

평가원 기출03 - 미분

1) 방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3 이 되도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [1809 4점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

2) 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$$

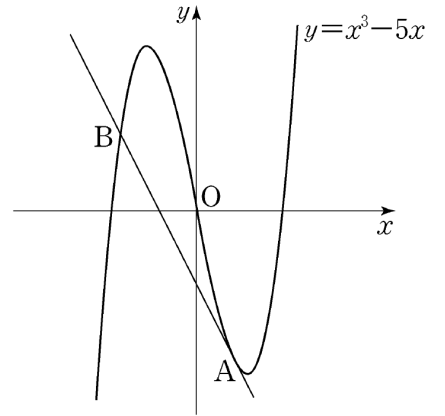
를 만족시킨다. $g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1) - f'(1)$ 의 값을 구하시오. [1411 4점]

3) $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $2x \leq f(x) \leq 3x$ 이다. $f(1) = 2$ 이고 $f(2) = 6$ 일 때, $f'(1) + f'(2)$ 의 값은? [1205예비 4점]

- ① 8
- ② 7
- ③ 6
- ④ 5
- ⑤ 4

4) 곡선 $y = x^3 - 4x$ 위의 점 $A(1, -4)$ 에서의 접선이 점 A 가 아닌 점 B 에서 곡선과 만난다. 선분 AB 의 길이는? [1206 4점]

- ① $\sqrt{30}$
- ② $\sqrt{35}$
- ③ $2\sqrt{10}$
- ④ $3\sqrt{5}$
- ⑤ $5\sqrt{2}$



5) 곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오. [1611 4점]

6) 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은? [1409 4점]

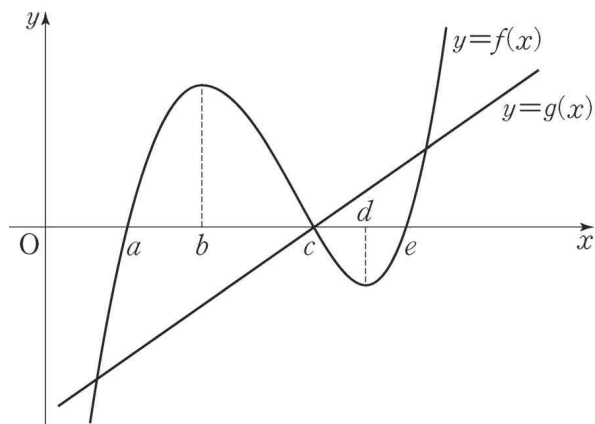
- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

7) 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P와 직선 $x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [1409 4점]

8) 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은? [1306 4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

9) 삼차함수 $y = f(x)$ 와 일차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(b) = f'(d) = 0$ 이다.



함수 $y = f(x)g(x)$ 는 $x = p$ 와 $x = q$ 에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p < q$) [1606 4점]

- ① $a < p < b$ 이고 $c < q < d$
- ② $a < p < b$ 이고 $d < q < e$
- ③ $b < p < c$ 이고 $c < q < d$
- ④ $b < p < c$ 이고 $d < q < e$
- ⑤ $c < p < d$ 이고 $d < q < e$

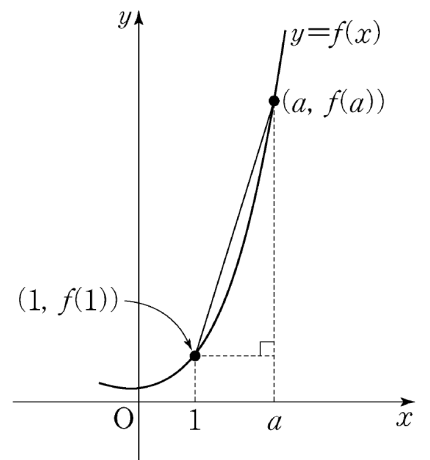
10) 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값은? [1109 4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

11) 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 3$ 이 열린 구간 $(-a, a)$ 에서 감소할 때, 양수 a 의 최댓값을 구하시오. [1506 4점]

12) 양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a 에 대하여 점 $(1, f(1))$ 과 점 $(a, f(a))$ 사이의 거리가 $a^2 - 1$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [1206 4점]

