| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

## 【이차부등식】

**1.** 이차부등식 $x^2-|x|-2<0$의 해는?

① $x>0$ ② $x<2$ ③ $0\le x<2$
④ $-2\le x<0$ ⑤ $-2<x<2$

**2.** 연립 이차부등식 $\begin{cases}x^2\ge 2x\\ x^2<x+6\end{cases}$ 을 만족하는 정수 $x$의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

**3.** $\begin{cases}100x-x^2>0\\ x^2-[x]x\le 0\end{cases}$ 의 해의 최솟값을 $m$, 최댓값을 $M$이라 할 때, $m+M$의 값은?(단, $[x]$는 $x$를 넘지 않는 최대 정수)

① 94 ② 96 ③ 98 ④ 100 ⑤ 102

## 【좌표평면】

**4.** 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ a)$, $\mathrm{B}(3,\ 5)$, $\mathrm{C}(1,\ 6)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 무게중심이 $\mathrm{G}(b,\ 4)$일 때, 상수 $a$, $b$의 값으로 알맞게 짝지은 것은?

① $a=1,\ b=-2$ ② $a=0,\ b=-1$ ③ $a=3,\ b=1$
④ $a=1,\ b=1$ ⑤ $a=0,\ b=-2$

**5.** 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(7,\ 4)$, $\mathrm{C}(8,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $\angle\mathrm{A}=90^\circ$ 인 직각삼각형 ② $\angle\mathrm{B}=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변 삼각형 ④ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CA}}$ 인 이등변 삼각형
⑤ 정삼각형

**6.** 두 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$, $\mathrm{B}(1,\ -4)$에서 같은 거리에 있는 $y$축 위의 점의 좌표를 구하여라.

**7.** 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(6,\ 8)$을 이은 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 점 P와 점 Q를 각각 구하여라.

**8.** 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-10,\ -8)$, $\mathrm{B}(2,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 P, 외분 하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

① 16 ② 20 ③ 25 ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

**9.** 삼각형 ABC에 대하여 세 변 AB, BC, CA를 각각 $2:1$로 외분하는 점을 각각 $\mathrm{P}(1,\ 4)$, $\mathrm{Q}(4,\ 2)$, $\mathrm{R}(4,\ 6)$이라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심을 $\mathrm{G}(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

**10.** 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(x,\ y)$을 연결한 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표가 $(0,\ 1)$일 때, 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점의 좌표는?

① $(-4,\ -7)$ ② $(-2,\ -5)$ ③ $(2,\ 5)$
④ $(4,\ 7)$ ⑤ $(5,\ 11)$

**11.** 다음 설명 중 옳은 것은?

① 선분 AB를 $1:1$로 외분하는 점은 두 점 A, B를 지나는 직선위에 존재한다.
② 선분 AB를 $m:n$으로 외분하는 점은 항상 두 점 A, B를 지나는 직선위에 존재한다.
③ 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_1)$ 사이의 거리는 $|x_2-x_1|$ 보다 길다.
④ 좌표평면 위의 서로 다른 세 점으로부터 같은 거리에 있는 점은 반드시 존재한다.
⑤ 선분 AB를 $10:1$로 외분하는 점을 P, $100:1$로 외분하는 점을 Q라 할 때, P는 Q보다 B로부터 더 멀리 있다.

**12.** 두 점 $\mathrm{A}(-4,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,-4)$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 직선 $x-2y+2=0$위에 있을 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

**13.** 세 점 $\mathrm{A}(0,\ 0)$, $\mathrm{B}(5,\ 5)$, $\mathrm{C}(-2,\ 4)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가?

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

**14.** 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, $\mathrm{B}(2, -2)$, $\mathrm{C}(-6,\ 7)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle \mathrm{ABC}$의 무게중심의 좌표를 구하여라.

**15.** 좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(0,\ 7)$, $\mathrm{B}(-2,\ -1)$, $\mathrm{C}(3,\ -2)$, $\mathrm{D}(6,\ 3)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{PD}}$의 값이 최소가 되기 위한 점 P의 좌표를 구하여라.

## 【직선의 방정식】

**16.** 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(2,\ 5)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=ax+b$이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하면? (단, $a$, $b$는 상수)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

**17.** 직선 $x+y+4=0$에 수직이고 점 $(1,\ -2)$를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

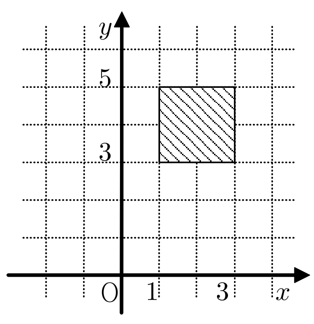
**18.** 다음 중 점 $(1,\ 2)$을 지나고 $3x-4y+1=0$에 평행인 직선의 방정식은?

① $3x-4y+5=0$ ② $3x+4y-11=0$ ③ $4x+3y-10=0$
④ $4x-3y+2=0$ ⑤ $y=3x-1$

**19.** 점 $(-1,\ 2)$로부터 직선 $12x-5y-4=0$까지의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**20.** 직선 $y=mx+m+1$이 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계포함)과 만나도록 하는 상수 $m$의 값의 범위를 바르게 구한 것은?

