

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2014학년도 2학기 1차고사	학번		점
수학II	실시일 : 10월 15일 실시교시 :		이름		수

1. 다음 중 집합인 것은? 【4.0】

- ① 매우 큰 자연수의 모임
② 50에 가까운 수의 모임
③ 노래를 잘하는 사람의 모임
④ 1학년 중에서 신장이 큰 학생의 모임
⑤ 2014인천아시아게임 경기 종목의 모임

2. 두 집합 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{3, 5, b\}$ 에 대하여

$A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은? 【4.0】

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

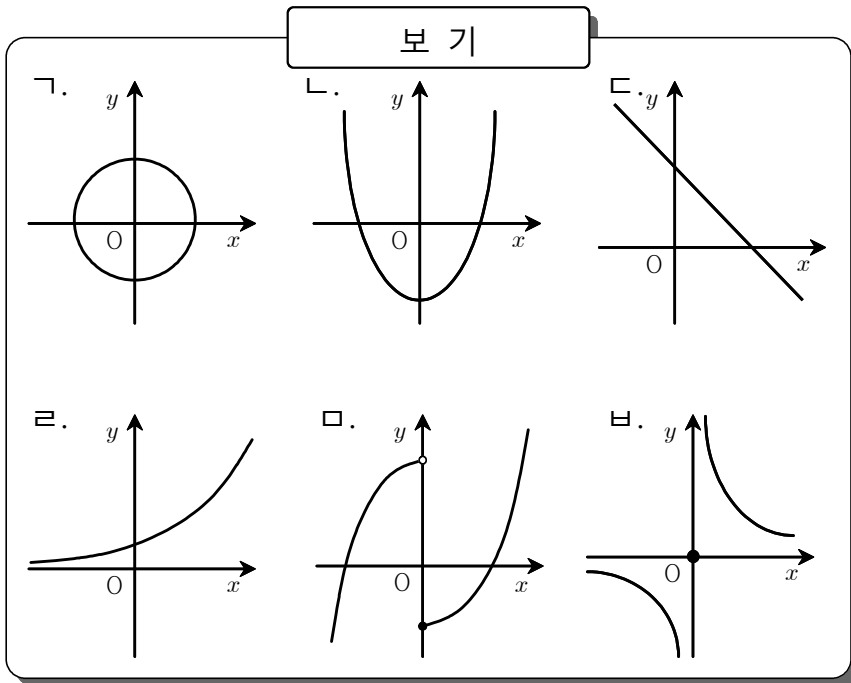
3. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수가 **아닌** 것은? 【4.0】

- ① $f(x) = x^2$ ② $f(x) = x+3$ ③ $f(x) = |x|$
④ $f(x) = x+1$ ⑤ $f(x) = x^2 - x + 1$

4. 모든 실수 x 에 대하여 무리식 $\sqrt{x^2 - 2kx + 10k - 21}$ 의 값이 항상 실수가 되도록 하는 정수 k 의 개수는? 【4.0】

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

5. 다음 <보기>의 그래프 중 실수 전체의 집합에서 정의된 함수의 개수를 a , 일대일함수의 개수를 b , 일대일 대응의 개수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? 【4.3】



- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 15

6. 첫째항이 $\frac{1}{32}$ 이고 공비가 -2 인 등비수열의 제5항은? 【4.3】

- ① -2 ② 2 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A , B 에 대하여 연산 $*$ 을 $A * B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^C$ 라 할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 **없는** 것은? 【4.3】

- ① $(A * B) * A = A$ ② $U * A = A^C$ ③ $A * A = \emptyset$
④ $A * B = B * A$ ⑤ $A * \emptyset = A$

8. 집합 $A = \{\emptyset, 1, \{2, 3\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 **않은** 것은? 【4.3】

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{\emptyset, 1\} \in A$ ③ $\{2, 3\} \in A$
④ $\{1\} \subset A$ ⑤ $\{\emptyset, \{2, 3\}\} \subset A$

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = n^2 + 3n$ 일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? 【4.5】

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

10. $(f \circ f)(x) = x$, $(g \circ g)(x) = x$ 를 만족하는 두 함수

$f(x) = ax + b$, $g(x) = \frac{2x-1}{x-b}$ 에 대하여 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은? 【4.5】

- ① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

11. 유리함수 $y = \frac{2x-5}{x-3}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? 【4.5】

보 기

ㄱ. 점 $(3, 2)$ 에 대하여 대칭이다.

ㄴ. 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

ㄷ. 모든 사분면을 지난다.

