인 x, y 에 대한 일차식으로 나타내어진다. 이 직육면체의 부피가 $2x^3+(2y+5)x^2+(5y+3)x+3y$ 일 때, 이 직육면체의 면 중에서 넓이가 가장 큰 두 면의 넓이의 합을 나타내는 다항식에서 xy 의 계수는? (단, x 와 y 는 1보다 큰 자연수이다.)
 ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

시술형 문제

24. 삼차 다항식 $P(x)$ 에 대하여 $P(x)-3$ 은 $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어지고, $P(1)=6, P(3)=8$ 일 때, $P(x)$ 를 x 에 대한 내림차순으로 나타내어라.

25. 다항식 $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$ 을 인수분해하여라.

4 복소수와 이차방정식

서술형 연습장

1. $z = \frac{2-i}{1+i}$ 일 때, $2z^3-z+3$ 의 값을 구하여라.
 (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

2. $(1-i)z+i\bar{z}=2-3i$ 를 만족시키는 복소수 z 를 구하여라.
 (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

3. 이차방정식 $x^2-x+k-1=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 최댓값을 M , 이차방정식 $2x^2-x+k+3=0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 정수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, M, m 의 값을 각각 구하여라.

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2-(k^2+2k-3)x+4k-3=0$ 의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 서로 다를 때, 실수 k 의 값을 구하여라.

고난도 문항

5. 복소수 $z = \frac{1-i}{1+i}$ 에 대하여 $f(n) = z^n$ 이라 할 때,
 $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(n) = -1$
 인 150 이하의 자연수 n 의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)
 ① 36 ② 37 ③ 38
 ④ 39 ⑤ 40

6. 0이 아닌 복소수 α 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기
 ㉠. $\alpha^2+\bar{\alpha}^2=0$ 을 만족시키는 복소수 α 는 무수히 많다.
 ㉡. $\alpha\bar{\alpha} = -1$ 을 만족시키는 복소수 α 는 존재하지 않는다.
 ㉢. $\frac{\alpha^2}{\alpha-\alpha} = \bar{\alpha}$ 를 만족시키는 복소수 α 는 무수히 많다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

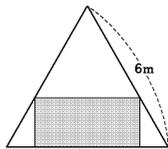
7. 이차방정식 $x^2+3x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 이차식 $f(x)$ 에 대하여 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $|p-q|$ 의 값을 구하여라.

(㉠) $\beta f(\alpha) = 1$
 (㉡) $\alpha f(\beta) = 1$
 (㉢) $f(0) = 1$

5 이차함수와 이차방정식

서술형 연습장

- 실수 x, y 가 $2x + y^2 = 1$ 을 만족시킬 때, $x^2 + 2y^2 - 4x$ 의 최솟값을 구하여라.
- 이차방정식 $x^2 - 2x + 3k + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 2보다 작도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.
- $-3 \leq x \leq 3$ 일 때, 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2kx - 3k$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

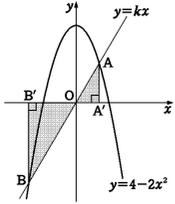


- 그림과 같이 한 변의 길이가 6m인 정삼각형 모양의 천막의 한 면에 직사각형 모양의 출입문을 만들려고 한다. 출입문의 넓이의 최댓값을 구하여라.

고난도 문항

5. 그림과 같이 이차함수 $y = 4 - 2x^2$ 의 그래프가 직선 $y = kx$ 와 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 A' , 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 B' 이라 하자. 두 삼각형 OAA' , OBB' 의 넓이의 비가 1 : 4가 되도록 하는 양수 k 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표가 점 B의 x 좌표보다 크고, O는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



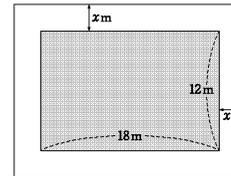
6. 함수 $f(x) = |x^2 - 3x - 4|$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 개수는?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