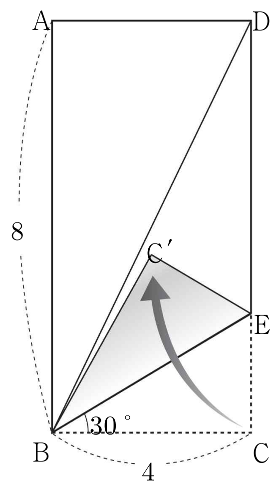



① $1 \le m \le 2$ ② $2 \le m \le 4$
③ $\dfrac{1}{2} \le m \le 2$ ④ $-4 \le m \le -\dfrac{1}{4}$
⑤ $-2 \le m \le -\dfrac{1}{2}$ or $\dfrac{1}{2} \le m \le 2$

**21.** 두 직선 $x+(m+1)y+2=0$과 $mx+2y+2=0$이 수직일 때와 평행할 때 $m$의 값을 각각 $a$, $b$이라 하자. 이때, $ab$의 값은? (단, $a$는 상수)

① $-\dfrac{4}{3}$ ② $-\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{7}{3}$

**22.** 오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 각 꼭짓점을 A, B, C, D라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$이다. $\angle \mathrm{EBC}=30^\circ$가 되도록 변 CD 위에 점 E를 정하고 선분 BE를 접는 선으로 하여 이 종이를 접으면 점 C는 점 C′으로 옮겨진다. 점 C′과 대각선 BD 사이의 거리가 $a\sqrt{5}+b\sqrt{15}$일 때, $10(a-2b)$의 값은? (단, $a, b$는 유리수)




① 0 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 16

## 【원의 방정식】

**23.** 방정식 $x^2+y^2-2kx+4y+4k=0$ 이 나타내는 도형은 $k \ne \alpha$인 모든 실수에 대하여 원이 된다. $\alpha$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**24.** 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(-3,\ 1)$ 에서 그은 접선의 방정식은?

① $y=3x+10$ ② $y=-3x+10$ ③ $3x-y-10=0$
④ $x+3y+10=0$ ⑤ $x-3y-10=0$

**25.** 한 정점 $(-1,\ 1)$을 중심으로 하고 반지름이 5인 원의 방정식을 구하면?

① $(x+1)^2+(y-1)^2=25$ ② $(x-1)^2+(y+1)^2=25$
③ $(x+1)^2+(y+1)^2=25$ ④ $(x+1)^2+(y-1)^2=5$
⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=5$

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

**26.** 원 $x^2+y^2=10$위의 점 $(3,\ -1)$에서의 접선의 방정식을 구하여라.

**27.** 원 $x^2-2x+y^2-k=0$이 직선 $x+y-3=0$에 접할 때, 실수 $k$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ $-1$ ④ $-2$ ⑤ $-3$

**28.** 방정식 $x^2+y^2-2x+4y+k=0$ 이 원을 나타낼 때, 다음 중 $k$값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**29.** 원 $x^2+y^2=2$와 직선 $y=x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 $k$의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

**30.** $\mathrm{A}(5,\ 5)$에서 $(x-1)^2+(y-2)^2=3^2$ 에 기울기가 양수인 접선을 그어 그 접점을 P라고 할 때, 선분 AP의 길이는?

① 4 ② 5 ③ $3\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

**31.** 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(-2,\ 1)$에서의 접선의 방정식을 $y=ax+b$이라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

**32.** 원 $x^2+y^2=5$에 접하고 기울기가 $2$이고 $y$절편이 음수인 접선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, $m+n$의 값을 구하여라.

**33.** 원 $x^2+y^2=5$밖의 점 $(0,\ 5)$를 지나고 기울기가 음수인 접선의 방정식을 $y=px+q$라 할 때, $p+q$의 값을 구하여라.

## 【도형의 이동】

**34.** 평행이동 $(x,\ y)\to(x+2,\ y+3)$에 의하여 점 $(1,\ 3)$이 직선 $y=x+k$ 위의 점으로 옮겨질 때, 실수 $k$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**35.** 점 $\mathrm{P}(5,\ 2)$를 $x$축 위의 점 $(3,\ 0)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는?

① $(-2,\ 3)$ ② $(-2,\ 0)$ ③ $(1,\ -2)$
④ $(2,\ 5)$ ⑤ $(2,\ 3)$

**36.** 직선 $y=2x-3$ 을 $x$축 방향으로 $m$만큼, $y$축 방향으로 $n$만큼 이동하였더니 처음 직선과 같아졌다고 할 때, $\dfrac{n}{m}$ 값이 될 수 있는 것은? (단, $m\neq 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ $-1$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

**37.** 평행이동 $f:(x,\ y)\to(x-1,\ y+1)$에 의하여
원 $x^2+y^2+2x-4y-3=0$을 옮긴 다음 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 직선 $y=x+a$와 접한다고 할 때, 정수 $a$의 값의 합은?

