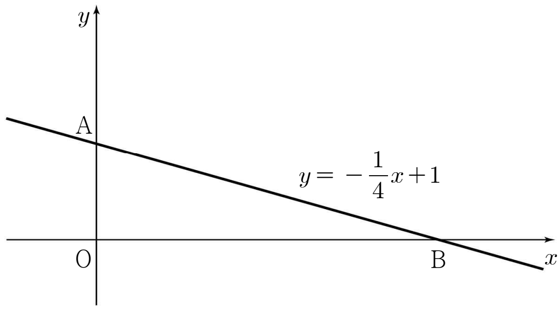
<포트폴리오 예시>

1. **2017학년도 6월 18번**

직선 $y=-\frac{1}{4}x+1$이 y축과 만나는 점을 A, x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 점 A에서 직선 $y=-\frac{1}{4}x+1$을 따라 점 B까지 움직일 때, a^2+8b의 최솟값은? [4점]



① 5 ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$

④ 7 ⑤ $\frac{23}{3}$

출제의도	복소수의 성질 추론하기

관련 개념정리

1. 이차함수 $y=a(x-m)^2+n$에서

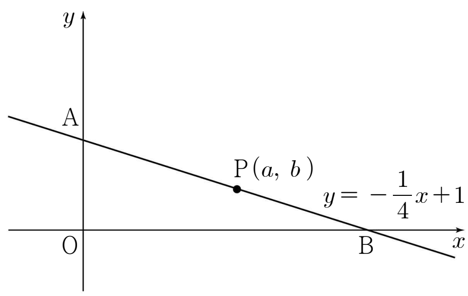
(1) $a>0$이면 $x=m$일 때 최솟값은 n이고, 최댓값은 없다.

(2) $a<0$이면 $x=m$일 때 최댓값은 n이고, 최솟값은 없다.

2. 제한된 범위에서으 이차함수의 최대 최소

주어진 식을 $y=a(x-m)^2+n$ 꼴로 변형한 다음 꼭짓점이 제한된 범위에 포함되는지 않는지를 유의해야 한다.

풀이 (풀이가 다양한 경우 모두 쓸 것!)



점 $\mathrm{P}(a, b)$는 직선 $y=-\frac{1}{4}x+1$ 위의 점이므로

$b=-\frac{1}{4}a+1$이다.

$b=-\frac{1}{4}a+1$을 주어진 식에 대입하면

$$a^2+8b=a^2+8\left(-\frac{1}{4}a+1\right)=a^2-2a+8=(a-1)^2+7$$

이다. 그런데 $\mathrm{A}(0, 1)$, $\mathrm{B}(4, 0)$이므로 $0\le a\le 4$이다.

따라서 $a=1$일 때, a^2+8b의 최솟값은 7이다.

[다른 풀이]

$a=-4b+4$를 주어진 식에 대입하면

$$a^2+8b=(-4b+4)^2+8b=16b^2-32b+16+8b=16b^2-24b+16=16\left(b^2-\frac{3}{2}b+\frac{9}{16}\right)+7=16\left(b-\frac{3}{4}\right)^2+7$$

이다. 그런데 $\mathrm{A}(0, 1)$, $\mathrm{B}(4, 0)$이므로 $0\le b\le 1$이다.

따라서 $b=\frac{3}{4}$일 때, a^2+8b의 최솟값은 7이다.

주의할 점	1. 일차식 조건식을 이차식에 대입하여 ⇨ 한 문자에 대한 이차식으로 나타낸다. 2. 이차함수의 활용에서 제한된 정의역의 범위를 관찰해야 한다.
배운점 (사후활동)	