ㄹ. 함수 $y = \frac{3x+7}{x+2}$ 의 그래프를 평행이동하면 주어진 함수의 그래프와 겹쳐진다.

ㅁ. 이 함수의 역함수는 $y = \frac{3x-5}{x-2}$ 이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄷ, ㅁ
④ ㄴ, ㄹ, ㅁ ⑤ ㄱ, ㄹ, ㅁ

12. 두 함수 $y = \sqrt{x+4}$ 와 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 값의 범위는? 【4.5】

- ① $k \leq 4$ ② $k > \frac{17}{4}$ ③ $k \leq \frac{17}{4}$
④ $4 < k < \frac{17}{4}$ ⑤ $4 \leq k < \frac{17}{4}$

13. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & (x < 0) \\ 2x - 1 & (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프와 그 역함수

$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 이 때, \overline{PQ} 의 길이는? 【4.7】

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 A_n 이라 하고 등비수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 B_n 이라 하자.

$A_4 = B_4 = 20$, $A_8 = B_8 = 30$ 일 때, $B_{12} - A_{12}$ 의 값은? 【4.7】

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

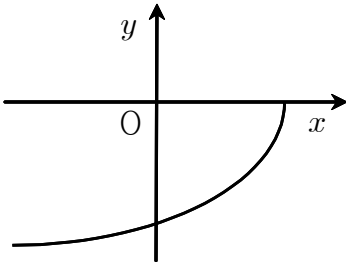
과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2014학년도 2학기 1차고사	학번		점
수학II	실 시 일 : 10월 15일 실시교시 :		이름		수

15. 연료 탱크의 용량의 비가 1:2인 경차와 중형차의 연비(연료 1ℓ당 주행거리)를 비교하기 위해 두 자동차의 속도를 같게 하여 다음과 같이 주행실험을 실시하였다.
두 자동차에 연료를 가득 채우고 320km를 주행 후 경차와 중형차의 연료 탱크에 남은 연료량의 비는 5:12였고, 다시 연료를 가득 채우고 400km를 주행 후 경차와 중형차의 연료 탱크에 남은 연료의 비는 3:8이었다. 경차와 중형차의 연비의 비가 $a:b$ 라 하면 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) **【4.7】**
- ① 13 ② 15 ③ 21 ④ 24 ⑤ 30
16. 올해부터 매년 초에 500만 원씩 20년 간 지급되는 연금이 있다. 연이율 5%, 1년마다 복리로 계산하여 이 연금을 올해 초에 한꺼번에 받는다면 받아야 할 금액은? **【4.7】** (단, $1.05^{19} = 2.52$, $1.05^{20} = 2.65$ 로 계산하고 십 만원 단위에서 반올림한다.)
- ① 약 5000만원 ② 약 5500만원 ③ 약 6000만원
④ 약 6500만원 ⑤ 약 7000만원

1.(단답형)
다음 수열의 제10항을 구하여라. **【5.0】**

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{9}{32}, \dots$$

2.(단답형)
무리함수 $y = a\sqrt{bx+c}$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 유리함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 무엇인가? **【5.0】**



※ 함수 $f(x) = 2x - [2x]$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$ 이다.) **【서술형3번, 서술형4번】**

- 3.(서술형) $f^n\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$ 가 되기 위한 자연수 n 의 최솟값을 구하여라. **【5.0】**
- 4.(서술형) $f^{31}\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{m}{n}$ 일 때 $m+n$ 의 값은? (m, n 은 서로소인 자연수) **【5.0】**

※ 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 = 33$, $a_{10} = 19$ 일 때, 다음 물음에 답하시오. **【서술형5번, 서술형6번】**

- 5.(서술형) $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 라 할 때, S_n 의 최댓값을 구하여라. (일반항을 구하는 과정이 반드시 포함되어야 한다) **【5.0】**
- 6.(서술형) $S_n = 280$ 이 되기 위한 n 의 값을 모두 구하고, 또한 모든 n 의 합을 구하여라. (n 의 값이 유일한 경우에는 n 값을 구하여라) **【5.0】**

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2015학년도 2학기 1차고사	학번		점
수학II	실시일 : 10월 8일 실시교시 :		이름		수

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 가 성립한다고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은? 【2.7점】

- ① $A^C \subset B^C$
 ② $B^C \subset A^C$
 ③ $A \cup B = A$
- ④ $A \cap B = B$
 ⑤ $B - A = \emptyset$

