

## 정답

1-(1). -4374	1-(2). 1664	2-(1). 2	2-(2).
$-\frac{1}{3}$	2-(3). -3	3-(1). 6	3-(2). -7 4. ④
5. ②	6. 제61항	7. ②	8. ② 9. ③ 10.
11. ⑤	12. ③	13. 254	14. ① 15. ④ 16.
2425	17-(1). 3	17-(2).	$\frac{5}{3}$ 18. ① 19. ①
20. 1248000 원	21. 1500000 원	22. ②	23. 56
억 원	24. ③	25-(1). 2+4+6+8	25-(2).
3+9+27+81+243	25-(3).	3+5+7+9	
26-(1). 62	26-(2). 30	27. ②	28. ④ 29.
$3^{11}+17$	30-(1). 2865	30-(2).	2989 31. 100
32. $\frac{2}{25}$	33. 제89항	34. ①	35. 1925 36. ⑤
37. ③	38. ④	39. ②	40. 68 41. ⑤ 42. ②
43. 5	44. ④	45. $\frac{485}{8}$ L	46. 55 47. ③ 48.
(?) : 1 (4) : 1+2+3+...+k+1	49. ③	50. 풀	
이참조			

물이

1-(1)  
(정답)  $-4374$   
(풀이)  $a_1 = 2 \cdot (-3)$ ,  $a_2 = 2 \cdot (-3)^2$ ,  
 $a_3 = 2 \cdot (-3)^3$ ,  
 $a_4 = 2 \cdot (-3)^4$ ,  $a_5 = 2 \cdot (-3)^5$ , ...  
이므로  $a_7 = 2 \cdot (-3)^7 = -4374$

2-(1)  
(정답)  $1664$   
(풀이)  $a_1 = 2 \cdot (-3)$ ,  $a_2 = 2 \cdot (-3)^2$ ,  
 $a_3 = 2 \cdot (-3)^3$ ,  
 $a_4 = 2 \cdot (-3)^4$ ,  $a_5 = 2 \cdot (-3)^5$ , ...  
이므로  $a_7 = 2 \cdot (-3)^7 = -4374$

2-(2)  
(정답)  $-\frac{1}{3}$   
(풀이)

2-(3)

(정답) - 3  
(풀이)

3-(1)

(정답) 6  
(풀이)

3-(2)

(정답) - 7  
(풀이)

## 4

(정답) ④  
(풀이)

## 5

(정답) ②  
(풀이)  $a_2 + a_6 = (a + d) + (a + 5d),$   
 $= 2a + 6d = 20$   
 $a_{14} + a_{17} = (a + 13d) + (a + 16d)$   
 $= 2a + 29d = 66$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  
 $a = 4, d = 2$   
 $\therefore a_{11} = 4 + 10 \cdot 2 = 24$

## 6

(정답) 제 61항  
(풀이)  $a_{31} = a + 30d = 85$ ,  $a_{45} = a + 44d = 127$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  
 $a = -5$ ,  $d = 3$   
 $\therefore a_n = 3n - 8$   
이때  $175 = 3n - 8$  에서  $n = 61$   
따라서 175는 제 61항이다.

## 7

(정답) ②  
(풀이)  $f(0)=1, f(1)=a+b+2,$   
 $f(2)=4a+2b+9$  가 이 순서대로 등차수열을 이루므로  
 $2(a+b+2)=1+(4a+2b+9)$   
 $\therefore a=-3$

## 8

(정답) ②  
(풀이)  $x = n + \alpha$  ( $0 \leq \alpha < 1$ ) 에서  $\alpha, n, x$  가  
이 순서대로 등차수열을 이루므로  
 $2n = \alpha + x, \quad 2n = n + 2\alpha$   
 $\therefore n = 2\alpha$   
따라서  $\alpha = \frac{1}{2}, n = 1$  이므로  $x = \frac{3}{2}$

## 9

(정답) ③  
(풀이)

## 10

(정답)  
(풀이)

4  
등차수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = 16 + (n-1) \cdot (-5) = -5n + 21$$

$-5n + 21 = 0$  에서  $n = 4.2$

이때  $a_4 = -5 \cdot 4 + 21 = 1$  ,

$a_5 = -5 \cdot 5 + 21 = -4$  이므로

$$|a_4| < |a_5|$$

따라서  $|a_n|$ 의 값이 최소가 되는 자연수  $n$   
의 값은 4이다.

