2 교시

6월 4일 수능 모의평가

수학 영역

(A형/B형)

6월 4일 수능 모의평가

수학 영역(A형)

분석 및 해설

정답									
01 ④	02 ⑤	03 ①	04 ③	05 ②	06 ④	07 ①	08 ③	09 ④	10 ③
11 ⑤	12 ②	13 ⑤	14 ②	15 ④	16 ②	17 ①	18 ①	19 ⑤	20 ③
21 ③	22 11	23 10	24 19	25 2	26 9	27 3	28 15	29 8	30 120

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	행렬	행렬의 연산
2	하	지수	지수의 계산
3	하	수열의 극한	등비수열의 극한의 이해
4	하	수열	등차수열의 공차 이해
5	하	로그	로그의 계산
6	하	행렬과 그래프	그래프의 차수
7	하	함수의 극한	함수의 극한값 구하기
8	하	수열	시그마의 성질 이해
9	하	함수의 극한	좌극한, 우극한
10	하	행렬	역행렬의 계산
11	하	도함수의 정의	도함수의 정의와 미분을 이용한 극한값 구하기
12	하	수열의 극한	무한등비수열의 극한값 계산
13	중	미분	접선의 방정식
14	중	수열의 극한	극한값 계산
15	중	수열	일반항 구하기
16	중	수열	등차중항과 등비중항의 적용
17	중	미분	조건을 만족하는 함수식 만들기
18	중	무한급수	무한급수의 합
19	중	수열	일반항 구하기
20	중	지수와 로그	각 케이스별 지표와 가수의 해석**
21	상	미분	극대 극소와 미분*
22	하	함수의 극한	극한값의 계산
23	하	도함수	미분계수 구하기
24	하	수열	시그마의 성질 이해
25	하	행렬	행렬과 연립방정식
26	하	무한급수	무한급수의 수렴
27	중	삼각함수미분	함수의 최대최소 구하기**
28	하	지수와 로그	지수 부등식과 일차부등식 통합형
29	중	함수의 연속	함수의 연속**
30	상	로그	순서쌍 개수**

* 신유형 문제
** 수능 출제 가능 문제

출제 경향

작년 수능과 비슷한 난이도로 출제되었다. 중간 난이도의 문제가 적고 쉬운 난이도의 문제가 많아 시간적 여유가 있는 시험이었다. 따라서 전체적인 점수는 수능과 비슷할 것으로 예상된다.

A형은 예전 시험과 큰 차이가 없다. 새로운 유형이나 색다른 개념의 문제가 없었다. 하지만 격자점의 개수를 세는 30번 문제가 예전 시험보다 계산량이 많아 만점자 비율은 다소 감소할 것이다.

학습 대책

도형의 무한급수 문제(18번), 수열의 일반항 구하기(19번), 지수-로그에서 순서쌍 개수 구하기(30번) 등은 계속 출제되는 문제이므로 지속적인 공부가 필요하다.

매년 다른 형태의 함수와 규칙이 출제되므로 기존에 출제되었던 30번 형태의 추론 문항들을 통해 대입을 통한 규칙성 파악, 그래프를 통한 연역적 추론 능력을 키우는 학습이 필요하다.

[오답 베스트 해설 보기]
이번 시험에서 오답률이 높은 문제들의 해설 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.

해 설

01 | $A+2B=\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1\\3&2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&4\\7&4\end{pmatrix}$

따라서 $A+2B$의 $(1,\ 2)$성분은 4이다.

02 | $8^{\frac{1}{3}}+9^{\frac{1}{2}}=(2^3)^{\frac{1}{3}}+(3^2)^{\frac{1}{2}}=2+3=5$

03 | $\lim_{n\to\infty}\left\{6+\left(\frac{5}{9}\right)^n\right\}=\lim_{n\to\infty}6+\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5}{9}\right)^n$

$=6+0$

$=6$

04 | 공차를 d라 하면

$a_{13}-a_{11}=2d$이므로

$2\times7=14$

05 | $\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}=\log_2\left(5\times\frac{4}{5}\right)$

$=\log_2 4$

$=2$

06 | (각 행의 성분의 합) = (각 꼭지점의 차수)

∴ (차수가 3인 꼭지점의 개수) = 4개

07 | $x\to1$일 때 $4x-a=0$

$\therefore\ 4-a=0\quad\therefore\ a=4$

$\lim_{x\to1}\frac{4x-4}{x-1}=4=b$

$\therefore\ b=4$

$\therefore\ a+b=8$

08 | $\sum_{k=1}^{11}(5a_k+b_k)=5\sum_{k=1}^{11}a_k+\sum_{k=1}^{11}b_k$

$=5\times4+24$

$=44$

09 | $\lim_{x\to-1}f(x)+\lim_{x\to1+0}f(x)=1+3=4$

10 | $A=(A^{-1})^{-1}=\begin{pmatrix}1&0\\-1&a\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{a}\begin{pmatrix}a&0\\1&1\end{pmatrix}$

∴ (A의 모든 성분의 합)

$=1+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=1+\frac{2}{a}=3$

$\therefore\ a=1$

11 | $\lim_{h\to0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$

$=\lim_{2h\to0}2\cdot\frac{f(1+2h)-f(1)}{2h}$

$=2f'(1)$

이고,

$f(x)=x^2+8x\quad\therefore\ f'(x)=2x+8$

$\therefore\ f'(1)=10$

$\therefore\ 20$

12 | $S_n=\frac{a_1(3^n-1)}{3-1}=\frac{a_1\cdot3^n}{2}-\frac{a_1}{2}$이므로

$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{3^n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_1\cdot3^n}{2\cdot3^n}-\frac{a_1}{2\cdot3^n}\right)$

$=\frac{a_1}{2}-0=5$

$\therefore\ a_1=10$

13 | $g'(x)=f(x)$이므로

$y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 방정식은

$y=g'(2)(x-2)+g(2)$

$=f(2)(x-2)+g(2)$

$=x-2+g(2)$

접선의 방정식의 y절편이 -5이므로 $g(2)=-3$이고 접선의 방정식은

$y=x-5$

따라서 접선의 x절편은 5이다.