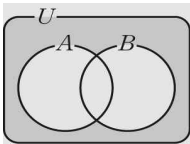
2. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 12이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 8의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 12의 약수}\}$ 에 대하여 $A^C - B$ 의 원소의 개수는? 【3.4점】

- ① 1
 ② 3
 ③ 5
 ④ 6
 ⑤ 7

3. 두 집합 A, B 를 $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x < -2\}$ 라 하자. 집합 $P = (A \cup B)^C$, 집합 $Q = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$ 일 때, $P = Q$ 가 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? 【4.2점】

- ① 1
 ② 2
 ③ 3
 ④ 4
 ⑤ 5

4. 다음 중 오른쪽 벤 다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합은? 【3.7점】



- ① $A^C \cup B^C$
 ② $(B - A)^C$
 ③ $(A - B)^C$
- ④ $A^C \cap B^C$
 ⑤ $(A \cap B)^C$

5. 집합 $X = \{-1, 0\}$ 에서 실수 전체의 집합으로의 두 함수 f, g 가 $f(x) = x + a$, $g(x) = ax + b$ 이고 두 함수 f, g 가 서로 같은 함수일 때 $a + 2b$ 의 값은? 【2.5점】

- ① 0
 ② 1
 ③ 2
 ④ 3
 ⑤ 4

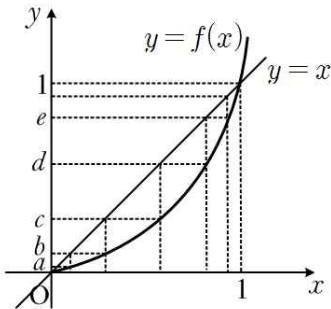
6. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x) = 1 - |x|$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x + 2)$

이 때, $f(5)$ 의 값은? 【4.8점】

- ① -1
 ② $-\frac{1}{2}$
 ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$
 ⑤ 1

7. 함수 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은? 【3.8점】



- ① a
 ② b
 ③ c
 ④ d
 ⑤ e

8. 두 함수 f, g 에 대하여 $f(2) = 5$, $g^{-1}(3) = 4$ 일 때, $f^{-1}(5) + g(4)$ 의 값은? 【2.6점】

- ① 4
 ② 5
 ③ 6
 ④ 7
 ⑤ 8

9. 실수 전체의 집합에서 정의되고 역함수가 존재하는 두 함수 f, g 가 $f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$, $g(x) = -3x + 2$ 일 때, $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(-4)$ 의 값은? 【4.0점】

- ① -8
 ② -6
 ③ 6
 ④ 10
 ⑤ 12

10. 일대일 대응인 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때 다음 중 함수 $y = f(2x + 3)$ 의 역함수는? 【4.4점】

- ① $y = \frac{1}{2}\{g(x) - 3\}$
 ② $y = \frac{1}{2}\{g(x) + 3\}$
- ③ $y = -\frac{1}{2}\{g(x) - 3\}$
 ④ $y = 2\{g(x) + 3\}$
- ⑤ $y = 2\{g(x) - 3\}$

11. 유리함수 $y = \frac{2x+1}{x+1}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? 【2.9점】

- ① 점근선의 방정식은 $x = -1$, $y = 2$ 이다.
 ② 정의역은 $\{x | x \neq -1 \text{인 실수}\}$ 이다.
 ③ 제4사분면을 지나지 않는다.
 ④ $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하면 두 그래프는 겹쳐질 수 있다.
 ⑤ $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

12. 유리함수 $y = \frac{ax+2}{x+b}$ 의 그래프가 직선 $y = x - 1$ 에 대하여 대칭이고 동시에 직선 $y = -x + 3$ 에 대하여도 대칭이 될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? 【3.4점】

- ① 0
 ② -1
 ③ -2
 ④ -3
 ⑤ -4

13. 두 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{2x+a}$ 와 $g(x) = \frac{4x+7}{2x-5}$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = x$ 이 성립할 때, 상수 $a - b + c$ 의 값은? 【3.8점】

- ① -2
 ② -1
 ③ 1
 ④ 2
 ⑤ 4

14. 무리함수 $y = \sqrt{-2x+2} - 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은? 【2.9점】

- ① 제 1사분면
 ② 제 2사분면
 ③ 제 3사분면
- ④ 제 4사분면
 ⑤ 제 1, 4사분면

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2015학년도 2학기 1차고사	학번		점	
수학II	실시일 : 10월 8일 실시교시 :		이름		수	

15. 두 함수 $y = \sqrt{x-1}$, $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위는? 【4.6점】

