

I . 다항식 모의고사 기출문제

1) 망원경에서 대물렌즈 지름의 길이를 구경이라 하고 천체로부터 오는 빛을 모으는 능력을 집광력이라 한다. 구경이 $D(mm)$ 인 망원경의 집광력 F 는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$F = kD^2 \text{ (단, } k \text{는 양의 상수이다.)}$$

구경이 40인 망원경 A 의 집광력은 구경이 x 인 망원경 B 의 집광력의 2배일 때, x 의 값은?

- ① $10\sqrt{2}$
- ② $15\sqrt{2}$
- ③ $20\sqrt{2}$
- ④ $25\sqrt{2}$
- ⑤ $30\sqrt{2}$

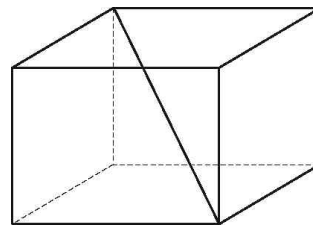
2) $(3x + ay)^3$ 의 전개식에서 x^2y 의 계수가 54일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

3) $x - y = 2$, $x^3 - y^3 = 12$ 일 때, xy 의 값은?

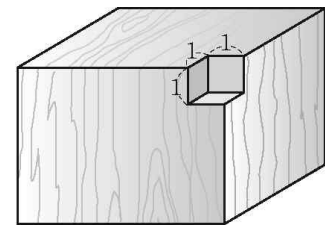
- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$

4) $x + y + z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ 일 때, $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

5) [그림 1]과 같이 모든 모서리의 길이가 1보다 큰 직육면체가 있다. 이 직육면체와 크기와 모양이 같은 나무토막의 한 모퉁이에서 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 나무토막을 잘라내어 버리고 [그림 2]와 같은 입체도형을 만들었다. [그림 2]의 입체도형의 겉넓이는 236이고, 모든 모서리의 길이의 합은 82일 때, [그림 1]에서 직육면체의 대각선의 길이는?



[그림 1]



[그림 2]

- ① $2\sqrt{30}$
- ② $5\sqrt{5}$
- ③ $\sqrt{130}$
- ④ $3\sqrt{15}$
- ⑤ $2\sqrt{35}$

6) $(2+6x-x^3)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오

7) 다항식 $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ 을 $x-k$ 로 나눈 나머지와 $x+k$ 로 나눈 나머지의 합이 8이다. $P(x)$ 를 $x-k^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. (단, k 는 상수이다.)

8) 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $g(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는?

가. $g(x) = x^2 f(x)$

나. $g(x) + (3x^2 + 4x)f(x) = x^3 + ax^2 + 2x + b$ (단, a , b 는 상수이다.)

- ① 16
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

9) 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이고, $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 10이다. $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지를 $ax+b$ 라 할 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $3a+b$ 의 값을 구하시오.

10) 다항식 $f(x)$ 를 x^2-x 로 나눈 나머지가 $ax+a$ 이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x 로 나눈 나머지는 6일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

11) 두 이차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가. 모든 실수 x 에 대하여 $2P(x) + Q(x) = 0$ 이다.
나. $P(x)Q(x)$ 는 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어진다.

$P(0) = -4$ 일 때, $Q(4)$ 의 값을 구하시오.

12) 이차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 와 일차항의 계수가 1인 일차다항식 $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가. 다항식 $P(x+1) - Q(x+1)$ 은 $x+1$ 로 나누어떨어진다.
나. 방정식 $P(x) - Q(x) = 0$ 은 중근을 갖는다.

다항식 $P(x) + Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 12일 때, $P(2)$ 의 값은?

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

13) 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = (x-2)g(x)$$

가 항상 성립한다. $f(1) = -2$ 일 때, $g(2)$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

14) 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가. $f(x) - g(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지가 서로 같다.
나. $f(x)g(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어진다.

$g(4) = 3$ 일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은?