- ① 1
- ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ④ $\sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{3}$



13) 두 함수

$$f(x) = 3x^3 - x^2 - 3x, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + a$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [1506 4점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

14) 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가. $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.
 나. $f'(-3) = f'(3)$

다음에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [1609 4점]

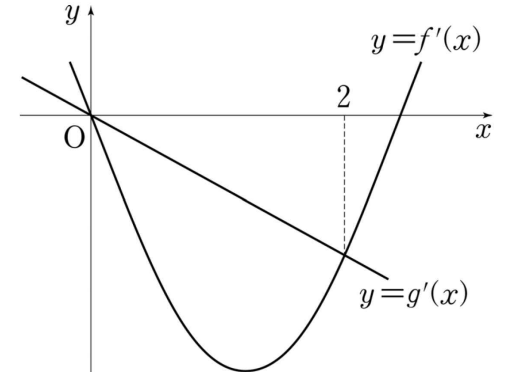
- ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x = 0$ 에서 최솟값을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15) 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하자. $f(0) = g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [1106 4점]

- ㄱ. $0 < x < 2$ 에서 $h(x)$ 는 감소한다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $h(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

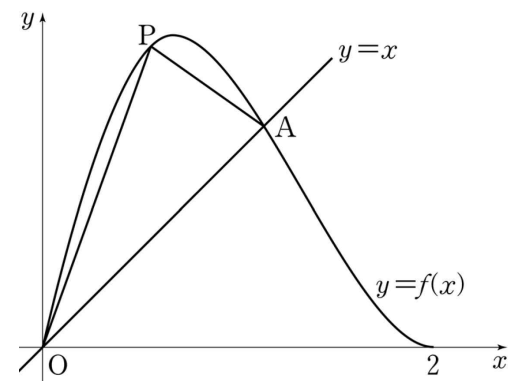


16) 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의 교점 중 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하자. 점 P 가 원점으로부터 점 A 까지 곡선 $y = f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 최대가 되는 점 P 의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [1209 4점]

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{17}{12}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{19}{12}$



17) 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 a^2+b^2 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [1309 4점]

- ① $\frac{21}{4}$
- ② $\frac{43}{8}$
- ③ $\frac{11}{2}$
- ④ $\frac{45}{8}$
- ⑤ $\frac{23}{4}$

18) 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(3x-x^3) & (x < 0) \\ x^3-ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$ 의 값은? (단 a 는 상수이다.) [1306 4점]

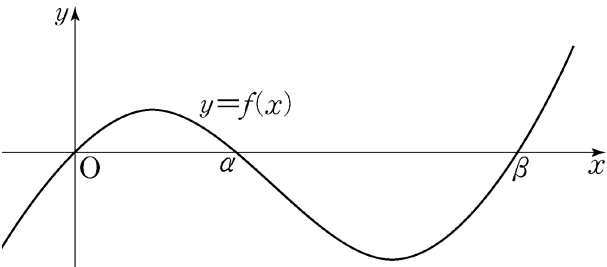
- ① 5
- ② 7
- ③ 9
- ④ 11
- ⑤ 13

19) 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ ($0 < \alpha < \beta$)와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$$

라고 하자. $a < 0, \alpha < b < \beta$ 일 때, 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [1006 4점]

ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$ 는 실근을 갖는다.
 ㄴ. $g(b)>f(a)$
 ㄷ. $g(a)>f(b)$



- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20) 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

가. $f(\alpha)=g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$ 인 실수 α 가 존재한다.
 나. $f'(\beta)=g'(\beta)=16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [1706 4점]

1) 답 : ②

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ 라 하자.

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3) = 0$ 에서 $x = -1, 3$ 이므로

$f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극댓값 $f(-1) = 5$,

$x = 3$ 에서 극솟값 $f(3) = -27$ 을 갖는다.

$f(x) = k$ 가 서로 다른 세 개의 실근을 갖기 위해서는 k 가 $f(x)$ 의 극솟값과 극댓값 사이의 가져야 하므로 $-27 < k < 5$ 가 된다.

따라서 정수 k 의 최댓값은 4이다.