- ① $-\frac{4}{3} \leq k \leq -1$
 ② $-1 \leq k < -\frac{3}{4}$
- ③ $-1 \leq k \leq -\frac{3}{4}$
 ④ $\frac{3}{4} < k \leq 1$
- ⑤ $1 \leq k \leq \frac{4}{3}$

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_7 = 5$, $a_{10} = 15$ 일 때, a_{13} 의 값은? 【2.6점】

- ① 25
 ② 24
 ③ 23
 ④ 22
 ⑤ 21

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 5인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 7인 등차수열일 때, 등차수열 $\{2a_n + 4b_n\}$ 의 공차는? 【3.6점】

- ① 34
 ② 35
 ③ 36
 ④ 37
 ⑤ 38

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = -n^2 + 3n + 8$ 일 때, 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?【4.1점】

【 보 기 】

㉠. $a_1 = 5$
 ㉡. $a_n = -2n + 4$
 ㉢. $S_{10} = -62$
 ㉤. 수열 $\{a_n\}$ 은 제2항까지의 합이 최대이다.

- ① ㉠, ㉡
 ② ㉠, ㉢
 ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉡, ㉤
 ⑤ ㉢, ㉤

단답형 1.
무리함수 $y = \sqrt{x-3} + 3$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프가 두 점에서 만난다고 할 때, 두 교점 사이의 거리를 구하여라. 【5점】

단답형 2.
삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + px - q = 0$ 의 세 실근이 등차수열을 이룬다고 할 때, 실수 p, q 에 대하여 $p - q$ 의 값을 구하여라. 【5점】

단답형 3.
첫째항이 4, 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열이다. 이때, $8ar$ 의 값을 구하여라. 【6점】

서술형 4.
진주사대부고 1학년 학생 100명을 대상으로 걸그룹 선호도 조사를 하였다. 그 결과 소녀시대를 좋아하는 학생은 52명, 에이핑크를 좋아하는 학생은 38명 이었다. 또한 소녀시대와 에이핑크 모두를 좋아하지 않는 학생은 15명 이었을 때, 에이핑크를 좋아하지 않고 소녀시대만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라. 【6점】

서술형 5.
세 수 $a, 4, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $a, 2, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. 【7점】

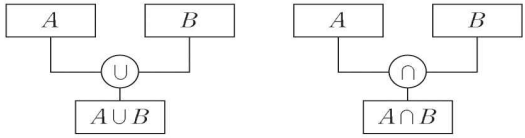
서술형 6.
첫째항부터 제3항까지의 합이 51, 첫째항부터 제10항까지의 합이 65인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 최대가 되는지 말하고 그 합을 구하여라. 【7점】

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2016학년도 2학기 1차고사	학번		점
수학II	실시일 : 10월 7일 실시교시 :		이름		수

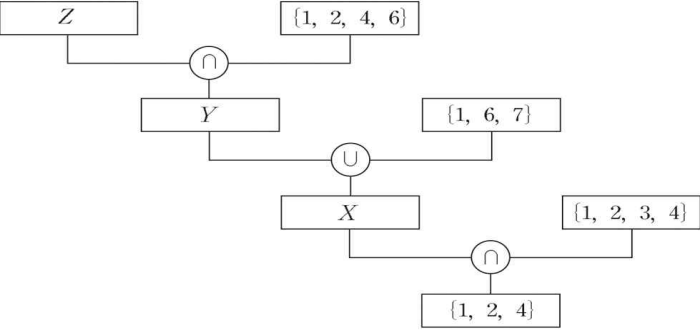
1. 다음 중 옳은 것은? [3.3점]

- ① $0 \in \{1, 2\}$ ② $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ③ $\emptyset \in \{0\}$
 ④ $\{1, 2\} \subsetneq \{1, 2\}$ ⑤ $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$

2. 두 집합 A, B의 합집합과 교집합을 다음 그림과 같이 나타내기로 하자.



아래 그림에서 세 집합 X, Y, Z는 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ 의 부분집합이다.