① $-7$ ② $-8$ ③ $-9$ ④ $-10$ ⑤ $-11$

**38.** 직선 $y=-2x+3$를 $x$축방향으로 $a$만큼, $y$축방향으로 $b$만큼 평행이동하였더니 처음 직선과 일치하였다. $b$와 $a$사이의 관계식을 $b=ma+n$이라 할 때, $m+n$의 값은?

① 2 ② $-2$ ③ 3 ④ $-3$ ⑤ 5

**39.** 평행이동 $f\ :\ (x,\ y)\to(x+1,\ y-3)$에 의하여 $(-1,\ 3)$은 점 $(a,\ b)$로 옮겨진다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

**40.** 직선 $y=2x+1$을 다음과 같이 대칭이동할 때, 옳지 않은 것은?

① 원점 : $y=2x-1$ ② $x$축 : $y=-2x-1$
③ $y$축 : $y=-2x+1$ ④ $y=x$ : $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$
⑤ $y=-x$ : $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

**41.** $(x-3)^2+(y-2)^2=9$를 직선 $x+y+1=0$에 대하여 대칭 이동하였을 때, 옮겨진 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=9$ ② $(x-2)^2+(y-3)^2=9$
③ $(x-4)^2+(y-3)^2=9$ ④ $(x+3)^2+(y+2)^2=9$
⑤ $(x+3)^2+(y+4)^2=9$

**42.** 두 원 $x^2+y^2+4x+2y+4=0$, $x^2+y^2-8x-10y+40=0$ 이 직선 $l$에 대하여 서로 대칭이다. 직선 $l$의 방정식은?

① $y=-x+2$ ② $y=-x+3$ ③ $y=-2x+1$
④ $y=2x+2$ ⑤ $y=2x+3$

**43.** 원 $x^2+y^2+2y-1=0$과 직선 $y=2x-2$의 두 교점을 지나고, $x$축에 접하는 원이 있다. 이 원이 $y$축과 두 점 A, B와 만난다. 선분AB의 길이는? 〈문제를 수정함〉

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

**44.** 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$과 직선 $l: x-2y+6=0$ 이 있다. 직선 $l$에 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 최솟값은?

① 47 ② 48 ③ 49 ④ 50 ⑤ 51

## 【부등식의 영역】

**45.** 다음 중 부등식 $x+2y>0$이 나타내는 영역에 있는 점은?[45)]

① $(5,\ 3)$ ② $(0,\ -3)$ ③ $(-2,\ -5)$
④ $(-3,\ 0)$ ⑤ $(-5,\ -2)$

**46.** 부등식 $x^2+y^2-2x+4y\le 0$의 영역 넓이는?[46)]

① $5\pi$ ② $10\pi$ ③ $15\pi$ ④ $20\pi$ ⑤ $25\pi$

**47.** 원 $x^2+(y-1)^2=17$에 대하여 점 $(k,\ 0)$은 원의 안쪽에, 점 $(k,\ 5)$는 원의 바깥쪽에 있기 위한 양수 $k$값의 범위는?[47)]

① $1<k<4$ ② $1\le k\le 4$ ③ $2<k<5$
④ $2\le k\le 5$ ⑤ $3<k<6$

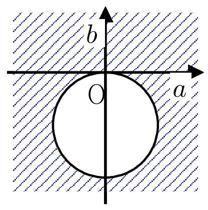
**48.** 세 부등식 $2x+y\ge 5$, $x+y\le 4$, $y\ge 1$ 을 모두 만족하는 점 $(x,\ y)$에 대하여 $\dfrac{x+3}{y+1}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 $M$, $m$이라 할 때, $\dfrac{M}{m}$의 값은?

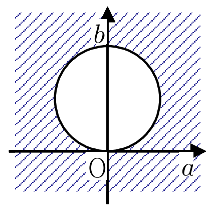
① 3 ② $\dfrac{13}{3}$ ③ 6 ④ $\dfrac{20}{3}$ ⑤ 9

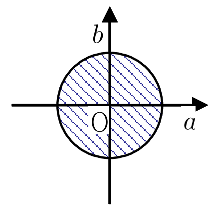
**49.** 부등식 $1\le x^2+y^2\le a$가 나타내는 영역의 넓이가 $9\pi$일 때, 실수 $a$의 값을 구하면?

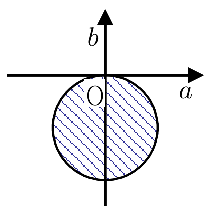
① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

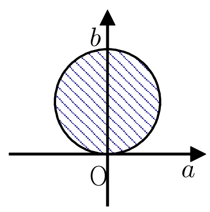
**50.** 임의의 실수 $x$에 대하여 부등식 $x^2+2ax+2b-b^2\ge 0$이 성립할 때, 다음 중 점$\mathrm{P}(a,\ b)$가 존재하는 영역으로 알맞은 것은?

①



②



③



④



⑤



**51.** 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에 대하여 $\sqrt{(a-6)^2+(b-8)^2}$ 의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

**52.** $x^2+y^2\le 2$이 나타내는 영역의 점 $(x,\ y)$에 대하여, $x+y$의 최댓값을 구하여라.

**53.** 동점 $\mathrm{P}(x,\ y)$가 다음 연립부등식의 영역을 움직일 때, $2x+y$의 최댓값을 구하여라.

| | |
|---|---|
| (가) $x\ge 0$ | (나) $y\ge 0$ |
| (다) $x+y-4\le 0$ | |

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년<br>실 시 일 :<br>실시교시 : | **단원별 기출문제** | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | | | 이름 | | 수 | 53 |

1) ⑤

$x^2=|x|^2$ 이므로 $|x|^2-|x|-2=(|x|-2)(|x|+1)<0$

따라서 $-1<|x|<2$, 하지만 모든 실수 $x$에 대하여 $|x|\geq 0$을 만족하므로

$0\leq |x|<2$

따라서 $-2<x<2$

2) ③

$x^2-2x=x(x-2)\geq 0$ 이므로 $x\leq 0$ or $x\geq 2$ $\cdots$ ㉠

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)<0$ 이므로 $-2<x<3$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분은 $-2<x\leq 0$ or $2\leq x<3$ 이므로

주어진 부등식을 만족하는 정수는 $-1,\ 0,\ 2$ 로 3개이다.