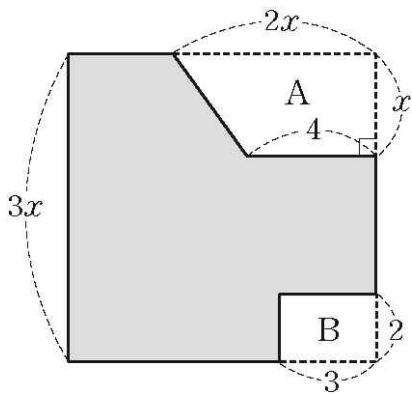
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

- 15) 세 다항식 $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 - 2x - 1$, $h(x)$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = (2x^2 - x - 1)h(x)$$

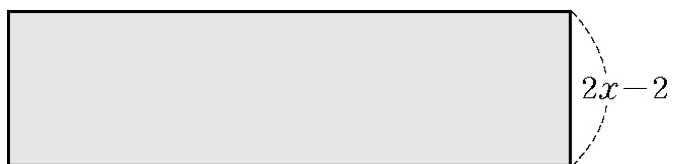
 가 x 에 대한 항등식일 때, $h(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?
 ① 8
 ② 9
 ③ 10
 ④ 11
 ⑤ 12

- 16) [그림 1]은 한 변의 길이가 $3x$ 인 정사각형 모양의 색종이에서
 사다리꼴 모양의 A부분과 직사각형 모양의 B부분을 잘라 내고 남
 은 부분을 나타낸 것이다.



[그림 1]

[그림 1]의 색종이를 여러 조각으로 나누어 겹치지 않게 빈틈 없이
 붙여서 [그림 2]와 같이 세로의 길이가 $2x-2$ 인 직사각형 모양을 만
 들었다.



[그림 2]

이 직사각형의 가로 길이는? (단, $x > 2$)

- ① $3x + 3$
 ② $3x + 4$
 ③ $4x + 2$
 ④ $4x + 3$
 ⑤ $4x + 4$

- 17) 다항식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6$ 이 $(x+1)(x+a)(x^2+bx+c)$ 로 인
 수분해될 때, 세 정수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?
 ① -2
 ② -1
 ③ 0
 ④ 1
 ⑤ 2

- 18) x^3 의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여

$$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3$$

 일 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

19) 세 실수 x, y, z 가 다음 조건을 만족시킨다.

- 가. $x, y, 2z$ 중에서 적어도 하나는 3이다.
나. $3(x + y + 2z) = xy + 2yz + 2zx$

$10xyz$ 의 값을 구하시오.

20) 최고차항의 계수가 양수인 다항식 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대해

$$\{f(x)\}^3 = 4x^2f(x) + 8x^2 + 6x + 1$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 다항식 $f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지는 1이다.
ㄴ. 다항식 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 4이다.
ㄷ. 다항식 $\{f(x)\}^3$ 을 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는 $14x + 13$ 이다.

- ① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1) 답 : ㉓

구경이 40인 망원경 A의 집광력을 F_1 이라 하고, 구경이 x 인 망원경 B의 집광력을 F_2 라 하면 $F_1 = k \times 40^2 = 1600k, F_2 = k \times x^2 = kx^2$
A의 집광력 F_1 은 망원경 B의 집광력 F_2 의 2배이므로 $F_1 = 2F_2$
즉, $1600k = 2kx^2$ 이므로 $x^2 = 800$
 $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$

2) 답 : 2

$$(3x + ay)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times ay + 3 \times 3x \times (ay)^2 + (ay)^3$$

$$= 27x^3 + 27ax^2y + 9a^2xy^2 + a^3y^3$$

에서 x^2y 의 계수는 54이므로 $27a = 54$ 에서 $a = 2$

3) 답 : ㉒

$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$ 에 $x - y = 2, x^3 - y^3 = 12$ 를 대입하면 $12 = 2^3 + 3xy \times 2, 6xy = 4$, 따라서 $xy = \frac{2}{3}$

4) 답 : 29

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 5$$
를 대입하면 $5 = 0^2 - 2(xy + yz + zx)$
 $xy + yz + zx = -\frac{5}{2}$

$$\text{양변을 제곱하면 } (xy + yz + zx)^2 = \frac{25}{4}$$

$$(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 + 2(xy^2z + xyz^2 + x^2yz) = \frac{25}{4}$$

$$x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xyz(x + y + z) = \frac{25}{4}$$

$$\text{이때 } x + y + z = 0 \text{이므로 } x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = \frac{25}{4}$$

따라서 $p = 4, q = 25$ 이므로 $p + q = 29$

5) 답 : ㉒

[그림 1]에서 직육면체의 밑면의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b , 높이를 c 라 하면 [그림 2]의 입체도형의 겉넓이가 236이므로 $2(ab + bc + ca) = 236$

[그림 2]의 입체도형의 모든 모서리의 길이의 합이 82이므로

$$4(a + b + c) + 6 = 82, a + b + c = 19$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 19^2 - 236 = 125$$

이므로 [그림 1]에서 직육면체의 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

6) 답 : 29

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$49 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \dots \dots \textcircled{A}$$

주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$9 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 \dots \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{을 하면 } 58 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6) \text{에서 } a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = 29$$