7. 이차함수 $f(x) = x^2 + 5x + 2$ 와 서로 다른 두 실수 a, b ($a < b$)가 $f(a) = b$, $f(b) = a$ 를 만족시킬 때, 함수 $y = (x-a)(x-b)$ 의 최솟값은?
 ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6 여러 가지 방정식, 부등식

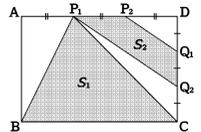
서술형 연습장

- 이차함수 $y = x^2 + 2(a-1)x + a^2 + a$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않고, 이차함수 $y = x^2 + 3ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.
- 삼차방정식 $x^3 + (2a+1)x^2 + ax - a = 0$ 이 중근과 다른 한 실근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.
- 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \geq 2x+a \\ 3x-5 \leq -x+2a-1 \end{cases}$ 의 해가 $x \leq 1$ 일 때, 실수 a 의 값을 모두 구하여라.
- 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 18m, 12m인 직사각형 모양의 공원 바깥으로 폭이 x m인 산책로를 만들려고 한다. 산책로의 넓이가 136m^2 이상 400m^2 이하가 되도록 하는 x 의 값의 범위를 구하여라.



고난도 문항

- x 에 대한 사차방정식 $x^4 - (2a+1)x^2 + a^2 + a - 6 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, $f(-5) + f(-3) + f(-1) + f(2) + f(4) + f(6)$ 의 값을 구하여라.
- $-5 \leq m \leq 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - (2m+4)x - m = 0$ 이 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 실근을 갖도록 하는 정수 m 의 개수는?
 ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10
- 변 AD의 길이가 변 AB의 길이보다 6만큼 긴 직사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 변 AD를 삼등분한 점들 중 A에 가까운 점을 P_1 , D에 가까운 점을 P_2 라 하고, 변 DC를 삼등분한 점들 중 D에 가까운 점을 Q_1 , C에 가까운 점을 Q_2 라 하자. 삼각형 BCP_1 의 넓이 S_1 , 사각형 $P_1Q_2Q_1P_2$ 의 넓이 S_2 에 대하여 $9 \leq S_1 - S_2 \leq 24$ 를 만족시킬 때, 변 AB의 길이의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



대단원 종합 문제

Level 1

1. 등식 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 4+3i$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

2. 이차방정식 $x^2 + 2(2-m)x + 3m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

3. 이차방정식 $x^2 - (k-3)x + k - 2 = 0$ 의 두 근의 부호가 서로 다르도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - mx + m + 2 = 0$ 의 한 근이 다른 근의 2배가 되도록 하는 모든 상수 m 의 값의 합은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=5 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 최솟값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

6. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

Level 2

7. $z = (x+i)(x-3i) + (x^2+4xi)i$ 가 음의 실수가 되도록 하는 실수 x 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

8. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{4n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

9. 복소수 $z = 1 + \sqrt{3}i$ 에 대하여 $x^3 + 4x^2 - 8x + 16$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① -2 ② -4 ③ -6
- ④ -8 ⑤ -10

10. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

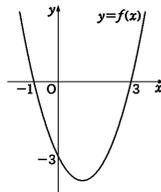
$\alpha^3 - 4\alpha^2 + \beta(\alpha+3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a^2 - 3a - 18)x - a + 3 = 0$ 의 두 실근은 절댓값은 같고 부호가 서로 다르다. 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 합을 구하여라.



13. 이차함수 $y = x^2 - x + 3$ 의 그래프와 직선 $y = kx - 1$ 이 점 (a, b) 에서 접할 때, 양수 k 에 대하여 $k+ab$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

14. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때,

$a + 2\omega + 3\omega^2 + 4\omega^3 + 5\omega^4 = a + b\omega$ 를 만족시킨다. 두 실수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

15. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + 1$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < 3$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

Level 3

16. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2kx + 3 - k$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 항상 $f(x) \leq 0$ 을 만족시키는 상수 k 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y = f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