14 | $f(x)=n$의 두 근이 α, β이므로

$f(x)=n$

$(x-3)^2=n$

$x^2-6x+9-n=0$

$\therefore\ \alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=9-n$

$$\begin{aligned}h(n)&=|\alpha-\beta|\\&=\sqrt{(\alpha-\beta)^2}\\&=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}\\&=\sqrt{36-4(9-n)}\\&=2\sqrt{n}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\{h(n+1)-h(n)\}\\&=\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}(2\sqrt{n+1}-2\sqrt{n})\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}\\&=1\end{aligned}$$

15 | $y=\log_3 x$를 x축으로 a만큼 y축으로 2만큼 평행이동시키면

함수 $f(x)=\log_3(x-a)+2$이므로

$x-a=3^{f(x)-2}$

$x=3^{f(x)-2}+a$

$\therefore$ 역함수 $f^{-1}(x)=3^{x-2}+a$

$\therefore\ a=4$

16 | $d=6$이라 두면

$a_2,\ a_k,\ a_8$이 순서대로 등차수열을 이루므로

$d(k-2)=d(8-k)$

$\therefore\ 2k=10\qquad k=5$

$a_1,\ a_2,\ a_5$가 순서대로 등비수열을 이루므로

$a_2^2=a_1\times a_5$

$(a_1+6)^2=a_1(a_1+24)$

식을 정리하면 $12a_1+36=24a_1$

$\therefore\ a_1=3$

$a_1+k=8$

17 | $f(x)=g(x)$

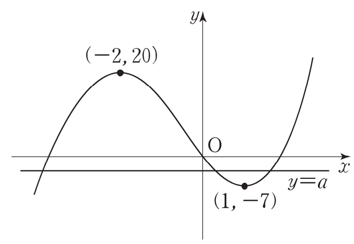
$3x^3-x^2-3x=x^3-4x^2+9x+a$

$2x^3+3x^2-12x=a$

따라서 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근은 두 함수

$$\begin{cases}y=2x^3+3x^2-12x\\y=a\end{cases}$$

의 교점의 x좌표이다.

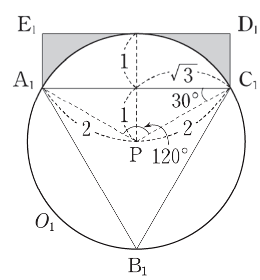


방정식이 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 가져야 하므로

$-7<a<0$

따라서 정수 a의 개수는 6이다.

18 |



$\therefore\ \square A_1C_1D_1E_1$의 넓이$=2\sqrt{3}\times1$

부채꼴 PA_1C_1의 넓이$=\frac{1}{3}\pi\cdot2^2$ 이므로

선분 A_1C_1을 현으로 갖는 활꼴의 면적

$=\frac{4}{3}\pi-\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1$

$=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

따라서

$$\begin{aligned}S_1&=2\sqrt{3}-\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)\\&=3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\end{aligned}$$

또한 닮음비는 O_1과 O_2의 반지름의 비이므로

$\therefore$ (닮음비) $= \frac{1}{2}$ $\quad\therefore$ (공비) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi}{1 - \frac{1}{4}} = 4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$$

19 | $S_{n+1} + 1 = 2^n(S_n + 1)$ $\cdots$ ㉠

이고, $b_n = \log_2(S_n + 1)$

이므로 $\therefore S_n + 1 = 2^{b_n}$ $\quad\therefore S_{n+1} + 1 = 2^{b_{n+1}}$이다.

$\therefore$ ㉠ $\Rightarrow 2^{b_{n+1}} = 2^n \cdot 2^{b_n}$

$\Rightarrow b_{n+1} = \boxed{n} + b_n \quad \therefore \boxed{가} = n$

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= 2^{\frac{n^2 - n + 2}{2}} - 2^{\boxed{\frac{(n-1)^2 - (n-1) + 2}{2}}}$

$\therefore \boxed{나} = \frac{n^2 - 3n + 4}{2}$

$\therefore f(n) = n \quad g(n) = \frac{n^2 - 3n + 4}{2}$

$\therefore f(12) = 12 \quad g(5) = 7$

$\therefore f(12) - g(5) = 12 - 7 = 5$

20 | 지표 기준으로 a, b의 범위를 나누어 보면

$$\begin{cases} 1 \le a < 10 & \text{이면 } f(a) = 0 \ \cdots ① \\ 10 \le a < 20 & \text{이면 } f(a) = 1 \ \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \le b < 10 & \text{이면 } f(b) = 0 \ \cdots ③ \\ 10 \le b < 20 & \text{이면 } f(b) = 1 \ \cdots ④ \end{cases}$$

i) ①,③일 때 $f(ab) = 2$이고,
$\log ab < 2$ 이어서 만족하는 (a, b)는 없다.

ii) ①,④일 때 $f(ab) = 2$이고,
$ab \ge 100$이 되는 자연수 a, b를 확인해 보면 $a = 8$, $b = 13$일 때 $a + b = 21$로 최소가 된다.

iii) ②,③일 때는 ii)와 같은 방법으로 $(13, 8)$일 때임을 알 수 있다.

iv) ②,④일 때는 $f(ab) = 3$이고,
$ab \ge 1000$이어서 만족하는 (a, b)는 없다.