2) 답 : 16

함수 $g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극솟값 24를 가지므로 $g(1) = 24, g'(1) = 0$

$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$ 에서 $g(1) = 3f(1) = 24$ 이므로 $f(1) = 8$

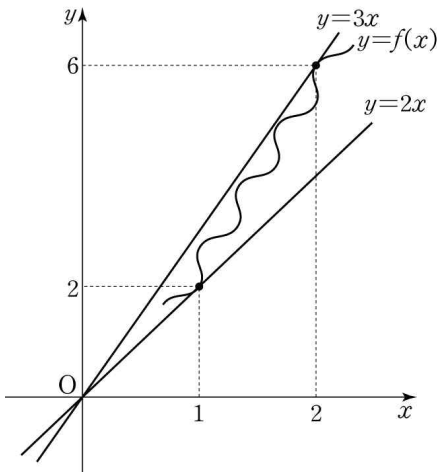
또, $g'(x) = 3x^2 f(x) + (3x^2 + 2)f'(x)$ 이므로

$g'(1) = 3f(1) + 3f'(1) = 0$ 에서 $f'(1) = -8$

$\therefore f(1) - f'(1) = 8 - (-8) = 16$

3) 답 : ④

$x > 0$ 에서 $f(x)$ 가 미분가능하고, $2x \leq f(x) \leq 3x, f(1) = 2, f(2) = 6$ 이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같이 두 직선 $y = 2x$ 와 $y = 3x$ 사이에 존재한다.



$y = 2x$ 에서 $y' = 2$

$y = 3x$ 에서 $y' = 3$

이므로 $f'(1) = 2, f'(2) = 3$

$\therefore f'(1) + f'(2) = 5$

4) 답 : ④

곡선 $y = f(x) = x^3 - 5x$, 접선은 $g(x)$ 라 하면 $f'(1) = -2$ 이므로 $g(x) = -2x - 2$ 이다.

$f(x)$ 와 $g(x)$ 를 연립하면 $(x-1)^2(x+2) = 0$

$\therefore B(-2, 2)$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

5) 답 : 2

$y' = 3x^2 - a$ 이므로 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는 $3 - a$ 이다.

따라서, 이 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이므로

$$(3-a) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1, 3-a = 2$$

즉, $a = 1$ 이다.

또한, 점 $(1, 1)$ 은 곡선 $y = x^3 - x + b$ 위의 점이므로

$$1 = 1^3 - 1 + b$$

$$b = 1$$

따라서, $a + b = 2$ 이다.

6) 답 : ①

$f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 에서 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ 이므로

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$

따라서, 모든 극값의 곱이 -4 이므로 $f(0) \times f(2) = a(a-4) = -4$

$$a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$\therefore a = 2$

7) 답 : 5

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3} \quad (x > 0) \text{에서 } y' = x^2$$

또한 직선 $y = x - 10$ 은 기울기가 1이므로 $x^2 = 1$ 에서 $x = 1$

따라서 $y = \frac{1}{3} + \frac{11}{3} = 4$ 이므로 점 P의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

$\therefore a + b = 5$

8) 답 : ②

y 를 x 에 대하여 미분하면 $y' = 3x^2 - 6x + 1$ 이다.

따라서 점 A에서의 접선의 기울기는

$$y' = 3x^2 - 6x + 1 \big|_{x=3} = 10 \text{ 이다. 또,}$$

$$3x^2 - 6x + 1 = 10,$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -1, 3$$

즉, 점 B의 x좌표는 -1 이다.

따라서 점 B에서의 접선의 방정식은

$$y - (-4) = 10(x - (-1))$$

$$y = 10x + 6$$

이다. 곧, y절편은 6이다.

9) 답 : ②

$f(x) = m(x-a)(x-c)(x-e), g(x) = n(x-c)$ (m, n 은 양수)

라 놓으면 $f(x)g(x) = mn(x-a)(x-c)^2(x-e)$ 이고

그래프의 개형으로부터 $a < x < b$ 인 구간과 $d < x < e$ 인 구간에서 극솟값을 가짐을 알 수 있다.

10) 답 : ①

역함수가 존재하려면 증가함수가 되어야 한다.

$$\text{그러므로 } f'(x) = x^2 - 2ax + 3a \geq 0$$

$$D/4 = a^2 - 3a \leq 0 \quad \therefore 0 \leq a \leq 3$$

따라서 a 의 최댓값은 3이다.