3) ④

첫 번째 부등식을 풀면

$x^2-100x=x(x-100)<0$ 이므로

$\therefore\ 0<x<100$ $\cdots$ ㉠

$[x]$는 정수이므로 $x=[x]+\alpha$ (단, $0\leq\alpha<1$) 라 할 수 있다.

따라서 $[x]=x-\alpha$ 이므로

$x^2-[x]x=x^2-(x-\alpha)x=\alpha x\leq 0$

㉠에 의하여 $x>0$ 이므로 $\alpha\leq 0$ 이다.

하지만 $0\leq\alpha<1$이므로 $\alpha=0$ 따라서 $[x]=x$ 이므로 $x$는 정수이다.

㉠의 조건을 만족하는 정수 중 최솟값은 $1$ 이므로 $m=1$

㉠의 조건을 만족하는 정수 중 최댓값은 $99$ 이므로 $M=99$

따라서 $m+M=100$

4) ④

$4=\dfrac{a+5+6}{3}$, $\therefore\ a=1$, $b=\dfrac{-1+3-1}{3}$, $\therefore\ b=1$

5) ②

$\overline{AB}^2=68$, $\overline{AC}^2=85$, $\overline{BC}^2=17$, 이므로 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$ 가 성립한다. 따라서 $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형

6) (0, -1)

$y$축 위의 점의 좌표를 $(0,\ b)$ 라 하면

$(3-0)^2+(b+2)^2=(1-0)^2+(b+4)^2$ 이므로 $\therefore\ b=-1$

따라서 $(0,\ -1)$

7) P(3, 6), Q(15, 14)

$\mathrm{P}\left(\dfrac{-3+12}{3},\ \dfrac{2+16}{3}\right)=\mathrm{P}(3,\ 6)$

$\mathrm{Q}(12+3,\ 16-2)=\mathrm{Q}(15,\ 14)$

8) ②

$\mathrm{P}\left(\dfrac{2\cdot2+1\cdot(-10)}{2+1},\ \dfrac{2\cdot1+1\cdot(-8)}{2+1}\right)=\mathrm{P}(-2,\ -2)$

$\mathrm{Q}\left(\dfrac{2\cdot2-1\cdot(-10)}{2-1},\ \dfrac{2\cdot1-1\cdot(-8)}{2-1}\right)=\mathrm{Q}(14,\ 10)$

$\overline{PQ}=\sqrt{(14+2)^2+(10+2)^2}=20$

9) ③

$\triangle ABC$의 무게중심과 $\triangle PQR$ 의 무게중심은 같으므로

$\mathrm{G}\left(\dfrac{1+4+4}{3},\dfrac{4+2+6}{3}\right)=\mathrm{G}(3,\ 4)$ 따라서 $a=3$, $b=4$이므로 $a+b=7$

10) ⑤

$\dfrac{x+(-1)\times2}{1+2}=0$이므로 $x=2$, $\dfrac{y+(-1)\times2}{1+2}=1$이므로 $y=5$

외분점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 하면

$a=\dfrac{2\times2-(-1)}{2-1}=5$, $b=\dfrac{2\times5-(-1)}{2-1}=11$이므로 $(5,\ 11)$

11) ⑤

①② 1:1(또는 m=n 일 때 $m:n$) 외분점은 존재하지 않는다.

③ 두점 A, B는 같은 $y$좌표를 가지므로 $x$축에 평행한 직선위의 점

④ 한 직선위에 있는 세 점으로부터 같은 거리에 있는 점은 없다.

⑤ AB를 10:1 로 외분하는 점 P의 위치는 선분AB를 9등분했을 때, 1등분의 거리만큼 B로부터 떨어진 점이고

AB를 100:1로 외분하는 점 Q의 위치는 선분 AB를 99등분했을 때, 1등분의 거리만큼 B로부터 떨어진 점이므로 P가 Q보다 B에서 멀다.

12) ②

두 점 $\mathrm{A}(-4,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,\ -4)$ 으로부터 같은 거리에 있는 점은 A, B의 수직이등분선위에 있으므로 A, B의 수직이등분선과 $x-2y+2=0$과의 교점을 구하면 된다.