따라서 $a + b$의 최솟값은 21이다.

21 | 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \ge 0$이므로

$x > -n$일 때 $f(x) \ge 0$

$x < -n$일 때 $f(x) \le 0$

이다.

삼차함수 $f(x)$는 $x = -n$에서 극한값이 존재하므로

$\lim_{x\to -n+0} f(x) \ge 0$

$\lim_{x\to -n-0} f(x) \le 0$

$\therefore \lim_{x\to -n} f(x) = 0$

삼차함수 $f(x)$는 $x = -n$에서 연속이므로

$f(-n) = 0$ $\cdots$ ①

조건 (가)와 식 ①에서

$f(x) = (x+n)(x-n)(x-k)$ (단, k는 상수)

모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \ge 0$이므로

$(x+n)^2(x-n)(x-k) \ge 0$

따라서 $k = n$일 때 성립한다.

$\therefore f(x) = (x-n)^2(x+n)$

$f'(x) = (x-n)(3x+n)$이므로

$x = -\frac{n}{3}$일 때 극댓값을 가진다.

$a_n = f\left(-\frac{n}{3}\right)$

$= \left(-\frac{4n}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3}n$

$= 32 \cdot \left(\frac{n}{3}\right)^3$

따라서 a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은 3이다.

22 | $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 7}{x - 1} = \frac{4 + 7}{2 - 1} = 11$

23 | $f'(x) = 3x^2 + 10$

$\therefore f'(0) = 10$

24 | $\sum_{k=1}^{10}(2k + a) = 2\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} a$

$= 2 \times \frac{10 \times 11}{2} + 10a$

$= 110 + 10a = 300$

$\therefore a = 19$

25 | $\begin{pmatrix} 2a & -1 \\ 8 & a-4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

이 무수히 많은 해를 가지므로

$2a(a-4)+8=0$

$2a^2-8a+8=0$

$(a-2)^2=0$

$a=2$

26 | $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ 이 수렴하므로

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=0$

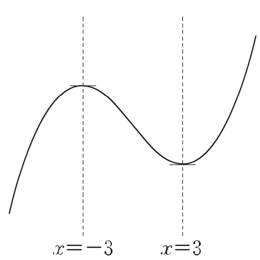
$\displaystyle\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n+9n}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{n}+9\right)=9$

27 | $f(x)=\frac{1}{3}x^3-9x+3$

$\therefore f'(x)=x^2-9$

$=(x+3)(x-3)$

이므로 $y=f(x)$의 개형은 다음과 같다.



$(-a,\ a)$에서 감소하므로

$-a\ge-3$이고 $a\le3$이다.

$\therefore a\le3$

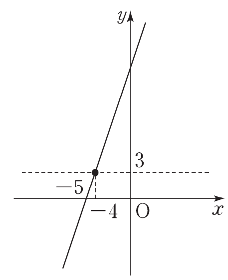
따라서 a의 최댓값은 3이다.

28 | $y=f(x)$는 일차함수이므로 $f(x)=ax+b$라 하면,

$f(-5)=-5a+b=0\ \cdots$ ①

$2^{f(x)}\le8=2^3$에서 $f(x)\le3$의 해가

$x\le-4$이므로



위 그림에서 $f(-4)=3$임을 알 수 있고,

$f(-4)=-4a+b=3\ \cdots$ ②

①,②를 연립하면

$a=3,\ b=15$

$f(0)=b=15$

29 | 함수 $f(t)$는

$$f(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 2 & (t=0)\\ 4 & (0<t<1)\\ 3 & (t=1)\\ 2 & (t>1)\end{cases}$$

이고 $t=0$과 $t=1$에서 불연속이다.

함수 $f(t)g(t)$가 $t=0$과 $t=1$에서 연속이므로

$$\begin{cases}\displaystyle\lim_{t\to+0}f(t)g(t)=4g(0)\\ \displaystyle\lim_{t\to-0}f(t)g(t)=0\\ f(0)g(0)=2g(0)\end{cases}$$

$4g(0)=0=2g(0)$

$\therefore g(0)=0$

$$\begin{cases}\displaystyle\lim_{t\to1+0}f(t)g(t)=2g(1)\\ \displaystyle\lim_{t\to1-0}f(t)g(t)=4g(1)\\ f(1)g(1)=3g(1)\end{cases}$$

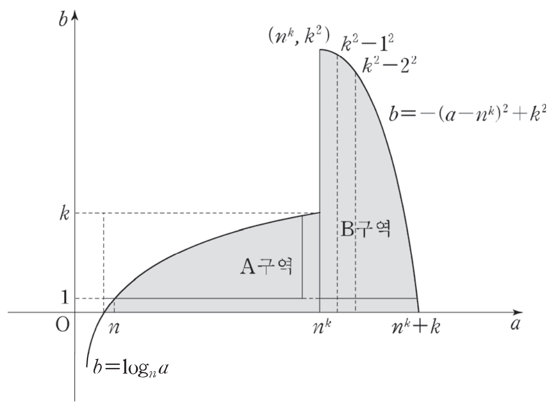
$2g(1)=4g(1)=3g(1)$

$\therefore g(1)=0$

따라서 $g(t)=t(t-1)$이고,

$f(3)+g(3)=2+6=8$이다.