11) 답 : 3

$f'(x) = x^2 - 9 = 0$ 으로부터 $y = f(x)$ 는

$x = 3, -3$ 일 때 각각 극솟값과 극댓값을 가짐을 알 수 있다.

따라서 구하고자 하는 양수 a 의 최댓값은 3이다.

12) 답 : ⑤

$x > 1$ 일 때 $\sqrt{(x-1)^2 + \{f(x) - f(1)\}^2} = x^2 - 1$ 에서

$$f(x) - f(1) = (x-1)\sqrt{x(x+2)} \text{ 이므로}$$

$$\therefore f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x(x+2)} = \sqrt{3}$$

13) 답 : ①

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x^3 - x^2 - 3x = x^3 - 4x^2 + 9x + a$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 - 12x = a$$

$$h(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \text{라 놓으면}$$

$$h'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \text{ 이므로}$$

$x = -2$ 일 때 극댓값 20을 갖고,
 $x = 1$ 일 때 극솟값 -7 을 가짐을 알 수 있다.
 $y = h(x)$ 와 $y = a$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖기 위해서는 $-7 < a < 0$ 을 만족해야 한다.

14) 답 : ⑤

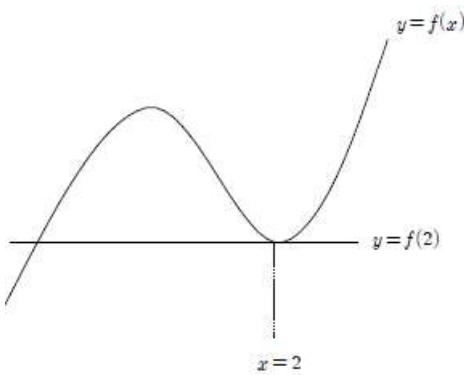
ㄱ. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)라고 하면
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 이므로 $f'(-3) = f'(3)$ 에서 $b = 0$ 이고
 $x = -2$ 에서 극댓값을 가지므로 $f'(-2) = 12a + c = 0$ 에서 $c = -12a$ 이다.

따라서, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 3ax^2 - 12a$ ($a > 0$)

이므로 $f'(x)$ 는 $x = 0$ 에서 최솟값을 갖는다. (참)

ㄴ. $f'(x) = 3ax^2 - 12a = 3a(x+2)(x-2)$

이고 조건 (가)에 의하여 삼차함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다. 따라서, 그림과 같이 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)



ㄷ. ㄱ, ㄴ에서 $f(x) = ax^3 - 12ax + d$ ($a > 0$)

$f'(x) = 3ax^2 - 12a$ 이므로 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선의 방정식은
 $y - (11a + d) = -9a(x + 1)$

$y = -9ax + 2a + d \cdots \textcircled{A}$

㉠에 점 $(2, f(2))$ 즉, $(2, -16a + d)$ 를 대입하면 등식이 성립하므로 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선의 방정식은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

15) 답 : ③

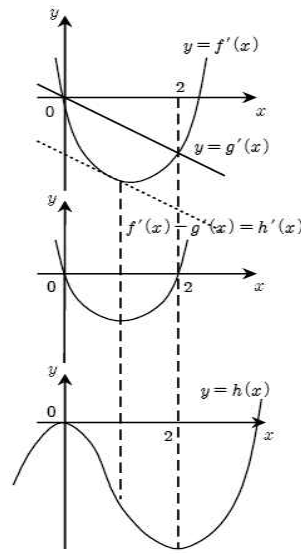
$h(x) = f(x) - g(x)$ 라 놓으면

$h'(x) = f'(x) - g'(x)$ 이므로 증감표를 구하여 보자.

x	\cdots	0	\cdots	2	\cdots
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	\nearrow	극대(0)	\searrow	극소	\nearrow

위 증감표에서 구간 $(0, 2)$ 에서 $y = h(x)$ 는 감소한다. 또한 $x = 0$ 에서 극댓값, $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.

따라서 다음과 같은 그래프가 된다.