7) 답 : 40

다항식 $P(x)$ 를 $x - k$ 로 나눈 나머지와 다항식 $P(x)$ 를 $x + k$ 로 나눈 나머지의 합이 8이므로 나머지정리에 의하여 $P(k) + P(-k) = 8$

$$(k^3 + k^2 + k + 1) + (-k^3 + k^2 - k + 1) = 8$$

$$2k^2 + 2 = 8 \text{에서 } k^2 = 3$$

따라서 다항식 $P(x)$ 를 $x - k^2$ 으로 나눈 나머지는

$$P(k^2) = P(3) = 3^3 + 3^2 + 3 + 1 = 40$$

8) 답 : ㉕

조건 ㉑, ㉒에 의하여

$$x^2f(x) + (3x^2 + 4x)f(x) = x^3 + ax^2 + 2x + b$$

$$4x(x + 1)f(x) = x^3 + ax^2 + 2x + b$$

위 식의 양변에 $x = 0, x = -1$ 을 각각 대입하면 $b = 0, a = 3$ 이므로

$$4x(x + 1)f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$$

$$4x(x + 1)f(x) = x(x + 1)(x + 2)$$

$$\text{이 식은 } x \text{에 대한 항등식이므로 } 4f(x) = x + 2, f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$$

$$\text{조건 ㉑에서 } g(x) = x^2f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{따라서 } g(x) \text{를 } x - 4 \text{로 나눈 나머지는 } g(4) = 16 + 8 = 24$$

9) 답 : 25

다항식 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이므로

$$f(x) = (x - 1)Q(x) + 5 \dots \dots \textcircled{A}$$

$Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q'(x)$ 라 하면 나머지는 10이므로

$$Q(x) = (x - 2)Q'(x) + 10 \dots \dots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 을 \textcircled{A} 에 대입하면

$$f(x) = (x - 1)\{(x - 2)Q'(x) + 10\} + 5$$

$$= (x - 1)(x - 2)Q'(x) + 10(x - 1) + 5$$

$$= (x - 1)(x - 2)Q'(x) + 10x - 5$$

이므로 $f(x)$ 를 $(x - 1)(x - 2)$ 로 나눈 나머지가 $10x - 5$ 이다.

$$\text{따라서 } a = 10, b = -5 \text{이므로 } 3a + b = 25$$

10) 답 : ㉓

다항식 $f(x + 1)$ 을 x 로 나눈 몫을 $Q_1(x)$ 라 하면 나머지가 6이므로

$$f(x + 1) = xQ_1(x) + 6$$

$$\text{위 식의 양변에 } x = 0 \text{을 대입하면 } f(1) = 6 \dots \dots \textcircled{A}$$

다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - x$ 로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면 나머지가 $ax + a$

$$\text{이므로 } f(x) = (x^2 - x)Q_2(x) + ax + a = x(x - 1)Q_2(x) + ax + a$$

$$\text{위 식의 양변에 } x = 1 \text{을 대입하면 } f(1) = 2a \dots \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2a = 6 \text{이므로 } a = 3$$

11) 답 : 24

$$\text{조건 ㉑에서 } 2P(x) + Q(x) = 0, \text{ 즉 } Q(x) = -2P(x) \text{이므로}$$

$$P(x)Q(x) = -2\{P(x)\}^2$$

조건 ㉒에 의하여 $-2\{P(x)\}^2$ 은 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어지므로

$-2\{P(x)\}^2$ 을 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $A(x)$ 라 하면

$$-2\{P(x)\}^2 = (x^2 - 3x + 2)A(x)$$

$$\{P(x)\}^2 = (x - 1)(x - 2)\left\{-\frac{1}{2}A(x)\right\}$$

$P(x)$ 는 이차다항식이고, $\{P(x)\}^2$ 이 $x - 1$ 과 $x - 2$ 를 인수로 가지므로 $P(x)$ 도 $x - 1$ 과 $x - 2$ 를 인수로 갖는다. 즉,

$$P(x) = a(x - 1)(x - 2),$$

$$Q(x) = -2a(x - 1)(x - 2) \text{ (} a \text{는 상수, } a \neq 0 \text{)} \text{로 놓으면 } P(0) = -4 \text{이}$$