## 11

(정답) ⑤  
(풀이)

## 12

(정답) ③  
(풀이)

## 13

(정답)  
(풀이)

$$\begin{aligned}
 & 254 \\
 & a_1 = S_1 = 4 \\
 & n \geq 2 \text{ 일 때} \\
 & a_n = S_n - S_{n-1} \\
 & \quad = (n^2 + 2n + 1) \\
 & \quad \quad - \{ (n-1)^2 + 2(n-1) + 1 \} \\
 & \quad = 2n + 1 \\
 & \therefore a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{21} \\
 & = 4 + \frac{10(2 \cdot 7 + 9 \cdot 4)}{2} = 254
 \end{aligned}$$

## 14

(정답) ①  
(풀이)

## 15

(정답) ④ 주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라고 하면

$$a_n = -20 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 23$$

$a_n$ 이 처음으로 양수가 되는 것은  $a_n > 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값이 최소일 때이다.

$3n-23 > 0$  에서  $n > \frac{23}{3} = 7.666 \cdots$   
 즉 수열  $\{a_n\}$  은 제8항부터 양수이므로 첫  
 짝항부터 제7항까지의 합이 최소가 된다.  
 따라서  $a_7 = 3 \cdot 7 - 23 = -2$  이므로 구하  
 는 최솟값은  $S_7 = \frac{7(-20-2)}{2} = -77$

## 16

(정답)  
(풀이)

2425

**해결 과정**  $n = 1$ 일 때,

$$a_1 = S_1 = 2 \cdot 1^2 - 1 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$n \geq 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2n^2 - n - \{2(n-1)^2 - (n-1)\}$$

$$= 4n - 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$ 은  $\textcircled{8}$ 에  $n = 1$ 을 대입하여 얻은 값과 같으므로 주어진 수열의 일반항은

$$a_n = 4n - 3 \quad \bullet \text{ 60\% 배점}$$

**답 구하기**

따라서  $a_1 = 1, a_{49} = 193$  이므로

$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{49}$  는 첫째항이 1, 제 25항이 193인 등차수열의 첫째항부터 제25항까지의 합과 같다.

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{49} \quad \bullet \text{ 40\% 배점}$$

$$= \frac{25(1+193)}{2} = 2425$$

17-(1)

(정답) 3  
(풀이)

17-(2)

(정답)  $\frac{5}{3}$   
(풀이)

18  
(정답) ①  
(풀이)  $a_n = 1000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < 1$  일 때,  $b_n$ 의 값은 감소하므로  
 $1000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < 1 \quad \therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{1}{1000}$   
따라서  $n \geq 11$ 일 때,  $b_n$ 의 값이 감소하므로  $n = 10$ 일 때  $b_n$ 의 값은 최대이다.

19  
(정답) ①  
(풀이)  $x(x-2)^2 = k$  에서  
 $x^3 - 4x^2 + 4x - k = 0$   
이 방정식의 세 근을  $a, ar, ar^2$  이라고 하면  
 $a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 4,$   
 $a \cdot ar + ar \cdot ar^2 + ar^2 \cdot a = a^2r(1 + r + r^2) = 4$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  
 $ar = 1$   
 $\therefore k = a \cdot ar \cdot ar^2 = a^3r^3 = 1$

20  
(정답) 1248000 원  
(풀이)

21  
(정답) 1500000 원  
(풀이)

22  
(정답) ②  
(풀이)  $S_4 = \frac{a(r^4 - 1)}{r - 1} = 30,$   
 $S_8 = \frac{a(r^8 - 1)}{r - 1} = 510$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  
 $a = 2, r = 2 (\because r > 0) \quad \therefore a + r = 4$

23  
(정답) 56억 원  
(풀이) **해결 과정**  $5 \cdot r^4 = 20$  에서  $r = \sqrt{2}$   
올해부터 4년 후까지 5년 동안의 연구비의 총액은 첫째항이 5, 공비가  $\sqrt{2}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합이다.  
• 60% 배점  
**답 구하기** 따라서  $\frac{5\{(\sqrt{2})^5 - 1\}}{\sqrt{2} - 1} \approx 56$  이므로 구하는 연구비의 총액은 56억 원이다.  
• 40% 배점