ㄱ. $0 < x < 2$ 에서 $h'(x) < 0$ 이므로 $h(x)$ 는 감소한다. (참)

ㄴ. $h(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다. (참)

ㄷ. $h(x)$ 은 중근과 실근 한 개를 가지므로 서로 다른 두 실근을 갖는다. (거짓)

16) 답 : ②

삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되려면 점 P에서 직선 $y = x$ 까지의 거리가 최대이어야 한다.

이때, 점 P에서 접선은 직선 $y = x$ 와 평행이므로 $f'(x) = 1$ 에서

$$a\{(x-2)^2 + 2x(x-2)\} = 1$$

$$3ax^2 - 8ax + 4a - 1 = 0$$

이 이차방정식의 한 근이 $x = \frac{1}{2}$ 이므로

$$3a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 8a \cdot \frac{1}{2} + 4a - 1 = 0$$

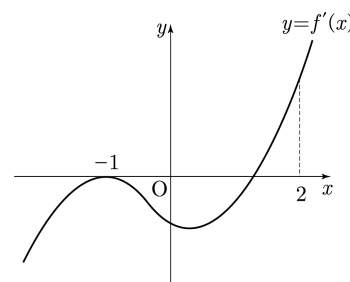
$$\frac{3}{4}a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

~17) 답 : ③

함수 $y = f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하므로 이 구간에서 $f'(x) \leq 0$ 이어야 한다. 또한, 함수 $y = f(x)$ 가 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하므로 이 구간에서 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.

그런데 $f'(1) = 0$ 이므로 삼차함수 $y = f'(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같아야 한다.



$f'(x)$ 는 $(x+1)^2$ 을 인수로 가지므로 방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 은 $x = -1$ 을 근으로 갖는다.

$$1 - a + b = 0 \quad \therefore b = a - 1$$

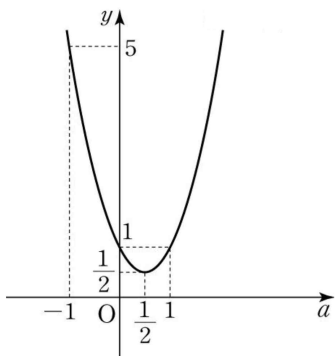
또한, $f'(0) \leq 0$, $f'(2) \geq 0$ 이므로 $f'(0) = b = a - 1 \leq 0$

$$f'(2) = 3(4 + 2a + b) = 3(3a + 3) \geq 0$$

$$\therefore -1 < a < 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = a^2 + (a-1)^2 = 2a^2 - 2a + 1 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$(-1 \leq a \leq 1)$$



따라서 $a^2 + b^2$ 은 $a = \frac{1}{2}$ 일 때, 최솟값 $\frac{1}{2}$ 를 갖는다.

18) 답 : ⑤

$$f(x) = \begin{cases} a(3x - x^3) & (x < 0) \\ x^3 - ax & (x \geq 0) \end{cases} \text{에서 } f'(x) = \begin{cases} a(3 - 3x^2) & (x < 0) \\ 3x^2 - a & (x \geq 0) \end{cases} \text{이다.}$$

a 의 부호에 따라서 도함수의 그래프가 달라지기 때문에 a 의 범위를 나누어야 한다.

(i) $a = 0$ 일 때는 $f'(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 3x^2 & (x \geq 0) \end{cases}$ 이 되어서 $f(x)$ 의 극댓값이 발생하지 않는다.

(ii) $a > 0$ 일 때는 $x = -1, \sqrt{\frac{a}{3}}$ 에서 $f(x)$ 가 극솟값을 가지고 $x = 0$ 에서 극댓값을 가지지만 그 값이 0이므로 문제의 조건을 만족시키지 못한다.

(iii) $a < 0$ 일 때는 $x = -1$ 에서 극댓값을 갖는다.