아래 보기 중 옳은 것을 고르면? [4.3점]

- ① $3 \in X$ ② $X = \{1, 2, 4, 6\}$
 ③ $\{2, 4\} \subset Z$ ④ $X \cap Y = \{2, 4\}$
 ⑤ $X \cup Z = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$

3. 세 조건 p, q, r에 대하여 $\sim p$ 는 q이기 위한 필요조건, $\sim r$ 는 q이기 위한 충분조건, r는 s이기 위한 충분조건이라고 할 때, 다음 명제 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은? [3.6점]

- ① $p \rightarrow r$ ② $p \rightarrow s$ ③ $p \rightarrow \sim q$
 ④ $\sim p \rightarrow q$ ⑤ $\sim q \rightarrow r$

4. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+2b)\left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면? [3.7점]

- ① 8 ② 12 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 25

5. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 을 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = |x| + 1$, $g(x) = ax^2 + b$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, 상수 a, b에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하면? [3.8점]

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

6. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x + 3$ 에 대하여 $(f \circ g)^{-1} \circ h = g$ 를 만족하는 함수 h가 있을 때, $h(2)$ 의 값을 구하면? [4.0점]

- ① -15 ② -12 ③ -10
 ④ -6 ⑤ -3

7. 분모가 0이 되지 않게 하지 않는 모든 실수 x에 대하여 등식

$$\frac{2}{x+3} \div \frac{x+1}{x+3} - \frac{3}{(x+1)(3x-2)} = \frac{ax+b}{(x+1)(3x-2)}$$

가 성립하도록 두 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은? [3.4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

8. 정의역이 $\{x \mid 2 \leq x \leq a\}$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 최솟값은 $\frac{9}{4}$ 이고, 최댓값은 M이다. 이때 상수 a, M의 합 $a+M$ 의 값은? [3.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

9. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 원점을 지나고, 점근선이 $x=3, y=2$ 일 때, 상수 $a+b-c$ 의 값은? [3.8점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

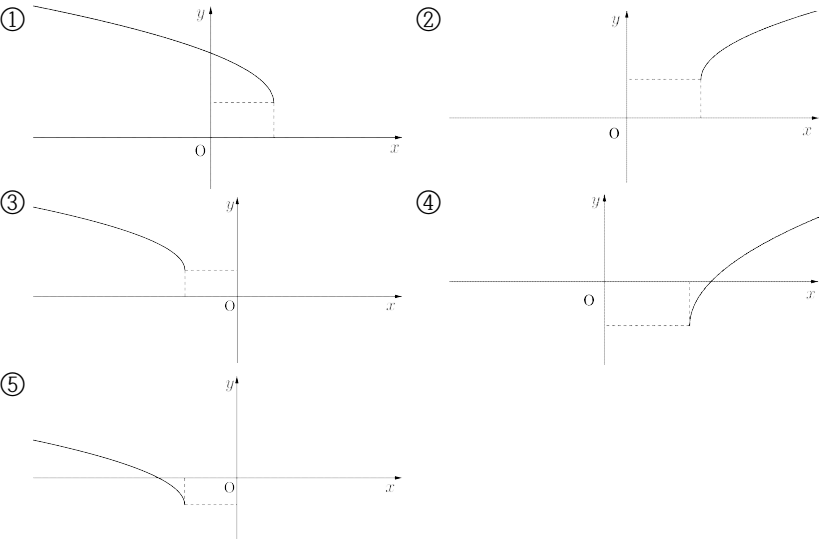
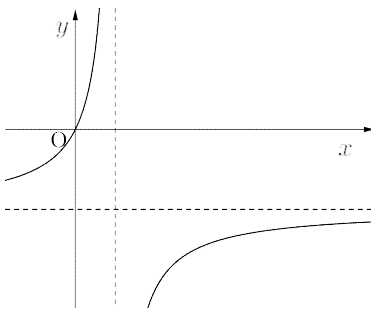
10. 무리함수 $f(x) = 3\sqrt{x-2} + k$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 최댓값은? [4.2점]

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11. 무리함수 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하였더니 점 (2, 3)를 지날 때, 상수 a의 값은? [3.9점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

12. 오른쪽 그림은 유리함수 $y = \frac{k}{x+a} + b$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, 함수 $y = \sqrt{kx+a} + b$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은? (단, a, b, k는 상수이다.) [4.3점]



과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2016학년도 2학기 1차고사	학번		점	
수학II	실시일 : 10월 7일 실시교시 :		이름		수	

13. 첫째항이 -56 , 공차가 4 인 등차수열에서 24 는 제 몇 항인가?
【3.3점】

- ① 제 19항
 ② 제 20항
 ③ 제 21항
- ④ 제 22항
 ⑤ 제 23항

14. 첫째항이 -3 , 공차가 4 인 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합은? **【3.3점】**

① 150
 ② 155
 ③ 160

④ 165
 ⑤ 170

15. 서로 다른 세 실수 $x, y, 4$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $4, x, y$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x+y$ 의 값은?
【3.9점】