두 점A,B를 지나는 직선의 기울기는 $-\dfrac{1}{2}$ 이고 중점이 $(0,\ -2)$ 이므로 수직이등분선은 $y=2x-2$

따라서 $x-2y+2=0$와의 교점은 $(2,\ 2)$ 이므로 $a=b=2$

13) $\overline{AB}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형

$\overline{AB}^2=50$, $\overline{AC}^2=20$, $\overline{BC}^2=50$, 이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형

14) $(-1,\ 2)$

무게중심의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면 $a=\dfrac{1+2-6}{3}=-1$, $b=\dfrac{1-2+7}{3}=2$

이므로 $(a,\ b)=(-1,\ 2)$

15) $(2,\ 1)$

점P가 사각형 ABCD의 대각선 AC를 지나는 직선위에 있을 때 $\overline{PA}+\overline{PC}$가 최소가 된다. 또한 ABCD의 대각선 BD를 지나는 직선위에 있을 때 $\overline{PB}+\overline{PD}$가 최소가 된다. 따라서 점 P의 위치는 직선 AC와 직선 BD가 서로 만나는 좌표이다.

AC의 기울기는 $-3$ 이므로 AC를 지나는 직선은 $y=-3x+7$

BD의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$이므로 BD를 지나는 직선은 $y+1=\dfrac{1}{2}(x+2)$

두 직선의 교점은 $(2,\ 1)$

16) ②

AB를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{2-1}{5-4}=1$ 이므로

$y-4=(x-1)$ 정리하면 $y=x+3$ 따라서 $a=1$, $b=3$

17) $y=x-3$

$x+y+4=0$의 기울기는 $-1$이므로 수직인 직선의 기울기는 $1$ 이다.

따라서 $y+2=(x-1)$ 이므로 정리하면 $y=x-3$

18) ①

$3x-4y+1=0$에 평행한 직선이므로 $3x-4y+c=0$이라 할 수 있다.

$(1,\ 2)$를 지나므로 $3-8+c=0$, $\therefore\ c=5$

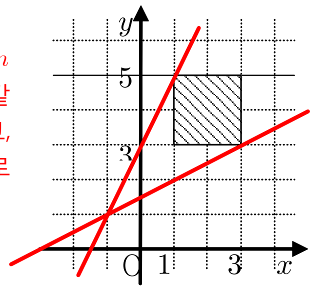
따라서 $3x-4y+5=0$

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

19) ②

$\frac{|12\times(-1)-5\times2-4|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\frac{|-26|}{13}=2$

20) ③




$y-1=m(x+1)$ 이므로 $y=mx+m+1$ 직선은 $m$에 값에 관계없이 $(-1,\ 1)$을 지난다. 그림과 같이 $(3,\ 3)$을 지날 때의 기울기가 가장 작고, $(1,5)$을 지날 때의 기울기가 가장 크므로

$\frac{1}{2}\le m\le 2$

21) ④

수직이 되기 위해서는 $1\cdot m+(m+1)\cdot 2=0$ 이므로 $m=-\frac{2}{3}$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

평행이 되기 위해서는 $\frac{1}{m}=\frac{m+1}{2}\neq\frac{2}{2}$ 이므로 $m=-2$ $\therefore b=-2$

따라서 $ab=\frac{4}{3}$

22) ⑤

풀이1) 점 B를 원점으로 하고 선분 BC를 $x$축, 선분 AB를 $y$축으로 하자.

직선 BE는 $x-\sqrt{3}y=0$ 이고, 점 C$(4,0)$ 이다.

C를 $x-\sqrt{3}y=0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C$'(a,b)$라 하자.

CC$'$의 기울기는 $x-\sqrt{3}y=0$에 수직이므로

$\frac{b}{a-4}=-\sqrt{3}$, $\therefore b=-\sqrt{3}a+4\sqrt{3}$ $\cdots$ ㉠

C와 C$'$의 중점 $\left(\frac{a+4}{2},\frac{b}{2}\right)$은 $x-\sqrt{3}y=0$위의 점이므로

$a+4-\sqrt{3}b=0$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 계산하면 C$'(2,\ 2\sqrt{3})$

직선 BD는 $y=2x$ 이므로 C$'(2,\ 2\sqrt{3})$으로부터 $2x-y=0$까지의 거리를 구하면, $\frac{|4-2\sqrt{3}|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}\sqrt{5}-\frac{2}{5}\sqrt{15}$

$a=\frac{4}{5}$, $b=-\frac{2}{5}$

$10(a-2b)=10\times\left(\frac{4}{5}+\frac{4}{5}\right)=16$

풀이2)

$\angle$C$'$BC$=60°$ 이고 $\overline{\text{BC}'}=\overline{\text{BC}}=4$ 이므로 C$'$에서 $\overline{\text{BC}}$에 수내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\text{BH}}=2$, $\overline{\text{C}'\text{H}}=2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 C$'(2,\ 2\sqrt{3})$

직선 BD는 $y=2x$ 이므로 C$'(2,\ 2\sqrt{3})$으로부터 $2x-y=0$까지의 거리를 구하면, $\frac{|4-2\sqrt{3}|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}\sqrt{5}-\frac{2}{5}\sqrt{15}$

$a=\frac{4}{5}$, $b=-\frac{2}{5}$

$10(a-2b)=10\times\left(\frac{4}{5}+\frac{4}{5}\right)=16$

23) ②

$(x-k)^2+(y+2)^2=k^2-4k+4=(k-2)^2$

$k=2$ 일 때에는 원이 될 수 없으므로 $\alpha=2$

24) ①

$(-3,\ 1)$이 원위의 점이므로 $-3x+y=10$

25) ①

A$(-1,\ 1)$으로부터 같은 거리(반지름) 5에 있는 점을 P$(x,\ y)$ 라 하면.