이상에서 $f(-1) = a(-3 + 1) = 5$, $a = -\frac{5}{2}$ 이다.

$$\therefore f(2) = 2^3 + \frac{5}{2} \cdot 2 = 13$$

19) 답 : ④

ㄱ. $g(x) = f(a)$ 에서 $b - a > 0$ 이므로

$$f(a) + (b - a)f'(a) = f(b)$$

$$(b - a)f'(a) = 0$$

$$f'(a) = 0$$

이때, $y = f(x)$ 의 그래프는 극댓값과 극솟값을 을 가지므로 방정식 $f'(x) = 0$ 은 실근을 갖는다. (참)

$$\text{ㄴ. } g(b) - f(a) = \{f(a) + (b - a)f'(b)\} - f(a) = (b - a)f'(b)$$

이때, $b - a > 0$ 이고 $y = f(x)$ 가 감소하는 구간에서는 $f'(b) < 0$ 이므로 $(b - a)f'(b) < 0$

그러므로 $g(b) > f(a)$ 라고 할 수 없다. (거짓)

$$\text{ㄷ. } g(a) - f(b) = \{f(a) + (b - a)f'(a)\} - f(b)$$

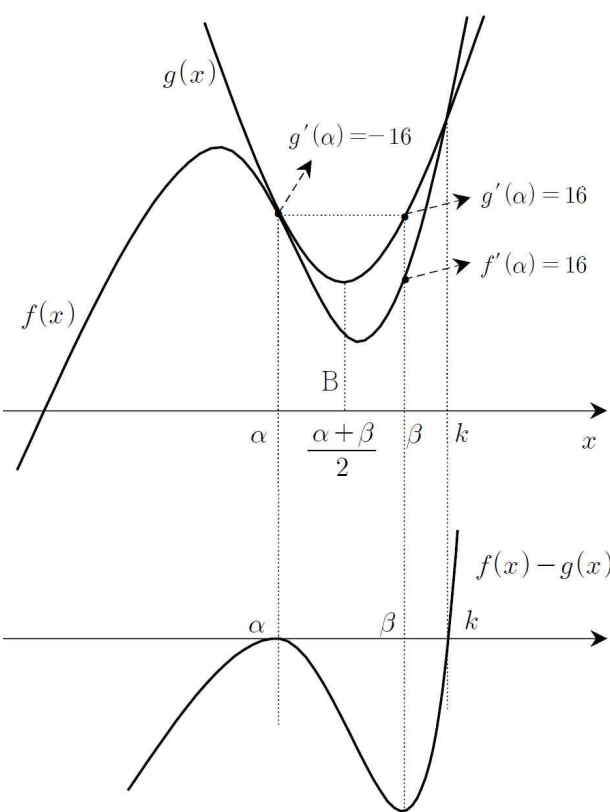
$$= (b - a) \left\{ f'(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right\}$$

이때, $b - a > 0$ 이고 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기 $f'(a)$ 는 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 잇는 직선의 기울기 보다 항상 크므로

$$f'(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} > 0$$

그러므로 $g(a) > f(b)$ (참)

20) 답 : 243



$f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha)$ 이므로

$f(x) - g(x) = (x - \alpha)^2(x - k)$ 라 하면

$$f'(x) - g'(x) = 3(x - \alpha) \left(x - \frac{2k + \alpha}{3} \right) \quad \dots \textcircled{\alpha}$$

한편

$f'(\alpha) = g'(\alpha), f'(\beta) = g'(\beta)$ 이므로

$$f'(x) - g'(x) = 3(x - \alpha)(x - \beta) \quad \dots \textcircled{\beta}$$

$$\textcircled{\alpha}, \textcircled{\beta} \text{에서 } \frac{2k + \alpha}{3} = \beta \text{에서 } k = \frac{3\beta - \alpha}{2}$$

$$\therefore f(x) - g(x) = (x - \alpha)^2 \left(x - \frac{3\beta - \alpha}{2} \right) \quad \dots \textcircled{\gamma}$$

$g'(\alpha) = -16, g'(\beta) = 16$ 이므로

$$g(x) = 2 \left(x - \frac{\alpha + \beta}{2} \right)^2 + c$$

$$g'(x) = 4 \left(x - \frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$g'(\beta) = 16 \text{에서 } \beta - \alpha = 8 \quad \dots \textcircled{\delta}$$

구하는 값은 $\textcircled{\gamma}, \textcircled{\delta}$ 에 의해

$$g(\beta + 1) - f(\beta + 1) = -(\beta + 1 - \alpha)^2 \left(\beta + 1 - \frac{3\beta - \alpha}{2} \right) = 243$$