$$\text{므로 } 2a = -4 \text{에서 } a = -2$$

$$\text{따라서 } P(x) = -2(x - 1)(x - 2), Q(x) = 4(x - 1)(x - 2) \text{이므로}$$

$$Q(4) = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

12) 답 : ㉒

$$P(x) = x^2 + ax + b, Q(x) = x + c \text{ (} a, b, c \text{는 상수)} \text{라 하면}$$

$$P(x + 1) - Q(x + 1) = \{(x + 1)^2 + a(x + 1) + b\} - \{(x + 1) + c\}$$

$$= (x + 1)\{(x + 1) + a - 1\} + (b - c)$$

$$= (x + 1)(x + a) + (b - c)$$

조건 ㉑에서 다항식 $P(x + 1) - Q(x + 1)$ 은 $x + 1$ 로 나누어떨어지므로 $b - c = 0$, 즉 $b = c$

$$\text{그러므로 } P(x) - Q(x) = x^2 + (a - 1)x$$

조건 ㉒에서 방정식 $P(x) - Q(x) = 0$ 은 중근을 가지므로

$$a - 1 = 0, \text{ 즉 } a = 1$$

다항식 $P(x)+Q(x)=x^2+2x+2b$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 12이므로 $P(2)+Q(2)=4+4+2b=12$, 즉 $2b=4$ 에서 $b=c=2$ 따라서 $P(x)=x^2+x+2$ 이므로 $P(2)=2^2+2+2=8$

13) 답 : ④

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차식이므로 $F(x)=(x-1)f(x)=(x-2)g(x)$ 라 하면 $F(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차식이고 $x-1, x-2$ 를 인수로 갖는다. 즉, $F(x)=(x-1)(x-2)(x+a)$ (a 는 상수)로 놓을 수 있다. 한편, $F(x)=(x-1)f(x)$ 이므로 $f(x)=(x-2)(x+a)$ 이때 $f(1)=-2$ 이므로 $(1-2)(1+a)=-2$ 에서 $a=1$ $F(x)=(x-2)g(x)$ 이므로 $g(x)=(x-1)(x+1)$ 따라서 $g(2)=1 \times 3=3$

14) 답 : ㉔

조건 ㉔에 의하여 $f(x)-g(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 a 라 하면 $f(x)-g(x)=(x-2)a+a=a(x-1)$ 위 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $f(1)-g(1)=0 \cdots \cdots \textcircled{A}$ 조건 ㉔에 의하여 $f(x)g(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 $f(x)g(x)=(x^2-1)Q(x)$ 위 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $f(1)g(1)=0 \cdots \cdots \textcircled{B}$ ㉔, ㉔에 의하여 $f(1)=g(1)=0$ 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x), g(x)$ 는 각각 $x-1$ 을 인수로 가지므로 $f(x)=(x-1)(x+p), g(x)=(x-1)(x+q)$ (p, q 는 상수)라 하자. $g(4)=3$ 에서 $(4-1)(4+q)=3$ 이므로 $q=-3$ 즉, $g(x)=(x-1)(x-3)$ 이고 $f(x)g(x)=(x-1)^2(x-3)(x+p)$ 이므로 $(x-1)^2(x-3)(x+p)=(x^2-1)Q(x)$ 위 식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면 $(-2)^2 \times (-4) \times (-1+p)=0$ 에서 $p=1$ 따라서 $f(x)=(x-1)(x+1)$ 이므로 $f(2)+g(2)=3+(-1)=2$

15) 답 : ㉔

$\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = \{f(x)+g(x)\}[\{f(x)\}^2 - f(x)g(x) + \{g(x)\}^2]$ 이므로 $\{f(x)\}^3 + \{g(x)\}^3 = (2x^2 - x - 1)h(x)$ 에서 $\{f(x)+g(x)\}[\{f(x)\}^2 - f(x)g(x) + \{g(x)\}^2] = (2x^2 - x - 1)h(x)$ 이때 $f(x)+g(x)=(x^2+x)+(x^2-2x-1)=2x^2-x-1$ 이므로 $h(x)=\{f(x)\}^2 - f(x)g(x) + \{g(x)\}^2$ 따라서 $h(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $h(1)=\{f(1)\}^2 - f(1)g(1) + \{g(1)\}^2=2^2-2(-2)+(-2)^2=12$

16) 답 : ㉔

[그림 1]에서 A부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (2x+4) \times x = x(x+2)$ [그림 1]에서 B부분의 넓이는 $3 \times 2=6$ [그림 1]의 넓이는 한 변의 길이가 $3x$ 인 정사각형에서 A부분과 B부분을 뺀 부분의 넓이와 같으므로 $(3x)^2 - x(x+2) - 6 = 8x^2 - 2x - 6 = (4x+3)(2x-2) \cdots \cdots \textcircled{A}$ [그림 2]의 직사각형에서 가로의 길이를 a 라 하면 이 직사각형의 넓이는 $a(2x-2) \cdots \cdots \textcircled{B}$ [그림 1]의 색종이를 여러 조각으로 나누어 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 [그림 2]와 같은 모양을 만들었으므로 [그림 1]의 도형의 넓이와 [그림 2]의 도형의 넓이는 같다. ㉔, ㉔에서 $a(2x-2)=(4x+3)(2x-2)$ 이므로 $a=4x+3$ 따라서 직사각형의 가로의 길이는 $4x+3$ 이다.