30 |



$\therefore$ (A 구역에서 순서쌍의 개수)

$=k\times n^k-(n+n^2+\cdots+n^k)$

$=k\times n^k-\dfrac{n(n^k-1)}{n-1}$

$=\left(k-\dfrac{n}{n-1}\right)\cdot n^k+\dfrac{n}{n-1}$

B구역에서 순서쌍의 개수를 b_k라 하면,

$b_k=k^2+(k^2-1^2)+(k^2-2^2)+\cdots+\{k^2-(k-1)^2\}$

$=k^3-\dfrac{(k-1)\cdot k(2k-1)}{6}$

$=\dfrac{k(k+1)(4k-1)}{6}$

$\therefore$ $n=2$일 때 순서쌍의 개수는

$(k-2)\cdot 2^k+2+b_k>300$: $k\geq 6$

$n=3$일 때

$\left(k-\dfrac{3}{2}\right)\cdot 3^k+\dfrac{3}{2}+b_k>300$: $k\geq 5$

$\left(k-\dfrac{4}{3}\right)\cdot 4^k+\dfrac{4}{3}+\dfrac{k(k+1)(4k-1)}{6}b_k>300$: $k\geq 4$

$n=4$일 때

$f(2)\times f(3)\times f(4)=6\times 5\times 4=120$

[다른풀이]

i) $n=2$일 때

(가)에서 $a<2^k$이면 $b\leq \log_2 a$

	a	b의 범위	b의 개수
	1	$0<b\leq 0$	0
	2	$0<b\leq 1$	1
	3	$0<b\leq \log_2 3$	1
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
2^{m-1} 개	2^{m-1}	$0<b\leq m-1$	$m-1$
	$\vdots$	$\vdots$	
	2^m-1	$0<b\leq \log_2(2^m-1)$	$m-1$

따라서 b의 개수를 모두 더하면,

$\displaystyle\sum_{m=1}^{k}2^{m-1}\times(m-1)$이다.

(나)에서

$a\geq 1^k$이면 $b\leq -(a-2^k)^2+k^2$

	a	b의 범위	b의 개수
$k+1$ 개	2^k	$0<b\leq k^2$	k^2
	2^k+1	$0<b\leq k^2-1^2$	k^2-1^2
	2^k+2	$0<b\leq k^2-2^2$	k^2-2^2
	$\vdots$	$\vdots$	
	2^k+k-1	$0<b\leq k^2-(k-1)^2$	$k^2-(k-1)^2$
	2^k+k	$0<b\leq 0$	0

따라서 b의 개수를 모두 더하면

$(k^2)k-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$이다.

m	$2^{m-1}(m-1)$	k	$k^3-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$
1	0	1	1
2	2	2	7
3	8	3	22
4	24	4	50
5	64	5	95
6	160	6	161

따라서 자연수 $(a,\ b)$의 개수는

$k=5$일 때

$(0+2+8+24+64)+(95)=193<300$

$k=6$일 때

$(0+2+8+24+64+160)+(161)=419>300$

$\therefore$ $f(2)=6$

ii) $n=3$일 때

(가)에서 $a<3^k$이면 $b\leq \log_3 a$

	a	b의 범위	b의 개수
	1	$0<b\leq 0$	0
	2	$0<b\leq l_3 2$	0
	3	$0<b\leq l_3 3$	1
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2\cdot 3^{m-1}$ 개	3^{m-1}	$0<b\leq m-1$	$m-1$
	$\vdots$	$\vdots$	
	3^m-1	$0<b\leq l_3(3^m-1)$	$m-1$

따라서 b의 개수를 모두 더하면,

$\displaystyle\sum_{m=1}^{k}2\cdot 3^{m-1}\times(m-1)$이다.

(나)에서

$a \ge 3^k$이면 $b \le -(a-3^k)^2+k^2$

	a	b의 범위	b의 개수
$\frac{k+1}{\text{개}}$	3^k	$0<b\le k^2$	k^2
	3^k+1	$0<b\le k^2-1^2$	k^2-1^2
	3^k+2	$0<b\le k^2-2^2$	k^2-2^2
	$\vdots$	$\vdots$	
	3^k+k-1	$0<b\le k^2-(k-1)^2$	$k^2-(k-1)^2$
	3^k+k	$0<b\le 0$	0

따라서 b의 개수를 모두 더하면

$(k^2)\times k-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$이다.

m	$2\cdot 3^{m-1}(m-1)$	k	$k^3-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$
1	0	1	1
2	6	2	7
3	36	3	22
4	161	4	50
5	648	5	95

따라서 자연수 (a, b)의 개수는

$k=4$일 때

$(0+6+36+161)+50=253<300$

$k=5$일 때

$(0+6+36+161+648)+95=946>300$

$\therefore f(3)=5$

iii) $n=4$일 때

(가)에서 $a<4^k$이면 $b\le \log_4 a$

	a	b의 범위	b의 개수
	1	$0<b\le 0$	0
	2	$0<b\le l_4 2$	0
	3	$0<b\le l_4 3$	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$3\cdot 4^{m-1}$ 개	4^{m-1}	$0<b\le m-1$	$m-1$
	$\vdots$	$\vdots$	
	4^m-1	$0<b\le l_3(4^m-1)$	$m-1$

따라서 b 의 개수를 모두 더하면,

$\sum_{m=1}^{k} 3\cdot 4^{m-1}\times(m-1)$이다.