24  
(정답) ③  
(풀이) 매월 초에 100만 원씩 12개월 동안 월이율 10%의 복리로 적립한 적립금의 원리합계는  
 $100(1 + 0.1) + 100(1 + 0.1)^2 + \dots + 100(1 + 0.1)^{12}$   
 $= \frac{100 \times 1.1 \times (1.1^{12} - 1)}{1.1 - 1}$   
 $= \frac{100 \times 1.1 \times (3.1 - 1)}{0.1}$   
 $= 2310$  (만 원)  
따라서 구하는 적립금의 원리합계는 2310만 원이다.

25-(1)  
(정답) 2 + 4 + 6 + 8  
(풀이)

25-(2)  
(정답) 3 + 9 + 27 + 81 + 243  
(풀이)

25-(3)  
(정답) 3 + 5 + 7 + 9  
(풀이)

26-(1)  
(정답) 62  
(풀이)

26-(2)  
(정답) 30  
(풀이)

27  
(정답) ②  
(풀이)  $\sum_{k=1}^{100} \frac{2^k - 3^k}{4^k} = \sum_{k=1}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^k - \sum_{k=1}^{100} \left(\frac{3}{4}\right)^k$   
 $= \frac{\frac{1}{2} \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{100}\right\}}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{4} \left\{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{100}\right\}}{1 - \frac{3}{4}}$   
 $= -2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{100} + 3\left(\frac{3}{4}\right)^{100}$   
 $\therefore a = -2, b = -1, c = 3$   
 $\therefore ab - c = -1$

28  
(정답) ④  
(풀이)  $\left[\frac{n}{4}\right] \quad (n = 1, 2, 3, \dots, 40)$  에서  
 $n = 1, 2, 3$  일 때,  $\left[\frac{n}{4}\right] = 0$   
 $n = 4, 5, 6, 7$  일 때,  $\left[\frac{n}{4}\right] = 1$   
 $\vdots$   
 $n = 36, 37, 38, 39$  일 때,  $\left[\frac{n}{4}\right] = 9$   
 $n = 40$ 일 때,  $\left[\frac{n}{4}\right] = 10$   
 $\therefore \sum_{n=1}^{40} \left[\frac{n}{4}\right] = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 9) + 10 = 190$

29  
(정답) 3<sup>11</sup> + 17  
(풀이) **해결 과정**  
 $a_n = 4^n + 3^n + 2^n + 2, b_n = 4^n - 3^n + 2^n$   
이므로 • 60% 배점  
**답 구하기**  
 $\sum_{n=1}^{10} (a_n - b_n)$   
 $= \sum_{n=1}^{10} (2 \cdot 3^n + 2) = 3^{11} + 17$   
• 40% 배점

30-(1)  
(정답) 2865  
(풀이)

30-(2)  
(정답) 2989  
(풀이)

31  
(정답) 100  
(풀이)  $\sum_{k=1}^4 a_{5k-1} = a_4 + a_9 + a_{14} + a_{19} = 50$  에서  
 $4a + 42d = 50 \quad \dots\dots\textcircled{\text{A}}$   
 $\sum_{k=1}^4 a_{5k-2} = a_3 + a_8 + a_{13} + a_{18} = 30$  에서  
 $4a + 38d = 30 \quad \dots\dots\textcircled{\text{B}}$   
 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 을 연립하여 풀면  
 $a = -40, d = 5$   
 $\therefore a_n = -40 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 45$   
 $\therefore \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = \sum_{k=1}^{10} (10k - 45) = 100$

32  
(정답)  $\frac{2}{25}$   
(풀이) **해결 과정**  
 $a_n = (n^2 + 4n) - \{(n-1)^2 + 4(n-1)\}$   
 $= 2n + 3 \quad \bullet \text{ 60\% 배점}$   
**답 구하기**  $\therefore \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$   
 $= \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(2k+3)(2k+5)}$   
 $= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{10} \left( \frac{1}{2k+3} - \frac{1}{2k+5} \right) = \frac{2}{25}$   
• 40% 배점

33  
(정답) 제89항  
(풀이) 주어진 수열을  
(1), (1, 2, 1), (1, 2, 3, 2, 1), ...  
과 같이 생각하면 8은 제8묶음에서 한 번 나타나고 제9묶음부터는 각 묶음에서 두 번씩 나타난다.  
따라서 네 번째로 나타나는 8은 제10묶음의 8번째 항이므로 제89항이다.