① -2
 ② -1
 ③ 1

④ 2
 ⑤ 4

16. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족할 때, $\frac{a_4 \cdot a_9}{a_3 \cdot a_7}$ 의 값은? **【3.7점】**

(가) $a_2 = \frac{1}{2}, a_5 = 4$

(나) $(a_{n+1})^2 = a_n \cdot a_{n+2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$

- ① 1
 ② 2
 ③ 4
- ④ 8
 ⑤ 16

17. 등비수열 $\frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \dots$ 에 대하여 첫째항부터 제5항까지의 합을 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $b-a$ 의 값은?
 (단, a, b 는 서로소인 자연수) **【3.4점】**

① 51
 ② 55
 ③ 59

④ 63
 ⑤ 67

18. 첫째항부터 제6항까지의 합이 25 , 첫째항부터 제12항까지의 합이 200 인 등비수열의 첫째항부터 제18항까지의 합은? **【3.8점】**

① 1405
 ② 1415
 ③ 1425

④ 1435
 ⑤ 1445

단답형1
 전체집합 $U=\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A=\{3, 5, 10\}, A^C \cap B^C = \{1, 4, 6, 8\}$
 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. **【4.0점】**

단답형2
 $x > 0$ 에서 정의된 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 직사각형 $ROQP$ 의 넓이의 최솟값을 구하시오.
 (단, O 는 원점이다.) **【4.4점】**

단답형3
 라온이는 올해 9월 초에 2000만 원짜리 최신TV를 구입하는데 1000만원은 구입 시 현금으로 지불하고 나머지 1000만 원은 할부로 지불하기로 하였다. 구입한 날로부터 1개월 후부터 매달 일정한 금액을 36회로 나누어 갚는다면 매달 얼마씩 갚아야 하는지 구하여라. (단, $1.01^{36} = 1.4$, 월이율은 1%, 1개월마다의 복리로 계산.) **【4.3점】**

서술형1.
 명제 ‘ $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.’가 참임을 귀류법을 이용하여 증명하시오. (단, a^2 이 3의 배수이면, a 이 3의 배수임을 증명하지 않고 이용해도 된다.) **【6.0점】**

서술형2.
 두 함수 $y = \sqrt{2x+6}, y = x+k$ 의 그래프의 교점의 개수를 실수 k 값의 범위에 따라 구하는 과정을 서술하시오.**【7.0점】**

서술형3.
 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 2n + 5$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. **【7.0점】**

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2016학년도 2학기 1차고사	학번		점	
수학II	실시일 : 10월 7일 실시교시 :		이름		수	

2014학년도 정답지

1	⑤	2	④	3	②	4	③	5	①
6	⑤	7	①	8	②	9	③	10	④
11	⑤	12	⑤	13	③	14	②	15	①
16	④	단1	$\frac{19}{1024}$ 또는 $\frac{19}{2^{10}}$		단2	제3사분면 또는 Ⅲ(3)			

서술형 3번

(模範答案)

$f\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{5}-\left[\frac{2}{5}\right]=\frac{2}{5}$, ----- (1점)

$f^2\left(\frac{1}{5}\right)=f\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{5}-\left[\frac{4}{5}\right]=\frac{4}{5}$
 $f^3\left(\frac{1}{5}\right)=f\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{8}{5}-\left[\frac{8}{5}\right]=\frac{3}{5}$
 $f^4\left(\frac{1}{5}\right)=f\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{6}{5}-\left[\frac{6}{5}\right]=\frac{1}{5}$ } (2점)

즉, $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \dots$ 이 계속 반복되는 주기가 4인 함수가 된다. (1점)

따라서 $f^n\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값은 4이다. (1점)

(留意事項)

$f^4 = I$ (I 는 항등함수) 라고 설명하였으면 1점 감점
" n 이 4의 배수이면 $f^n\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$ "라는 설명이 있으면 인정
" n 이 4의 배수"라는 말 대신 " $n=4k$ "라고 했지만 k 가 자연수라는 설명이 빠져 있으면 1점 감점
f 부터 f^4 까지 차례로 계산했을 경우에는 득점인정, 하나라도 빠지면 각 1점 감점 (최대 3점 감점)

서술형 4번

(模範答案)

$f^{31}\left(\frac{1}{5}\right)=f^{4\times 7+3}\left(\frac{1}{5}\right)=f^3\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{5}$ 이므로 ----- (2점)

$m=3, n=5$ 이다. ----- (각1점)

따라서 $m+n=8$ 이다. ----- (1점)

(留意事項)