(나)에서

$a\ge 4^k$이면 $b\le -(a-4^k)^2+k^2$

	a	b의 범위	b의 개수
$\frac{k+1}{\text{개}}$	4^k	$0<b\le k^2$	k^2
	4^k+1	$0<b\le k^2-1^2$	k^2-1^2
	4^k+2	$0<b\le k^2-2^2$	k^2-2^2
	$\vdots$	$\vdots$	
	4^k+k-1	$0<b\le k^2-(k-1)^2$	$k^2-(k-1)^2$
	4^k+k	$0<b\le 0$	0

따라서 b의 개수를 모두 더하면

$(k^2)\times k-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$이다.

m	$3\cdot 4^{m-1}(m-1)$	k	$k^3-\dfrac{(k-1)k(2k-1)}{6}$
1	0	1	1
2	12	2	7
3	96	3	22
4	576	4	50

따라서 자연수 (a, b)의 개수는

$k=3$일 때

$(0+12+96)+22=130<300$

$k=4$일 때

$(0+12+96+576)+50=734>300$

$\therefore f(4)=4$

$\therefore f(2)\times f(3)\times f(4)=6\cdot 5\cdot 4=120$

6월 4일 수능 모의평가

수학 영역(B형)

분석 및 해설

정답									
01 ④	02 ②	03 ③	04 ⑤	05 ①	06 ③	07 ⑤	08 ②	09 ①	10 ④
11 ②	12 ④	13 ①	14 ③	15 ①	16 ⑤	17 ⑤	18 ②	19 ④	20 ③
21 ④	22 9	23 11	24 10	25 6	26 2	27 68	28 4	29 25	30 128

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	행렬	행렬의 계산
2	하	로그	로그의 계산
3	하	함수의 극한	로그함수의 계산
4	하	삼각함수	삼각함수의 계산
5	하	정적분	정적분의 계산
6	하	일차변환	일차변환의 역변환의 이해
7	하	삼각함수	삼각함수의 합성
8	하	수열의 극한	무한등비수열
9	하	중복순열	중복순열의 계산
10	하	수열의 극한	수열의 극한값 계산
11	하	방정식	방정식의 해
12	하	이차곡선	타원의 정의
13	중	적분법	정적분의 넓이
14	중	미분법	미분법의 활용
15	중	무한급수	무한급수의 합
16	중	함수의 연속성	합성함수의 연속
17	중	수열의 귀납적 정의	점화식의 풀이
18	중	지수함수	지수함수의 그래프
19	상	이차곡선	쌍곡선의 정의**
20	상	지표와 가수	상용로그의 지표와 가수*
21	상	미분법 활용	함수의 그래프와 부등식에의 응용
22	하	무리방정식	무리방정식의 해
23	하	수열	등차수열
24	하	이차곡선	포물선의 접선
25	하	여러 가지 미분법	매개변수로 표현된 함수의 미분
26	하	행렬	역행렬과 일차연립방정식
27	중	경우의 수	중복조합
28	하	일차변환과 행렬	회전변환과 닮음변환
29	상	함수의 극한	삼각함수의 극한**
30	상	적분	주어진 조건을 만족하는 함수의 적분*

* 신유형 문제

** 수능 출제 가능 문제

출제 경향

작년 수능보다는 어려운 난이도로 출제되었다. 중간 난이도의 문항들은 작년과 비슷한 수준으로 출제되었으나, 고난이도 문항이 작년보다 어렵게 출제되어서 변별력이 높아졌다.

학습 대책

고난이도 문항인 상용로그의 지표와 가수(20번), 삼각함수 극한의 도형활용(29번)은 자주 출제되는 유형으로 직접 손으로 계산해보면서 답을 정확히 끝까지 구해보는 연습이 필요하다.
조건을 만족하는 함수의 적분값을 구하는 30번 같은 응용문제에 익숙해지도록 고난도 문항에 대한 지속적인 학습이 필요하다.

[오답 베스트 해설 보기]
이번 시험에서 오답률이 높은 문제들의 해설 동영상을 바로 확인 할 수 있습니다.

해 설

01 | $A+2B=\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&2\\6&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&4\\7&4\end{pmatrix}$

∴ (1, 2)의 성분은 4이다.

02 | $\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}=\log_2\left(5\times\frac{4}{5}\right)=\log_2 4=2$

03 | $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+\sqrt{3}x)}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+\sqrt{3}x)}{\sqrt{3}x}\cdot\frac{\sqrt{3}x}{x}$

$=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$

04 | $\sin2\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{7}}{1+\left(\frac{1}{7}\right)^2}=\frac{7}{25}$

05 | $\int_0^1 e^{x+4}dx=[e^{x+4}]_0^1=e^5-e^4$

06 | 일차변환 f의 변환행렬을 $A_f=\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix}$이라 하면

$A_f^{-1}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$

∴ $A_f\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$

∴ $a=2,\ b=1$

∴ $a+b=3$

07 | $f(x)=a\sin x+\sqrt{11}\cos x$

$=\sqrt{a^2+11}\sin(x+\alpha)$

$-\sqrt{a^2+11}\le f(x)\le\sqrt{a^2+11}$ 이므로

$\sqrt{a^2+11}=6$

∴ $a^2+11=36$

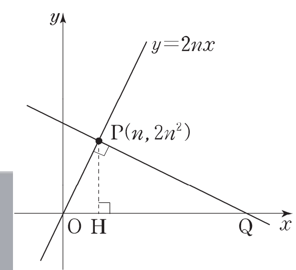
∴ $a=5$ ($\because a>0$)

08 | $S_n=\frac{a_1(3^n-1)}{3-1}$

$\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{3^n}=\frac{a_1}{2}=5\quad\therefore a_1=10$

09 | ${}_4\Pi_5=4^5=2^{10}=1024$

10 |



점 $\mathrm{P}(n,\ 2n^2)$에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면, $\triangle\mathrm{OPH}$와 $\triangle\mathrm{PQH}$가 닮음이므로

