정답 및 풀이

문제 1.
정답 (1) 10 (2) 3

문제 2.
정답 (1) 7 (2) -2 (3) 2 (4) 3

문제 3.
정답 (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 3

문제 4.
정답 (1) 1 (2) $\frac{1}{5}$

문제 5.
정답 (1) 5 (2) $\frac{1}{4}$

문제 6.
정답 (1) -1 (2) 3 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{2}{3}$

문제 7.
정답 (1) 2 (2) $-\frac{3}{2}$

문제 8.
정답 (1) $\sqrt{3}$ (2) 2 (3) 2 (4) 0

문제 9.
정답 (1) $-\frac{1}{9}$ (2) $-\frac{1}{6}$

문제 10.
정답 (1) 2 (2) 1

문제 11.
정답 (1) 12 (2) -2 (3) $\frac{1}{3}$ (4) 4

문제 12.
정답 (1) $\frac{1}{4}$ (2) -8

문제 13.
정답 (1) 2 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 3

문제 14.
정답 (1) 6 (2) 0 (3) $-\frac{3}{2}$

문제 15.
정답 (1) 3 (2) 2

문제 16.
정답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

문제 17.
정답 (1) 4 (2) $\frac{4}{3}$

문제 18.
정답 (1) 2 (2) $\frac{1}{4}$

문제 19.
정답 (1) $-\frac{1}{3}$ (2) -6 (3) $\frac{3}{2}$ (4) 1

문제 20.
정답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 0

문제 21.
정답 (1) 19 (2) $-\frac{1}{4}$

문제 22.
정답 (1) -2 (2) $-\frac{3}{2}$

문제 23.
정답 2
문제해설
$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\alpha(\alpha\neq 0)$라 하면

$$\lim_{x\to 0}\frac{2f(x)-x^2}{f(x)+4x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{2f(x)}{x}-x}{\frac{f(x)}{x}+4x}=\frac{2\alpha-0}{\alpha+0}=2$$

문제 24.
정답 -2

문제 25.
정답 (1) -1 (2) 9 (3) -6 (4) $-\frac{2}{3}$

문제 26.
정답 5

문제 27.
정답 -2

문제 28.
정답 (1) ∞ (2) $-\infty$

문제 29.
정답
(1) $x=0$에서 극한값이 존재하고 그 극한값은 0이다.
(2) $x=-1$에서 극한값이 존재하지 않는다.

문제 30.
정답 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) $-\infty$ (4) $-\infty$

문제 31.
정답 (1) ∞ (2) ∞

문제 32.
정답 (1) ∞ (2) 극한값이 존재하지 않는다.

문제 33.
정답 (1) $-\infty$ (2) 1 (3) 극한값이 존재하지 않는다.

문제 34.
정답
(1) 극한값 $\lim_{x\to1}f(x)$는 존재하지 않는다.
(2) $\lim_{x\to1}f(x)=2$이므로 $\lim_{x\to1}f(x)$는 존재한다.

문제 35.
정답
(1) $\lim_{x\to0+}x|x|=\lim_{x\to0+}x^2=0$
$\lim_{x\to0-}x|x|=\lim_{x\to0-}(-x^2)=0$
따라서 $\lim_{x\to0}x|x|=0$
(2) $\lim_{x\to3+}\frac{x^2-9}{|x-3|}=\lim_{x\to3+}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=6$
$\lim_{x\to3-}\frac{x^2-9}{|x-3|}=\lim_{x\to3-}\left\{-\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}\right\}=-6$
따라서 극한값이 존재하지 않는다.

문제 36.
정답
(1) -1 (2) -1 (3) -2
(4) -1 (5) -1 (6) 존재하지 않는다

문제 37.
정답 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{8}{15}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{2}$

문제 38.
정답
(1) $\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1+}\frac{1}{x}=1$
$\lim_{x\to1-}f(x)=\lim_{x\to1-}(2x^2-1)=1$, 따라서 $\lim_{x\to1}f(x)=1$
(2) $\lim_{x\to-1+}f(x)=\lim_{x\to-1+}(2x^2-1)=1$
$\lim_{x\to-1-}f(x)=\lim_{x\to-1-}\left(\frac{1}{x+1}+2\right)=-\infty$
따라서 극한값이 존재하지 않는다.
(3) $\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$
(4) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x+1}+2\right)=2$

문제 39.
정답 $\lim_{x\to1+}f(x)=2$, $\lim_{x\to1-}f(x)=1$

문제 40.
정답 (1) -1 (2) 0

문제 41.
정답 (1) -2 (2) -6

문제 42.
정답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) -3

문제 43.
정답 (1) 4 (2) -4

문제 44.
정답 2

문제 45.
정답 (1) 0 (2) 1 (3) 1 (4) 2

문제 46.
정답 1
문제해설
$\lim_{x\to1+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to0-}f(x)=1+(-1)+1=1$