34  
(정답) ①  
(풀이)  $\sum_{k=1}^{79} \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k+2}}$   
 $= \sum_{k=1}^{79} (\sqrt{k+2} - \sqrt{k+1})$   
 $= 9 - \sqrt{2}$

35  
(정답) 1925  
(풀이)  $a_n + b_n = 3n, a_n b_n = 2n^2$  이므로  
 $\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + b_k^2) = \sum_{k=1}^{10} \{(a_k + b_k)^2 - 2a_k b_k\}$   
 $= \sum_{k=1}^{10} 5k^2 = 1925$

36

(정답)  
(풀이)

⑤ 주어진 수열의 제 $n$ 항을  $a_n$ 이라고 하면

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}} = \sqrt{n+2} - \sqrt{n} \\ \therefore \sum_{k=4}^{79} a_k &= \sum_{k=4}^{79} (\sqrt{k+2} - \sqrt{k}) \\ &= \sum_{k=1}^{79} (\sqrt{k+2} - \sqrt{k}) - \sum_{k=1}^3 (\sqrt{k+2} - \sqrt{k}) \\ &= (\sqrt{6} - \sqrt{4}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + (\sqrt{8} - \sqrt{6}) \\ &\quad + \cdots + (\sqrt{80} - \sqrt{78}) + (\sqrt{81} - \sqrt{79}) \\ &= -\sqrt{4} - \sqrt{5} + \sqrt{80} + \sqrt{81} \\ &= -2 - \sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 9 \\ &= 7 + 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

37

(정답)  
(풀이)

③  $S_n = 1 + 2 + 3 \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^8 S_k &= \sum_{k=1}^8 \frac{k(k+1)}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 (k^2 + k) \\ &= \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^8 k^2 + \sum_{k=1}^8 k \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{8 \cdot 9 \cdot 17}{6} + \frac{8 \cdot 9}{2} \right) = 120 \end{aligned}$$

38

(정답)  
(풀이)

④  $a_{11} = a_{10} + 11$ ,  $a_{10} = a_9 + 10$  에서  
 $a_{11} - a_9 = 21$

39

(정답)  
(풀이)

②  $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$  에서  
 $(a_{n+2} - a_{n+1}) = 3(a_{n+1} - a_n)$   
 $a_{n+1} - a_n = 3^n \quad \therefore a_{10} - a_9 = 3^9$

40

(정답)  
(풀이)

68  $a_{n+1} = na_n$  에  $n = 1, 2, 3, \cdots$  을 차례대로  
대입하여 변끼리 곱하면  
 $a_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot (n-1) \cdot 2$   
이때  $240 = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  이므로  
 $a_6, a_7, a_8, \cdots, a_{2015}$  는 모두 240으로 나누  
어떨어진다.  
즉  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2015}$  의 나머지는  
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$  를 240으로 나누었을  
때의 나머지와 같으므로  
 $2 + 2 + 4 + 12 + 48 = 68$  이다.

41

(정답)  
(풀이)

⑤  $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2a_n + 1}{a_n} = \frac{1}{a_n} + 2$  에서  
 $\frac{1}{a_n} = 2n + 1$   
 $\therefore \sum_{k=1}^{10} (2k + 1) = 120$

42

(정답)  
(풀이)

②  $(n+1)(S_{n+1} - S_n) = 2S_n$  에서  
 $S_{n+1} = \frac{n+3}{n+1} S_n$   
 $\therefore S_n = \frac{(n+1)(n+2)}{6}$   
 $\therefore a_{10} = S_{10} - S_9 = \frac{11}{3}$

43

(정답)  
(풀이)

5  
해결 과정  
 $a_2 = 19$ ,  $a_3 = 14$ ,  $a_4 = 5$ ,  $a_5 = -8$   
 $\therefore$  75% 배점  
답 구하기 따라서  $a_k < 0$  을 만족시키는  $k$   
의 최솟값은 5이다.  $\therefore$  25% 배점

44

(정답)  
(풀이)