$\overline{\mathrm{OH}}:\overline{\mathrm{HP}}=\overline{\mathrm{HP}}:\overline{\mathrm{HQ}}$

$n:2n^2=2n^2:l_n-n$

$4n^4=n\cdot l_n-n^2$

$l_n=4n^3+n$

∴ $\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3+n}{n^3}=4$

[다른 풀이]

$y=2nx$ 위의 점 $\mathrm{P}(n,\ 2n^2)$을 지나고 이 직선과 수직인 직선 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 방정식을 구하면,

$y=-\frac{1}{2n}(x-n)+2n^2$

$=-\frac{1}{2n}x+\frac{1}{2}+2n^2$

$\overline{\mathrm{OQ}}$는 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 직선의 x절편이므로

$l_n=2n\left(\frac{1}{2}+2n^2\right)=n+4n^3$

∴ $\lim_{n\to\infty}\frac{l_n}{n^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+4n^3}{n^3}=4$

11 | $\frac{2}{f(x)-1}=\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}$

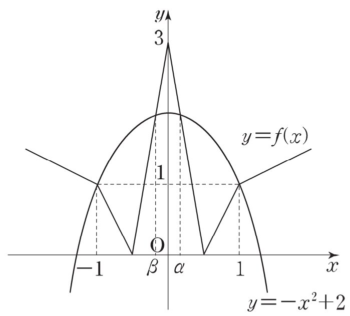
$$= \frac{(1+x)+(1-x)}{(1-x)(1+x)}$$

$$= \frac{2}{(1-x)(1+x)}$$

$\therefore\ f(x)-1=(1-x)(1+x)$

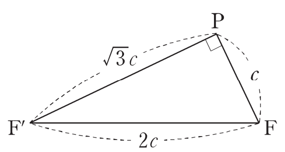
$\therefore\ f(x)=-x^2+2$

(단, $x \neq 1,\ x \neq -1,\ f(x) \neq 1$)



$y=f(x)$와 $y=-x^2+2$의 그래프는 4개의 교점을 가지지만 $x=-1,\ 1$은 무연근이므로 실근은 2개 존재한다.

12 |

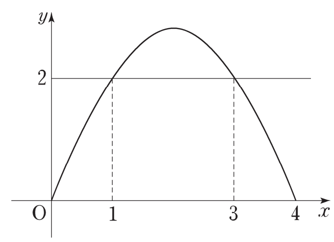


$\Rightarrow\ \overline{\mathrm{PF}'}+\overline{\mathrm{PF}}$

$=\sqrt{3}\,c+c=4$

$\therefore\ c=\dfrac{4}{\sqrt{3}+1}=2\sqrt{3}-2$

13 |



$f(x)=f(2-x)$이므로 $f(x)$와 $g(x)$의 교점의 x좌표는 1, 3이다.

$$\int_1^3 2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}x \cdot dx-4$$

$$=\left[-\frac{8\sqrt{2}}{\pi}\cdot\cos\frac{\pi}{4}x\right]_1^3-4$$

$$=\frac{8\sqrt{2}}{\pi}\cdot\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}-4$$

$$=\frac{16}{\pi}-4$$

14 | 일차함수 $g(x)$에 대하여

$$f(x) \leq g(x)$$

이려면 $g(x)$는 $x=1$에서 $f(x)$의 접선이다.

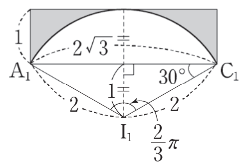
$\therefore\ f'(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi\cdot\dfrac{\pi}{4}x$

$f'(1)=\dfrac{1}{2}\pi$

$\therefore\ g(x)=\dfrac{\pi}{2}(x-1)+2$

$\therefore\ g(3)=\pi+2$

15 | 1번째 얻은 그림 R_1에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_1라 하고, 첫 번째 원의 중심을 I_1이라 하면 아래 그림에 의해



$$S_1=1\times2\sqrt{3}-\left(\frac{1}{2}\cdot2^2\cdot\frac{2\pi}{3}-\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\times1\right)$$

$$=3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$$

정삼각형에서 외접원과 내접원의 반지름비는 $2:1$이므로 원 O_1과 O_2의 닮음비는 $2:1$이다.

그러므로 S_1과 S_2의 넓이의 비는 $4:1$이 되고

$$\lim_{n\to\infty}S_n=S_1+\frac{1}{4}S_1+\left(\frac{1}{4}\right)^2S_1+\cdots$$

$$=\frac{3\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi}{1-\frac{1}{4}}=4\sqrt{3}-\frac{16}{9}\pi$$

16 | $x \neq 1$일 때 $g(f(x))$는 연속이다.

따라서 $x=1$일 때 $g(f(x))$가 연속이면 된다.