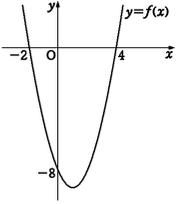
- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$
- (나) 이차방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $0 \leq x \leq 4$ 에서 $y = f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최솟값을, $x=4$ 일 때 최댓값을 갖는다.
- ㄴ. 이차부등식 $f(x) < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때 $\alpha + \beta = 2$ 이다.
- ㄷ. 이차방정식 $f(x-2) = 0$ 의 두 근의 합은 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같이 세 점 $(-2, 0), (4, 0), (0, -8)$ 을 지난다. 방정식



$f(|x|) + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$ 라 할 때, $g(6) + g(7) + g(8) + g(9) + g(10)$ 의 값을 구하여라.

19. 다음 연립방정식을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은?

$$\begin{cases} x+y+xy = -5 \\ x^2+y^2-(x+y) = 12 \end{cases}$$

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

20. 다음 중 부등식 $|x-1| + 2|x+3| < 10$ 과 같은 해를 갖는 이차부등식은?

- ① $3x^2 + 10x - 15 < 0$ ② $3x^2 - 10x - 25 < 0$
- ③ $3x^2 + 10x - 15 > 0$ ④ $3x^2 - 10x - 25 > 0$
- ⑤ $3x^2 + 10x - 25 < 0$

서술형 문제

21. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - (a+3)x^2 + 4ax - a^2 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하여라.

22. x 에 대한 이차부등식 $f(x) < 0$ 의 해가 $-3 < x < 3$ 일 때, 부등식 $f(6-x) \geq 0$ 의 해를 구하여라.

7 평면좌표, 직선의 방정식

서술형 연습장

1. 세 직선 $2x - y + 6 = 0$, $x + y - 3 = 0$, $ax + y + 1 = 0$ 로 둘러싸인 삼각형이 존재하지 않도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합을 구하여라.

2. 세 점 $A(1, 2)$, $B(4, 8)$, $C(7, 5)$ 와 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, 점 P 의 좌표를 구하여라.

3. 직선 $ax + 3y + 3 = 0$ 이 직선 $(b - 2)x - 3y + 5 = 0$ 과 평행하고, 직선 $bx + 2y + 1 = 0$ 에 수직일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a^3 + b^3$ 의 값을 구하여라.

4. 두 직선 $3x - 4y - 2 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구하여라.

고난도 문항

5. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(3, 4)$ 와 직선 AB 위의 점 P 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 4배가 되도록 하는 점 P 를 각각 P_1 , P_2 라 할 때, 두 점 P_1 , P_2 사이의 거리는? (단, O 는 원점이다.)

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{10\sqrt{2}}{3}$
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{14\sqrt{2}}{3}$

6. 두 점 $A(2, 3)$, $B(4, 7)$ 과 y 축 위의 점 P 에 대하여 $|\overline{AP} - \overline{BP}|$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 의 좌표를 구하여라.

7. 네 점 $A(2, 4)$, $B(3, 3)$, $C(2, -1)$, $D(1, 2)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P 에 대하여 선분 AP 의 길이는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8 원의 방정식

서술형 연습장

1. 다음 조건을 만족시키는 원의 방정식을 구하여라.

- (㉠) 중심이 제2사분면 위에 있고 반지름의 길이가 2이다.
- (㉡) 점 $(0, 3)$ 에서 y 축에 접한다.

2. 원점 O 와 원 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ 위의 점 P 에 대하여 선분 OP 의 길이의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

3. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 두 점 $(2, 1)$, $(-2, 1)$ 에서의 두 접선과 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

4. 점 $P(3, a)$ 에서 원 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ 에 그른 접선의 접점을 Q 라 하자. $PQ = \sqrt{13}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

고난도 문항

5. 중심이 원 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 32$ 위에 있고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 모든 원의 넓이의 합은?

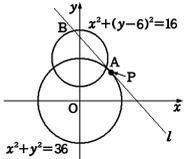
- ① 48π ② 56π ③ 64π
- ④ 72π ⑤ 80π

6. 직선 $y = -x + k$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 정수 k 의 개수는? (단, $k \neq 0$)

- (㉠) 원 $x^2 + y^2 = 16$ 과 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (㉡) 원 $(x - 4)^2 + y^2 = k^2$ 과 만나지 않는다.