$f^{31}\left(\frac{1}{5}\right)=f^3\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{5}$ 임이 설명되어 있으면 2점
m 값과 n 값을 각각 바르게 구했으면 각각 1점씩
정답($m+n$ 의 값)이 맞으면 1점

서술형 5번

(模範答案)

$a_3 = a + 2d = 33, a_{10} = a + 9d = 19$ 이므로 $a = 37, d = -2$
따라서 $a_n = 37 + (n-1)d = -2n + 39$
 $a_n = -2n + 39 > 0$ 인 n 의 값의 범위는 $n < 19.5$ 이므로 제19항까지는 양수이고, 제20항부터는 음수이다.
첫째항부터 제19항까지의 합이 최대가 되며, 그 합 S_{19} 은
 $S_{19} = \frac{19\{2 \times 37 + (19-1) \times (-2)\}}{2} = 361$

(評價基準)

일반항을 구했으면	(3)점
항의 값이 양수가 되는 범위 ($n \leq 19$)를 구했으면	(1)점
S_{19} 를 바르게 구했으면 (정답이 맞았을 경우)	(1)점

(留意事項)

다른 방법으로 일반항을 구했어도 일반항이 맞으면 인정
일반항을 바르게 구하지 못했지만 공차 또는 첫째항이 맞았을 경우 각각 1점씩

서술형 6번

(模範答案)

$S_n = \frac{n\{2 \times 37 + (n-1) \times (-2)\}}{2} = \frac{-2n^2 + 76n}{2}$ 이므로
 $= -n^2 + 38n = 280$
 $n^2 - 38n + 280 = (n-10)(n-28) = 0$
따라서 $n=10$ 또는 $n=28$ 이므로 모든 n 의 값의 합은 38

(評價基準)

$S_n = -n^2 + 38n$ 을 바르게 구했으면 (논리적인 방법으로 구했으면 모두 인정함)	(2)점
$S_n = 280$ 을 만족하는 이차방정식 $n^2 - 38n + 280 = 0$ 을 풀어서 n 값을 구했으면	(2)점
모든 n 의 값의 합을 구했으면	(1)점

(留意事項)

첫항과 공차를 이용하여 S_n 을 구했어도 인정 (2점)
n 값을 구하지 않고 근과 계수와의 관계를 통해 두 근의 합을 구했어도 인정함 (3점)

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2016학년도 2학기 1차고사	학번		점	
수학II	실 시 일 : 10월 7일 실시교시 :		이름		수	

2015학년도 정답지

1	②	2	③	3	⑤	4	④	5	④
6	③	7	④	8	②	9	③	10	①
11	④	12	②	13	①	14	③	15	②
16	①	17	⑤	18	⑤	단1	$\sqrt{2}$		
단2	2					단3	1		

서술형 1번

1학년 전체학생의 집합을 U , 소녀시대를 좋아하는 학생의 집합을 A ,
 에이핑크를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하자.
 이 때 $n(U)=100$, $n(A)=52$, $n(B)=38$, $n((A\cup B)^C)=15$ 이고
 $n(A\cap B)=x$ 라고 하면 $n(A\cup B)=100-15=85$ 이고,
 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ 이므로 $85=52+38-x$ 이다.
 즉, $x=5$ 이다.
 따라서, 에이핑크를 좋아하지 않고 소녀시대만 좋아하는 학생 수는
 $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=52-5=47$ (또는
 $n(A\cup B)-n(B)=85-38=47$)이다.

집합 A, B 를 올바르게 정의 했을 경우	(1)점
$n(A\cup B)=85$ 임을 정확히 구했을 경우	(2)점
$n(A\cap B)=5$ 임을 정확히 구했을 경우	(2)점
소녀시대만 좋아하는 학생 수 $n(A-B)=47$ 를 정확히 구했 을 경우	(1)점

서술형 2번

세 수 $a, 4, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로
 $a+b=8$ ---①
 또 세 수 $a, 2, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로
 $ab=4$ ---②
 $\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=8^2-2\cdot 4=56$ ---③

① $a+b$ 의 값을 구한 경우	(2)점
② ab 의 값을 구한 경우	(2)점
③ a^2+b^2 의 값을 구한 경우	(3)점

서술형 3번

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라고 하면
 $S_3=\frac{3\{2a+(3-1)d\}}{2}=51$ ㉠
 $S_{10}=\frac{10\{2a+(10-1)d\}}{2}=65$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=20, d=-3$ ---①
 따라서 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은
 $a_n=20+(n-1)\times(-3)=-3n+23$ ---②