$$\lim_{x\to1-0}g(f(x))=2^a+2^{-a}$$

$$g(f(1))=2^1+2^{-1}=\frac{5}{2}$$

$$\lim_{x\to1+0}g(f(x))=2^1+2^{-1}=\frac{5}{2}$$

$x=1$에서 연속이려면

$2^{a}+2^{-a}=\dfrac{5}{2}$ $\therefore a=1,\ -1$

$\therefore\ 1\times(-1)=-1$

17 | 제시문에서 $S_{n+1}+1=2^{n}(S_n+1)$의 양변에 밑이 2인 log를 취하면

$\log_2(S_{n+1}+1)=\log_2 2^{n}(S_n+1)$

$\log_2(S_{n+1}+1)=n+\log_2(S_n+1)$

$b_n=\log_2(S_n+1)$이라 하면

$b_{n+1}=\underbrace{\boxed{n}}_{(가)}+b_n$

이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면

$b_n=\dfrac{n^2-n+2}{2}\,(n\ge 1)$

이므로

$S_n=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-1\ (n\ge 1)$

이다. 그러므로 $a_1=1$이고, $n\ge 2$일 때

$a_n=S_n-S_{n-1}$

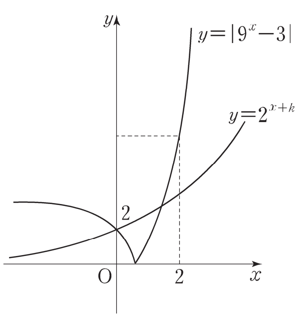
$=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-2^{\underbrace{\boxed{\frac{(n-1)^2-(n-1)+2}{2}}}_{(나)}}$

$f(n)=n\quad g(n)=\dfrac{n^2-3n+4}{2}$

$f(12)-g(5)=12-\dfrac{1}{2}(25-15+4)$

$=12-7=5$

18 |



주어진 두 함수를

$f(x)=|9^x-3|,\ 9(x)=2^{x+k}$ 라 하면,

i) $x<0$에서

$f(x)$는 $y=3$에 점근하고 $f(0)=2$이고, $g(x)$는 x축에 점근하고 $g(0)=2^k$이다. 이때, $f(x)=9(x)$를 만족하는 $x<0$인 실수가 존재하려면, $2<2^k$이어야 한다.

$\therefore\ k>1$ …㉠

ii) $x>0$에서

$f(0)=2\quad f(2)=78$이고 $g(0)=2^k$

$g(2)=2^{2+k}$이다.

$f(0)<g(0)$ ($\because$ ㉠)이므로 $f(x)=g(x)$를 만족하는 $0<x<2$인 실수가 존재하려면 $f(2)>g(2)$이어야 하므로 $78>2^{2+k}$

$\therefore\ k<\log_2 78-2=4.\times\times$

i), ii)에 의하여 조건을 만족하는 자연수 k는 2, 3, 4이므로 자연수 k의 합은 9이다.

19 | 두 쌍곡선은 각각 원점에 대하여 대칭이므로 두 쌍곡선의 교점인 P, Q도 원점대칭이 된다.

그러므로 원점대칭인 G, G′에 대해 $\overline{\mathrm{PG}}=\overline{\mathrm{QG'}}$가 성립 …①

쌍곡선의 정의에 의해

$\overline{\mathrm{QG}}-\overline{\mathrm{QG'}}=2$이며, ①에 의해

$\overline{\mathrm{QG}}-\overline{\mathrm{PG}}=2$이다.

그러므로, $\overline{\mathrm{PG}}\times\overline{\mathrm{QG}}=\overline{\mathrm{PG}}(\overline{\mathrm{PG}}+2)=8$이 성립하고, $\overline{\mathrm{PG}}=2$이다. ($\because$ PG >0)

$\therefore\ \overline{\mathrm{PG}}=2,\ \overline{\mathrm{QG}}=4$

같은 방식으로 원점대칭이 되는 F, F′에 대해 $\overline{\mathrm{QF'}}=\overline{\mathrm{PF}}$가 성립 …②

쌍곡선의 정의에 의해

$\overline{\mathrm{QF}}-\overline{\mathrm{QF'}}=2$이며, ②에 의해

$\overline{\mathrm{QF}}-\overline{\mathrm{PF}}=2$이다.

그러므로, $\overline{\mathrm{PF}}\times\overline{\mathrm{QF}}=\overline{\mathrm{PF}}(\overline{\mathrm{PF}}+2)=2$이 성립하고

$\overline{\mathrm{PF}}=-1+\sqrt{5}$ ($\because$ $\overline{\mathrm{PF}}>0$) 이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{PF}}=-1+\sqrt{5},\ \overline{\mathrm{QF}}=1+\sqrt{5}.$

따라서, 사각형 PGQF의 둘레의 길이는

$\overline{\mathrm{PG}}+\overline{\mathrm{QG}}+\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{QF}}$

$=2+4+(-1+\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})$

$=6+2\sqrt{5}$이다.

20 | i) $1\le t<10$일 때

$\log t = f(t)$

$\log t^n = nf(t)$

ii) $10 \le t < 100$일 때

$\log t = 1 + f(t)$

$\log t^n = n + nf(t)$

i), ii)에서 가수 $f(t)$를 $f(t) = x$라 두면

$f(t) = x$,

$$f(t^n) = \begin{cases} nx & (0 \le x < \frac{1}{n}) \\ nx - 1 & (\frac{1}{n} \le x < \frac{2}{n}) \\ \vdots & \vdots \\ nx - (n-1) & (\frac{n-1}{n} \le x < 1) \end{cases}$$

이다.

조건 (나)에서

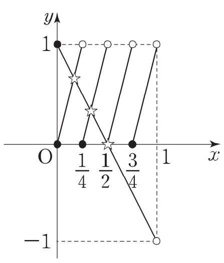
$f(t^n) + 2f(t) = 1$, $f(t^n) = -2f(t) + 1$이므로

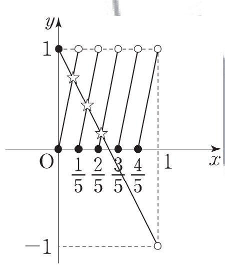
$y = f(t^n)$

$y = -2f(t) + 1$

양수 t의 개수는 위 두 그래프의 교점의 수를 구하여 두 배를 하면 된다.