$\overline{\text{AP}}^2=(x+1)^2+(y-1)^2$

$\overline{\text{AP}}=5$ 이므로

$(x+1)^2+(y-1)^2=25$

26) $y=3x-10$

공식을 활용하면 $3x-y=10$이므로 $y=3x-10$

27) ①

풀이1) 접할 때이므로 교점이 1개만 존재함. 따라서 연립방정식의 해가 1개이므로 판별식 $D=0$ 임을 보이면 됨.

$x^2-2x+(-x+3)^2-k=2x^2-8x-k+9=0$

$D/4=(-4)^2-2\times(-k+9)=2k-2=0$ 따라서 $k=1$

풀이2) 원과 직선간의 거리가 반지름과 같아야 하므로

$(x^2-2x+1)+y^2=(x-1)^2+y^2=k+1$ 이고

원의 중심인 $(1,\ 0)$으로부터 $x+y-3=0$까지의 거리는 $\frac{|1-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 이므로

거리의 제곱은 반지름의 제곱과 같다. 따라서 $2=k+1$ 이므로 $k=1$

28) ⑤

$(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)=5-k$ 이고, $5-k>0$ 이어야 하므로

$\therefore$ $k<5$

29) ②

두 점에서 만나기 위해서는 원의 중심으로부터 직선까지의 거리가 반지름보다 작아야 하므로

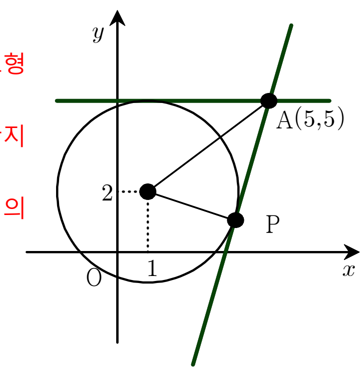
원의 중심 $(0,\ 0)$으로부터 직선 $x-y+k=0$까지의 거리를 구하면 $\frac{|k|}{\sqrt{2}}$

$\frac{|k|}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}$ 이므로 $-2<k<2$,

부등식을 만족하는 정수 $k$는 $-1,\ 0,\ 1$ 이므로

따라서 정수 $k$의 개수는 3개

30) ①




원의 중심과 접점$P$, 그리고 $A$를 연결한 도형은 직각삼각형이고

원의 중심으로부터 접점$P$까지의 거리는 반지름 3과 같다.

또한 원의 중심 $(1,\ 2)$으로부터 $A(5,\ 5)$까지의 거리는 $\sqrt{4^2+3^2}=5$

접점으로부터 $A$까지의 거리를 $x$라 하면

$x^2=5^2-3^2$ 이므로 $x=4$

31) ⑦

(-2, 1)은 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점이므로 공식을 활용하여 접선을 구하면 $-2x+y=5$, 따라서 $y=2x+5$

$a=2$, $b=5$가 되므로 $a+b=7$

32) -3

기울기가 2인 직선을 $y=2x+n$ 이라 할 수 있다.

직선 $2x-y+n=0$과 원의 중심 $(0,\ 0)$까지의 거리는 반지름 $\sqrt{5}$ 이므로

$\sqrt{5}=\frac{|n|}{\sqrt{5}}$ 이므로 $n=\pm5$, $y$절편이 음수라 하였으므로 $n=-5$,

따라서 $m=2$, $n=-5$, $\therefore$ $m+n=-3$

| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점수 |
|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 53 |

33) 3

(0,5)를 지나는 직선을 $y=px+5$라 하자. 원의 중심 $(0,\ 0)$으로부터 $px-y+5=0$ 까지의 거리는 반지름 $\sqrt{5}$가 되어야 하므로

$\sqrt{5}=\dfrac{|5|}{\sqrt{p^2+1}}$ , 따라서 $\sqrt{p^2+1}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $p^2+1=5$ 따라서 $p=\pm2$, 기울기가 음수라 하였으므로 $p=-2$, $q=5$, $\therefore\ p+q=3$

34) ③

$x$축의 양의 방향으로 2만큼, $y$축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동하므로 $(1,\ 3)$은 $(3,\ 6)$으로 이동한다.

따라서 $(3,\ 6)$은 $y=x+k$위의 점이므로 $k=3$

35) ③

$\mathrm{P}(5,\ 2)$가 $(3,\ 0)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $\mathrm{P}'(a,\ b)$라 하자.

$3=\dfrac{5+a}{2}$ 이므로 $a=1$, $0=\dfrac{2+b}{2}$ 이므로 $b=-2$

36) ②

$x$축 방향으로 $m$만큼 이동하므로 $y=2x-3$에 $x$대신 $x-m$을

$y$축 방향으로 $n$만큼 이동하므로 $y=2x-3$에 $y$대신 $y-n$을 대입하면

$(y-n)=2(x-m)-3$ 이 되므로 정리하면 $y=2x+(-2m+n-3)$

처음직선과 같으므로 $-3=n-2m-3$ 따라서 $\dfrac{n}{m}=2$

별해) $x$축으로 $m$만큼, $y$축으로 $n$만큼 이동해서 처음직선과 같아져야 하므로 반드시 직선내에서 이동해야 한다. 따라서 $\dfrac{n}{m}$은 기울기가 된다.