이때 $a_n=-3n+23<0$ 에서 $n>\frac{23}{3}=7.\times\times$ 이므로 처음으로 음수
 가 되는 항은 제8항이다.
 따라서 첫째항부터 제7항까지의 합이 최대가 된다. ---③
 그 때의 합은

$$S_7=\frac{7\{40+6\cdot(-3)\}}{2}=77$$

(또는 $S_7=\frac{7(20+2)}{2}=77$)이다. ---④

① 첫째항과 공차를 구한 경우 (각각 1점)	(2)점
② 일반항 a_n 을 구한경우	(2)점
③ 합이 최대가 되는 항을 구한 경우	(1)점
④ S_7 의 값을 구한 경우	(2)점

과 목 명	실시대상 : 1 학 년	2016학년도 2학기 1차고사	학번		점	
수학II	실시일 : 10월 7일 실시교시 :		이름		수	

2016학년도 정답지

1	②	2	③	3	④	4	④	5	①
6	①	7	①	8	⑤	9	②	10	④
11	②	12	⑤	13	③	14	①	15	②
16	④	17	⑤	18	③	단1	8		
단2	3+2√2					단3	35만원		

서술형 1번

√3 이 유리수라고 가정하면 [1점]

√3 = $\frac{n}{m}$ ($m \neq 0$) ①

인 서로소인 두 양의 정수 m, n 이 존재한다. [1점]

이때 ①의 양변을 제곱하면 $3 = \frac{n^2}{m^2}$ 이므로 $n^2 = 3m^2$ ②

여기서 n^2 이 3의 배수이므로 n 도 3의 배수이다.

$n = 3k$ (k 는 양의 정수)로 놓고 ②에 대입하면

$(3k^2) = 3m^2, m^2 = 3k^2$

여기서 m^2 이 3의 배수이므로 m 도 3의 배수이다. [3점]

즉, m, n 이 모두 3의 배수이므로 m, n 이 서로소라는 가정에 모순이다.

따라서 √3 은 유리수가 아니다. [1점]

(1) 유리수라고 가정하였는가? (귀류법을 이용한 증명)	1점
(2) √3 을 기약분수의 형태로 표현하였는가? (기약분수 미연급시 점수 없음)	1점
(3) 식을 정리하여 m, n 이 3의 배수임을 표현하였는가? (각 1.5점)	3점
(4) 모순을 이용하여 결론을 도출하였는가? (귀류법을 이용한 증명)	1점

서술형 2번

(i) 직선 $y = x + k$ 의 그래프가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$0 = -3 + k, k = 3$

(ii) 직선 $y = x + k$ 가 곡선 $y = \sqrt{2x + 6}$ 에 접할 때

$x + k = \sqrt{2x + 6}$ 에서 양변을 제곱하면

$(x + k)^2 = 2x + 6, x^2 + 2(k - 1)x + k^2 - 6 = 0$

이 방정식의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 6) = 0$

$\therefore k = \frac{7}{2}$

따라서 k 의 값의 범위에 따른 교점의 개수는

$k > \frac{7}{2}$ 일 때, 없다

$k < 3$ 또는 $k = \frac{7}{2}$ 일 때, 1개

$3 \leq k < \frac{7}{2}$ 일 때, 2개

(1) (i)을 구한 경우	1점
(2) $x + k = \sqrt{2x + 6}$ 의 식을 세운 경우	1점
(3) 판별식 D 를 이용하여 k 의 값을 구한 경우	2점
(4) $k > \frac{7}{2}$ 일 때를 구한 경우	1점
(5) $k < 3$ 또는 $k = \frac{7}{2}$ 일 때를 구한 경우	1점
(6) $3 \leq k < \frac{7}{2}$ 일 때를 구한 경우	1점

서술형 3번

(i) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 1 - 2 + 5 = 4$

(ii) $n \geq 2$ 일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - 2n + 5 - \{(n - 1)^2 - 2(n - 1) + 5\}$

$= n^2 - 2n + 5 - \{n^2 - 2n + 1 - 2n + 2 + 5\}$

$= n^2 - 2n + 5 - n^2 + 4n - 8$

$= 2n - 3$

따라서 $a_1 = 4, a_4 = 5$ 이므로 $a_1 + a_4 = 9$ 이다.

(1) (i) a_1 의 값을 정확히 구한 경우	2점
(2) (ii) $n \geq 2$ 일 때 일반항 a_n 을 올바르게 구한 경우	2점
(3) a_4 의 값을 정확히 구한 경우	2점
(4) $a_1 + a_4 = 9$ 를 정확히 구한 경우	1점