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

7. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위의 제1사분면 위에 있는 점 P 에서의 접선 l 이 원 $x^2 + (y - 6)^2 = 16$ 과 두 점 A , B 에서 만난다. $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?



- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{7}}{2}$
- ④ $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

9 도형의 이동

서술형 연습장

1. 원 $x^2 + 4x + y^2 = 5$ 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 원이 x 축과 만나서 생기는 선분의 길이를 구하여라.

2. 점 A(1, -2)를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 B라 하고, 점 B를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시킨 점을 C라 하자. 두 점 A, C가 x 축에 대하여 대칭일 때, 두 상수 a, b 의 값을 구하여라.

3. 점 (3, 4)를 지나는 직선을 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시키면 점 (0, -2)를 지난다고 한다. 처음 직선의 기울기를 구하여라.

4. 좌표평면 위에 두 점 A(-8, 4), B(16, 8)이 있다. x 축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

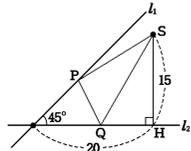
고난도 문항

5. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 A_n 과 점 B_n 을 다음과 같이 정하자.

- (가) $A_1(1, 0)$
- (나) 점 B_n 은 점 A_n 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점이다.
- (다) n 이 홀수일 때 점 A_{n+1} 은 점 B_n 을 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이고, n 이 짝수일 때 점 A_{n+1} 은 점 B_n 을 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이다.

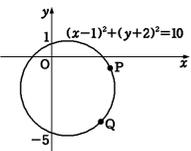
$\overline{A_{10}B_{20}}$ 의 값을 구하여라.

6. 그림과 같이 점 O를 지나는 두 직선 l_1, l_2 가 이루는 각의 크기가 45° 이다. 점 S에서 직선 l_2 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{SH} = 15$, $\overline{OH} = 20$ 이다. 직선 l_1 위의 한 점 P와 직선 l_2 위의 한 점 Q에 대하여 $\overline{SP} + \overline{PQ} + \overline{QS}$ 의 최솟값은 m 이고, 그때의 선분 OQ의 길이는 a 이다. $\frac{m}{a}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\frac{7\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{2}}{5}$

7. 원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$ 위를 움직이는 두 점 P, Q에 대하여 점 P를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 P', 점 Q를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q'라 하자. 선분 P'Q'의 길이의 최댓값은?



- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$
- ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

대단원 종합 문제

Level 1

1. 평행사변형 ABCD에서 A(4, 1), B(1, -2), C(-2, 3)일 때, 선분 BD의 길이는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

2. 세 점 A(1, 1), B(4, 5), C(2, 3)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선의 x 절편은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

3. 두 점 A(4, 3), B(2, -3)에 대하여 선분 AB의 수직이등분선이 점 $(-1, a)$ 를 지날 때, a 의 값은?

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 2

4. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 과 직선 $y = x + 2$ 가 두 점 A, B에서 만나고, 두 점 A, B 사이의 거리가 $2\sqrt{2}$ 일 때, 양수 r 의 값을 구하여라.

5. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이며 제2사분면을 지나는 직선을 l 이라 하자. 원 $x^2 + (y-a)^2 = 4$ 가 직선 l 에 접할 때, 상수 a 의 값은? (단, $a \neq 0$)

- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$
- ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

6. 점 A(2, 3)을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 다음, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 B라 할 때, 직선 AB의 기울기를 구하여라.

7. 점 (x, y) 를 점 $(x+2, y-3)$ 으로 이동시키는 평행이동에 의하여 직선 l 이 직선 $y = 2x + 1$ 로 옮겨질 때, 직선 l 의 y 절편은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

Level 2

8. 임의의 실수 x 에 대하여 $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$ 의 최솟값은?