문제 47.
정답 (1) -3 (2) 5

문제 48.
정답 (1) $a=3, b=-6$ (2) $a=-3, b=-2$
문제해설
(1)
$\lim_{x\to2}\frac{ax+b}{x-2}=3$ 에서 극한값이 존재하고, $x\to2$ 일 때 (분모)$\to0$ 이므로 (분자)$\to0$ 이다.
즉, $\lim_{x\to2}(ax+b)=0$ 이므로 $2a+b=0$ $\therefore b=-2a$
$b=-2a$를 주어진 식에 대입하면
$\lim_{x\to2}\frac{ax-2a}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{a(x-2)}{x-2}=a=3$ $\therefore a=3, b=-6$
(2)
$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax-b}=-1$에서 0이 아닌 극한값이 존재하고
$x\to1$ 일 때, (분자)$\to0$이므로 (분모)$\to0$이다.
즉, $\lim_{x\to1}(x^2+ax-b)=0$이므로 $1+a-b=0$ $\therefore b=a+1$
$b=a+1$을 주어진 식에 대입하면
$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax-(a+1)}=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x+a+1)}$
$=\lim_{x\to1}\frac{1}{x+a+1}=\frac{1}{a+2}=-1$
$\therefore a=-3, b=-2$

문제 49.
정답 $a=3$, $b=-4$

문제 50.
정답 (1) $a=-4$, $b=-2$ (2) $a=6$, $b=5$ (3) $a=5$, $b=-3$
문제해설
(1) $\lim_{x\to1}(x^2+ax+3)=0$이므로
$a+4=0$에서 $a=-4$
$\lim_{x\to1}\frac{x^2-4x+3}{x-1}=-2$에서 $b=-2$,
따라서 $a=-4$, $b=-2$

(2) $\lim_{x\to-1}(x^2+ax+b)=0$이므로 $1-a+b=0$에서 $b=a-1$

$\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{x^2+ax+b}$

$=\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{x^2+ax+a-1}$

$=\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{(x+1)(x+a-1)}=\frac{1}{a-2}$

$\frac{1}{a-2}=\frac{1}{4}$에서 $a=6$, $b=a-1$에서 $b=5$

따라서 $a=6$, $b=5$

(3) $\lim_{x\to2}(\sqrt{2x+a}+b)=0$이므로 $\sqrt{4+a}+b=0$에서 $b=-\sqrt{4+a}$

$\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{2x+a}+b}=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{2x+a}-\sqrt{4+a}}=\sqrt{4+a}$

$\sqrt{4+a}=3$에서 $a=5$

$b=-\sqrt{4+a}$에서 $b=-3$

따라서 $a=5$, $b=-3$

문제 51.

정답 $a=5$, $b=6$

문제 52.

정답 (1) $a=6$, $b=\frac{1}{6}$ (2) $a=4$, $b=3$

문제 53.

정답 (1) $a=2$, $b=-2$ (2) $a=3$, $b=1$

문제 54.

정답 (1) $a=2$, $b=-6$ (2) $a=1$, $b=-1$

문제 55.

정답 $a=2$, $b=-8$

문제 56.

정답 $a=5$, $b=3$

문제해설

$\lim_{x\to4}(x-4)=0$이고, 주어진 함수의 극한값이 존재하므로

$\lim_{x\to4}(\sqrt{x+a}-b)=\sqrt{4+a}-b=0$ 즉, $b=\sqrt{4+a}$

$b=\sqrt{4+a}$를 주어진 식에 대입하면

$\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{4+a}}{x-4}=\lim_{x\to4}\frac{1}{\sqrt{x+a}+\sqrt{4+a}}=\frac{1}{2\sqrt{4+a}}=\frac{1}{6}$

$2\sqrt{4+a}=6$에서 $\sqrt{4+a}=3$, $4+a=9$, 즉 $a=5$

따라서 $b=\sqrt{4+5}=3$

문제 57.

정답

(1) $a=5$, $b=6$ (2) $a=4$, $b=-1$

(3) $a=1$, $b=-2$ (4) $a=3$, $b=\frac{3}{2}$

문제 58.

정답 (1) $a=-1$, $b=2$ (2) $a=-1$, $b=-1$

문제 59.

정답 $a=1$, $b=\frac{1}{4}$

문제 60.

정답 $a=-1$, $b=-2$

문제 61.

정답 1

문제 62.

정답 3

문제 63.

정답 1

문제 64.

정답 9

문제 65.

정답 5

문제 66.

정답 1

문제해설

각 변을 x로 나누면 $1+\frac{1}{x}\le\frac{f(x)}{x}\le1+\frac{2}{x}$

이때 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)=1$, $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)=1$이므로 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=1$

문제 67.

정답 0

문제 68.

정답 $\frac{1}{3}$

문제 69.

정답 3

문제해설

$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+11x+1}{x^2+4x}=3$, $\lim_{x\to\infty}\frac{3x-5}{x-2}=3$이므로

$\lim_{x\to\infty}f(x)=3$

문제 70.

정답 (1) 극한값이 존재하지 않는다. (2) 1

문제 71.

정답 2

문제 72.

정답 3

문제해설

$g(x)=t$로 놓으면 $x\to0+$일 때, $t\to0+$이므로

$\lim_{x\to0+}f(g(x))=\lim_{t\to0+}f(t)=3$

또, $g(x)=t$에서 $x\to0-$일 때, $t\to0+$이므로

$\lim_{x\to0-}f(g(x))=\lim_{t\to0+}f(t)=3$

즉, $\lim_{x\to0+}f(g(x))=\lim_{x\to0-}f(g(x))$이므로 $\lim_{x\to0}f(g(x))=3$

문제 73.

정답 (1) 0 (2) 1