37) ④

원의 방정식을 표준형으로 변환하면 $(x+1)^2+(y-2)^2=8$

원의 중심 $(-1,2)$을 $f$에 의해 평행이동하면 $(-2,\ 3)$

$(-2,\ 3)$을 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(3,\ -2)$ 이므로

주어진 원은 $(3,\ -2)$을 중심으로 하고 반지름이 $\sqrt{8}$인 원이다.

원의 중심으로부터 접선 $x-y+a=0$까지의 거리가 반지름과 같아야 하므로

$\sqrt{8}=\dfrac{|3+2+a|}{\sqrt{2}}$, $\therefore\ |a+5|=4$, 따라서 $a=-1$ 또는 $-9$

38) ②

$x$축 방향으로 $a$만큼 이동하므로 $y=-2x+3$에 $x$대신 $x-a$을

$y$축 방향으로 $b$만큼 이동하므로 $y=-2x+3$에 $y$대신 $y-b$을 대입하면

$(y-b)=-2(x-a)+3$ 이 되므로 정리하면 $y=-2x+(2a+b+3)$

처음직선과 같으므로 $3=b+2a+3$ 따라서 $b=-2a$

별해) $x$축으로 $a$만큼, $y$축으로 $b$만큼 이동해서 처음직선과 같아져야 하므로 반드시 직선내에서 이동해야 한다. 따라서 $\dfrac{a}{b}$은 기울기가 된다.

39) 0

$a=0$, $b=0$, $\therefore\ a+b=0$

40) ④

$y=2x+1$을 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 $x=2y+1$ 이므로 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$

41) ⑤

주어진 원의 중심 $(3,\ 2)$을 $x+y+1=0$에 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$라 하자. $(3,\ 2)$ 와 $(a,\ b)$의 중점 $\left(\dfrac{a+3}{2},\ \dfrac{b+2}{2}\right)$은 직선위의 점이므로

$\dfrac{a+3}{2}+\dfrac{b+2}{2}+1=0$,

따라서 $a+3+b+2+2=0$이므로 $a+b+7=0$ ⋯ ㉠

$(3,2)$와 $(a,\ b)$를 지나는 직선은 $x+y+1=0$에 수직이므로

$(3,2)$와 $(a,\ b)$를 지나는 직선의 기울기는 1

따라서 $\dfrac{b-2}{a-3}=1$ 이므로 $b-2=a-3$, 따라서 $b=a-1$ ⋯㉡

㉠, ㉡을 연립해서 풀면 $a=-3$, $b=-4$

따라서 대칭이동한 원의 방정식은 $(x+3)^2+(y+2)^2=9$

42) ②

$x^2+y^2+4x+2y+4=0$의 중심좌표는 $(-2,\ -1)$

$x^2+y^2-8x-10y+40=0$ 의 중심좌표는 $(4,\ 5)$ 이므로

직선 $l$은 두 점 $(-2,\ -1)$과 $(4,\ 5)$의 수직이등분선이다./

두 점의 중점은 $(1,\ 2)$이고 두 점 사이의 기울기는 1이므로

수직이등분선은 $y-2=-1(x-1)$

따라서 $y=-x+3$

43) ⑤ <수정문제 해설>

원 $x^2+y^2+2y-1=0$과 직선 $y=2x-2$ 의 교점의 $x$좌표를 구하면,

$x^2+(2x-2)^2+2(2x-2)-1=0$

$5x^2-4x-1=(x-1)(5x+1)=0$

따라서 $x=1$ 또는 $x=-\dfrac{1}{5}$

따라서 두 교점은 $(1,\ 0)$, $\left(-\dfrac{1}{5},\ -\dfrac{12}{5}\right)$

$(1,\ 0)$을 지나는 원이 $x$축에 접하므로 중심좌표는 $(1,\ -r)$이 된다.

따라서 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y+r)^2=r^2$

두 원의 공통현의 방정식을 구하면

$(x^2+y^2+2y-1)-(x^2-2x+y^2+2ry+1)=2x+2(1-r)y-2=0$

따라서 $2x-2(r-1)y-2=0$ 은 직선 $2x-y+2=0$와 같아야 하므로

$2(r-1)=1\ \therefore\ r=\dfrac{3}{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-1)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$

$x=0$ 일 때 $y$값을 $y_1$, $y_2$ 라 하면

$\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4}$, 따라서 $y_1=-\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$, $y_2=-\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ y_1-y_2=\sqrt{5}$

44) ②

두 점A, B의 중점은 $\mathrm{M}(4,\ 0)$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{MP}}^2\right)$이므로

$\overline{\mathrm{AM}}^2=4$로 상수이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{MP}}$ 가 최소가 될 때이다.