17) 답 : ㉔

$f(x)=x^4-2x^3+2x^2-x-6$ 이라 하면 $f(-1)=0, f(2)=0$ 이므로 $x+1, x-2$ 는 $f(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

-1	1	-2	2	-1	-6
		-1	3	-5	6
2	1	-3	5	-6	0
		2	-2	6	
	1	-1	3	0	

$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$ 따라서 $a=-2, b=-1, c=3$ 이므로 $a+b+c=0$

18) 답 : 10

$f(1)=1, f(2)=2, f(3)=3$ 에서 $f(1)-1=0, f(2)-2=0, f(3)-3=0$ 즉, $f(x)-x$ 는 $x-1, x-2, x-3$ 을 인수로 갖는다. $f(x)$ 는 x^3 의 계수가 1인 삼차식이므로 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+x$ 따라서 $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(4)=(4-1)(4-2)(4-3)+4=10$

19) 답 : 135

조건 ㉔를 이용하여 x, y, z 에 대한 식을 세운다. 조건 ㉔에서 $x, y, 2z$ 중에서 적어도 하나는 3이므로 $(x-3)(y-3)(2z-3)=0$ 이 성립한다. $(x-3)(y-3)(2z-3)=0$ 을 전개하면 $(xy-3x-3y+9)(2z-3)=0$ $2xyz-6xz-6yz+18z-3xy+9x+9y-27=0$ $2xyz-3(xy+2yz+2zx)+9(x+y+2z)-27=0 \cdots \cdots \textcircled{A}$ 조건 ㉔의 식을 ㉔에 대입하여 xyz 의 값을 구한다. 조건 ㉔의 $3(x+y+2z)=xy+2yz+2zx$ 를 ㉔에 대입하면 $2xyz-3\{3(x+y+2z)\}+9(x+y+2z)-27=0$ 따라서 $xyz=\frac{27}{2}$ 이므로 $10xyz=10 \times \frac{27}{2}=135$

20) 답 : ㉔

주어진 등식에 $x=0$ 을 대입하여 ㉔의 참, 거짓을 판별한다. ㉔. $\{f(x)\}^3=4x^2f(x)+8x^2+6x+1$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $\{f(0)\}^3=1$ 따라서 $f(0)=1$ 이므로 다항식 $f(x)$ 를 x 로 나눈 나머지는 1이다. (참) ㉔. $f(x)$ 의 차수를 n 이라 하면 좌변의 차수는 $3n$, 우변의 차수는 $n+2$ 이므로 $3n=n+2$ 에서 $n=1$ $f(x)=ax+b$ (a, b 는 상수, $a>0$)라 하면 $\{f(x)\}^3=4x^2f(x)+8x^2+6x+1$ $(ax+b)^3=4x^2(ax+b)+8x^2+6x+1$ 양변의 x^3 항의 계수를 비교하면 $a^3=4a, a(a+2)(a-2)=0$ $a>0$ 이므로 $a=2$ 따라서 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 2이다. (거짓) ㉔, ㉔을 이용하여 $f(x)$ 를 구하여 ㉔의 참, 거짓을 판별한다. ㉔. ㉔에 의하여 $f(x)=2x+b$ 이고, ㉔에 의하여 $f(0)=1$ 이므로 $b=1$ 에서 $f(x)=2x+1$ $\{f(x)\}^3$ 을 x^2-1 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $cx+d$ (c, d 는 상수)라 하면 $\{f(x)\}^3=(x^2-1)Q(x)+cx+d$ 에서 $x=1, x=-1$ 을 각각 대입하면 $\{f(1)\}^3=c+d, \{f(-1)\}^3=-c+d$ 이므로 $c+d=27, -c+d=-1$ 위의 두 식을 연립하여 풀면 $c=14, d=13$ 따라서 $\{f(x)\}^3$ 을 x^2-1 로 나눈 나머지는 $14x+13$ 이다. (참) 이상에서 옳은 것은 ㉔, ㉔이다.