④  $a_1 = 2 = 1 + 1$   
 $a_2 = 4 = a_1 + 2 = 1 + 1 + 2$   
 $a_3 = 7 = a_2 + 3 = 1 + 1 + 2 + 3$   
 $\vdots$   
 $a_{10} = a_9 + 10 = 1 + 1 + 2 + 3 + \cdots + 10$   
 $= 1 + \sum_{k=1}^{10} k = 1 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 56$

45

(정답)  
(풀이)

$\frac{485}{8} \text{L}$   
 $n$ 번 시행 후 물탱크에 남아 있는 물의 양  
을  $a_n \text{L}$ 라고 하면  
 $a_1 = \frac{1}{2} \cdot 100 + 30 = 80$   
 $a_2 = \frac{1}{2} \cdot a_1 + 30 = 70$   
 $a_3 = \frac{1}{2} \cdot a_2 + 30 = 65$   
 $a_4 = \frac{1}{2} \cdot a_3 + 30 = \frac{125}{2}$   
 $a_5 = \frac{1}{2} \cdot a_4 + 30 = \frac{245}{4}$   
 $a_6 = \frac{1}{2} \cdot a_5 + 30 = \frac{485}{8}$   
따라서 6번의 시행 후 물탱크에 남아 있는  
물의 양은  $\frac{485}{8} \text{L}$ 이다.

46

(정답)  
(풀이)

55  
 $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$  을 관계식  
 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3)$  에 차례대로 대  
입하면  
 $a_3 = a_2 + a_1 = 3 + 2 = 5$   
 $a_4 = a_3 + a_2 = 5 + 3 = 8$   
 $a_5 = a_4 + a_3 = 8 + 5 = 13$   
 $a_6 = a_5 + a_4 = 13 + 8 = 21$   
 $a_7 = a_6 + a_5 = 21 + 13 = 34$   
 $a_8 = a_7 + a_6 = 34 + 21 = 55$

47

(정답)  
(풀이)

③

48

(정답)  
(풀이)

⑦: 1  
⑧:  $1 + 2 + 3 + \cdots + k + 1$

49

(정답)  
(풀이)

③ (i)  $n = 2$  일 때,  
(좌변)  $= 2 \cdot 3 = 6$ ,  
(우변)  $= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{4} = 6$   
따라서  $n = 2$ 일 때 ㉠이 성립한다.  
(ii)  $n = k (k \geq 2)$  일 때 ㉠이 성립한다  
고 가정하면  
 $2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 15 + \cdots + k(k^2 - 1)$   
 $= \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)}{4}$   
 $n = k + 1$  일 때,  
 $2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 15 + \cdots + k(k^2 - 1)$   
 $+ \frac{(k+1)\{(k+1)^2 - 1\}}{(k-1)k(k+1)(k+2)}$   
 $= \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)}{4} + \frac{(k+1)\{(k+1)^2 - 1\}}{(k-1)k(k+1)(k+2)}$   
 $= \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$   
따라서  $n = k + 1$  일 때도 ㉠이 성립한  
다.  
(i), (ii)에 의하여  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에  
대하여 ㉠이 성립한다.  
 $\therefore$  ⑦  $(k+1)\{(k+1)^2 - 1\}$ ,  
(나)  $\frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$

50

(정답)  
(풀이)

풀이참조  
해결 과정  
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n > 2^n \quad \cdots \cdots$  ㉠  
(i)  $n = 4$ 일 때,  
(좌변)  $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ ,  
(우변)  $= 2^4 = 16$   
따라서  $n = 4$ 일 때 ㉠이 성립한다.  
 $\therefore$  40% 배점  
(ii)  $n = k (k \geq 4)$  일 때 ㉠이 성립한다고  
가정하면  
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot k > 2^k$   
 $n = k + 1$  일 때,  
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot k \cdot (k+1)$   
 $> 2^k(k+1) > 2^k \cdot 2 = 2^{k+1}$   
따라서  $n = k + 1$  일 때도 ㉠이 성립한  
다.  $\therefore$  40% 배점  
답 구하기  
(i), (ii)에 의하여  $n \geq 4$ 인 모든 자연수  
 $n$ 에 대하여 ㉠이 성립한다.  
 $\therefore$  20% 배점