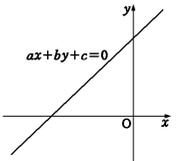
- ① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$
- ④ $\sqrt{34}$ ⑤ $\sqrt{35}$

9. 점 A(2, 4)와 직선 $x + y + 3 = 0$ 위의 점 P에 대하여 선분 AP를 2:1로 내분하는 점들이 그리는 도형의 방정식을 구하여라.

10. 직선 $(k-1)x + (5-k)y + 2k + 1 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 한 점 P(a, b)를 지날 때, $a + b$ 의 값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -4 ③ $-\frac{9}{2}$
- ④ -5 ⑤ $-\frac{11}{2}$

11. 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $bx - cy + a = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)



12. 직선 $3x + 2y - 6 = 0$ 이 x 축, y 축과 만나는 두 점 A, B와 점 C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이는?

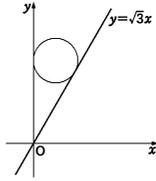
- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

13. 원 $x^2 + y^2 + 2ax - 4y + 4 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$ 의 둘레를 이등분할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

14. 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$ 위의 점 P(a, b)에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 구하여라.

15. 그림과 같이 좌표평면 위에서 중심이 제1사분면 위에 있고, 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원이 y 축과 직선 $y = \sqrt{3}x$ 에 동시에 접한다. 이 원의 중심의 y 좌표는?



- ① $2 + \sqrt{3}$
- ② $1 + 2\sqrt{3}$
- ③ $2 + 2\sqrt{3}$
- ④ $3 + 2\sqrt{3}$
- ⑤ $2 + 3\sqrt{3}$

16. 곡선 $y = 2x^2 - 4x - 3$ 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 다음 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 곡선 $y = -2x^2 - 8x + 1$ 과 일치한다. 이 평행이동에 의하여 곡선 $y = x^2$ 으로 옮겨지는 도형의 방정식을 구하여라.

17. 직선 $2x - y + a = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 후 다시 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰더니 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 의 넓이를 이등분하였다. 상수 a 의 값을 구하여라.

Level 3

18. 두 점 A(2, -1), B(8, 5)에 대하여 선분 AB를 $t : (1-2t) \left(0 < t < \frac{1}{2} \right)$ 로 내분하는 점이 제1사분면에 속할 때,

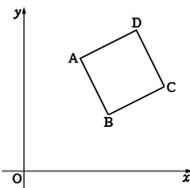
t 의 값의 범위는 $\alpha < t < \beta$ 이다. 상수 α, β 에 대하여 $\frac{1}{\alpha\beta}$ 의 값은?

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

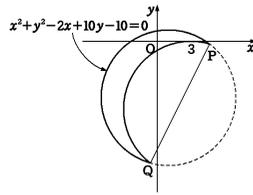
19. 세 직선 $2x - y - 5 = 0, x - y + 5 = 0, y = mx$ 가 한 평면을 6개의 영역으로 나눈다고 한다. 모든 실수 m 의 값의 곱은?

- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형 ABCD가 있다. 두 점 A, B의 좌표가 A(2, 4), B(3, 2)일 때, 원점과 직선 BD 사이의 거리를 구하여라. (단, 점 D의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)



21. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 10y - 10 = 0$ 과 합동인 원 모양의 종이 표평면 위에 이 원과 겹쳐 있다. 그림과 같이 이 원 위의 두 점 P, Q를 지나는 직선을 접는 선으로 하여 원 모양의 종이를 접었다면 접힌 부분이 점 (3, 0)에서 x 축에 접하였다. 선분 PQ의 길이를 구하여라. (단, 종이의 두께는 무시한다.)



22. 점 P(1, 3)에서 원 $x^2 + y^2 = 6$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

23. 제1사분면 위의 점 A(a, a+4)를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 B라 하고, 점 B를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 넓이가 48일 때, a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

서술형 문제

24. 두 직선 $3x + 2y - 5 = 0, x - 2y + 1 = 0$ 의 교점을 지나는 직선 중에서 원점으로부터의 거리가 가장 먼 직선의 방정식을 구하여라.

25. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 32 = 0$ 위의 점 P와 원 $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$ 위의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이의 최솟값과 최댓값을 각각 구하여라.

- 1. $4a^2 - 12a + 8$
- 2. $-3x^2 + 5xy - 6y^2$
- 3. $x^6 + 2x^5 + 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 4$
- 4. 몫: $3x + 5$, 나머지: -2
- 5. ③
- 6. -63
- 7. ④
- 1. -56
- 2. 1
- 3. 6
- 4. $2x^2 + 2x + 4$
- 5. ④
- 6. $6x^2 - 11x + 1$
- 7. ①
- 1. $(x-2)(x+2)(x-3)$
- 2. 1084
- 3. $(a+b)(b+c)(a+c)$
- 4. $a = -14, b = -2$
- 5. 16
- 6. ②
- 7. ③
- 1. $5x^2 - 7x + 10$
- 2. ⑤
- 3. 36
- 4. ②
- 5. ①
- 6. ④
- 7. $(x-5)^3$
- 8. $(x+a)(x+2a)(x-2a)$
- 9. ④
- 10. 8
- 11. ⑤
- 12. $-7x - 8$
- 13. ①
- 14. 17
- 15. ①
- 16. ⑤
- 17. ①
- 18. 46
- 19. 4
- 20. ③
- 21. ②
- 22. 8
- 23. ②
- 24. $x^3 - 2x^2 - 4x + 11$
- 25. $3(x+y)(y+z)(z+x)$
- 1. $-4 + 6i$
- 2. $8 - 3i$
- 3. $M = 1, m = -2$
- 4. -3
- 5. ②

- 6. ⑤
- 7. $2\sqrt{5}$
- 1. $-\frac{7}{4}$
- 2. $-\frac{4}{3} < k \leq -1$
- 3. $k = -1$ 또는 $k = \frac{13}{3}$
- 4. $\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{m}^2$
- 5. ④
- 6. ②
- 7. ②
- 1. $a \geq \frac{8}{9}$
- 2. $-\frac{2}{3}$
- 3. 0, 1
- 4. $2 \leq x \leq 5$
- 5. 14
- 6. ④
- 7. 9
- 1. 7
- 2. ⑤
- 3. ①
- 4. ⑤
- 5. ①
- 6. 7
- 7. ⑤
- 8. -2
- 9. ④
- 10. ⑤
- 11. ③
- 12. 4
- 13. ④
- 14. ①
- 15. ③
- 16. ③
- 17. ②
- 18. 9
- 19. ⑤
- 20. ⑤
- 21. 1
- 22. $x \leq 3$ 또는 $x \geq 9$
- 23. 4
- 24. (4, 5)
- 25. 44
- 26. $x + y = 0$ 또는 $7x - 7y - 4 = 0$
- 27. ②
- 28. (0, -1)
- 29. ③
- 1. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$
- 2. 최솟값: 8, 최댓값: 2

- 3. $\frac{25}{2}$
- 4. 7
- 5. ③
- 6. ③
- 7. ⑤
- 1. $2\sqrt{5}$
- 2. $a = 3, b = 3$
- 3. $\frac{6}{5}$
- 4. $12\sqrt{5}$
- 5. $10\sqrt{5}$
- 6. ④
- 7. ③
- 1. ⑤
- 2. ①
- 3. ④
- 4. 2
- 5. ①
- 6. $\frac{1}{5}$
- 7. ④
- 8. ④
- 9. $x + y = 0$
- 10. ①
- 11. 제3사분면
- 12. ⑤
- 13. ②
- 14. 64
- 15. ④
- 16. $y = x^2 - 6x + 5$
- 17. 12
- 18. ②
- 19. ⑤
- 20. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$
- 21. $\sqrt{139}$
- 22. $\frac{4\sqrt{15}}{5}$
- 23. ④
- 24. $y = -x + 2$
- 25. 최솟값: 5, 최댓값: 15