점 M으로부터 직선 $l$까지의 거리를 구하면

$\dfrac{|4-0+6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$ 이므로 $\overline{\mathrm{MP}}^2$의 최솟값은 20

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{MP}}^2\right)=2(4+20)=48$

45) ①

$x+2y>0$ 위의 점은 $y=\dfrac{1}{2}x$그래프의 $y$축방향으로 위쪽이므로 ① 만 성립

46) ①

$x^2+y^2-2x+4y=(x-1)^2+(y+2)^2-5\leq0$ 이므로

반지름이 $\sqrt{5}$인 원의 내부이다. 따라서 넓이는 $5\pi$

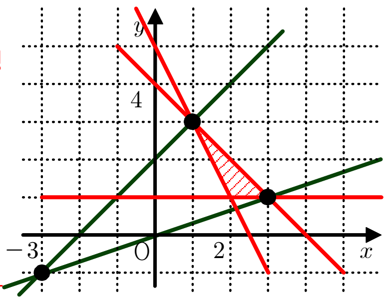
| 과 목 명 | 실시대상 : 1 학 년 | 단원별 기출문제 | 학번 | | 점 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 수학I | 실 시 일 :<br>실시교시 : | | 이름 | | 수 | 53 |

47) ①
$f(x,\ y)=x^2+(y-1)^2-17$라 하자.
두 점 $(k,\ 0)$, $(k,\ 5)$이 원의 내부와 외부에 각각 존재하기 위해서는 $f(k,\ 0)\cdot f(k,\ 5)<0$ 이 되어야 한다.
따라서

$$f(k,\ 0)\cdot f(k,\ 5)=(k^2+1-17)(k^2+4^2-17)=(k^2-16)(k^2-1)$$
$$=(k+1)(k-1)(k+4)(k-4)$$

$k$가 양수이므로 $k+1>0,\ k+4>0$
따라서 $(k-1)(k-4)<0$ 이기 위해서는 $1<k<4$

48) ①
세 부등식을 모두 만족하는 영역을 좌표평면에 나타내면 오른쪽 그림과 같다




$\dfrac{x+3}{y+1}=k$ 라 하면

$y+1=\dfrac{1}{k}(x+3)$ 이므로

$\dfrac{1}{k}$은 $(-3,\ -1)$로부터 세 부등식을 모두 만족하는 영역을 지나는 직선의 기울기가 된다.

따라서 기울기 $\dfrac{1}{k}$의 범위는 $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{k}\le 1$

따라서 $1\le k\le 3$ 이므로 $M=3,\ m=1$

$\therefore\ \dfrac{M}{m}=3$

49) ③
$x^2+y^2\le r^2$ 의 넓이가 $r^2\pi$ 임을 알고 있으면 구할 수 있다.
주어진 영역의 넓이는 $x^2+y^2\le a$의 넓이에서 $x^2+y^2\ge 1$의 넓이를 빼면 된다. 따라서 $a\pi-1\pi=9\pi$ 이므로 $a=10$

50) ⑤
$x^2+2ax+2b-b^2$ 이 항상 0보다 크거나 같기 위한 조건은
$D/4=(-a)^2-(2b-b^2)\le 0$이므로
정리하면
$a^2+b^2-2b\le 0$ 따라서 $(a,\ b)$는 $a^2+(b-1)^2\le 1$ 영역에 있는 점이된다.
따라서 $a$축과 $b$축으로 하는 좌표평면에 그림을 나타내면 ⑤ 과 같은 그림이 된다.

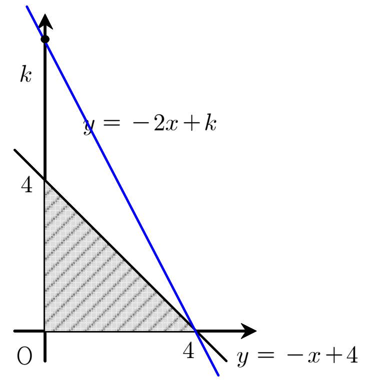
51) ③
$(a-m)^2+(b-n)^2$은 $(m,\ n)$으로부터 $(a,\ b)$까지의 거리의 제곱을 의미함을 알고 있으면 구할 수 있다.
$\sqrt{(a-6)^2+(b-8)^2}$ 은 $(a,\ b)$로부터 $(6,8)$까지의 거리를 의미하며
$(a,\ b)$는 원 위의 점이므로
$\sqrt{(a-6)^2+(b-8)^2}$ 의 최솟값은 $(6,\ 8)$로부터 원의 중심인 원점을 이은 직선과 원과의 만나는 두 교점 중 $(6,\ 8)$에 가까운 곳에 있는 점이 점P가 되면 된다. 따라서 $(6,\ 8)$로부터 $(0,\ 0)$까지의 거리는 10이고
반지름은 2 이므로 $(6,8)$로부터 P까지의 거리는 $10-2=8$이다.

52) 2
$x+y$의 최댓값은 $x+y=k$ 라 할 때, 직선 $x+y=k$이 원과 접할 때 $y$절편 $k$가 최대가 되므로 직선 $x+y=k$ 와 원점간의 거리가 반지름과 같은 $\sqrt{2}$가 되기 위한 $k$값을 구하면 된다.

원점으로부터 $x+y-k=0$ 까지의 거리의 $\dfrac{|-k|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

따라서 $k=\pm 2$, 따라서 $k$의 최댓값은 $2$

53) 8
주어진 영역을 만족하는 그림을 그려보면




위 그림에서 보는 것과 같이 직선 $y=-2x+k$는 $(4,\ 0)$을 지날 때 $k$가 최댓값을 가진다. 따라서 $2x+y$의 최댓값은 $x=4, y=0$ 일 때이므로 $8$