㉠ $n = 4$ ㉡ $n = 5$





$\Rightarrow a_4 = 3 \times 2 = 6$, $a_5 = 3 \times 2 = 6$

$\therefore\ 6 + 6 = 12$

21 | $n \ge 2$, $f(x)$가 역함수를 갖으려면 일대일 대응이어야 하므로 $f'(x) \ge 0$이다.

$f(x) = e^{x+1}\{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$

$f'(x) = e^{x+1}\{x^2 + nx + 1\} + a \ge 0$ …㉠

여기서, $y = e^{x+1}\{x^2 + nx + 1\}$의 그래프에서 생각해 보면

$y' = e^{x+1} \cdot \{x^2 + (n+2)x + n + 1\}$

$\quad = e^{x+1}(x+1)(x+n+1) \quad (n \ge 2)$

이므로 증감표에 의해 $x = -1$에서 극소이며 최소이다.

㉠에서 $f'(-1) = 2 - n + a \ge 0$이므로 $a \ge n - 2$

따라서 a의 최솟값은 $n - 2$

$\therefore\ g(n) = n - 2$

$1 \le g(n) \le 8$

$1 \le n - 2 \le 8$

$3 \le n \le 10$

따라서 모든 n의 값의 합은

$\dfrac{8 \times (3 + 10)}{2} = 52$

22 | $\sqrt{7x+1} = x - 1 \quad (x \ge 1)$

양변을 제곱하면,

$7x + 1 = x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 9x = 0$

$\therefore\ x = 0$ 또는 $x = 9$

$\therefore\ x = 9$ ($\because\ x \ge 1$)

23 | $a = 2$이므로

$a_7 + a_{11} = (2 + 6d) + (2 + 10d)$

$\qquad\quad = 4 + 16d = 20$

$\therefore\ d = 1$

$a_{10} = a + 9d = 2 + 9 = 11$

24 | $y^2 = 4 \cdot 5x$

기울기 공식 $y = mx + \dfrac{p}{m}$

접선 l : $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}x + 10$

$\therefore\ 10$

25 | $x = t^2 + 1$의 양변을 t에 대하여 미분하면

$\dfrac{dx}{dt} = 2t$,

$y = \dfrac{2}{3}t^3 + 10t - 1$의 양변을 t에 대하여 미분하면

$\dfrac{dy}{dt} = 2t^2 + 10$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{2t^2+10}{2t}=\frac{t^2+5}{t}$$

따라서, $t=1$일 때 $\frac{dy}{dx}=6$

26 | $\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 4a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & a\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$

$\left\{\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 4a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & a\\ 2 & -1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1 & -1-a\\ -3 & 4a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$

$x=y=0$ 이외의 해가 존재하려면

$\begin{pmatrix}1 & -1-a\\ -3 & 4a+1\end{pmatrix}$의 역행렬 존재하지 않아야 한다.

$\det=1\cdot(4a+1)-(-3)(-1-a)=0$

$4a+1-3-3a=0$

$\therefore\ a=2$

27 | 조건 (가)를 만족시키는 음이 아닌 정수 $x,\ y,\ z,\ u$의 순서쌍 개수는 ${}_4H_6={}_{4+6-1}C_6=84$개다.

이때, $x=u$인 경우는

i) $x=u=0,\ y+z=6$의 경우로서

${}_2H_6={}_{2+6-1}C_6=7$

ii) $x=u=1,\ y+z=4$의 경우로서

${}_2H_4={}_{2+4-1}C_4=5$

iii) $x=u=2,\ y+z=2$의 경우로서

${}_2H_2={}_{2+2-1}C_2=3$

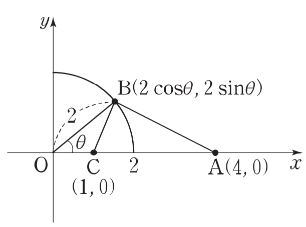
iv) $x=u=3,\ y+z=0$의 경우로서

${}_2H_0={}_{2+0-1}C_0=1$

i)+ii)+iii)+iv)= $7+5+3+1=16$ 개

그러므로, $x\neq u$인 경우는 $84-16=68$개이다.

28 |



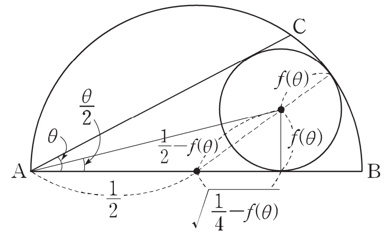
$B_y=2\sin\theta$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times2\sin\theta=1$

$\therefore\ \sin\theta=\frac{1}{3}$

$\therefore\ p+q=4$

29 |



$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{f(\theta)}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{1-4f(\theta)}}{2}}$$

$$=\frac{2f(\theta)}{1+\sqrt{1-4f(\theta)}}$$

$$=\frac{2f(\theta)\times\{1-\sqrt{1-4f(\theta)}\}}{4f(\theta)}$$

$$=\frac{1-\sqrt{1-4f(\theta)}}{2}$$

$\therefore\ \sqrt{1-4f(\theta)}=1-2\tan\frac{\theta}{2}$

$\therefore\ f(\theta)=\tan\frac{\theta}{2}-\tan^2\frac{\theta}{2}$

$\therefore\ \lim_{\theta\to+0}\frac{\tan\frac{\theta}{2}-f(\theta)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\tan^2\frac{\theta}{2}}{\theta^2}=\frac{1}{4}$

$\therefore\ \alpha=\frac{1}{4}$

$\therefore\ 100\alpha=25$

30 | (나)에서 정수 k에 대하여

$k<x\le k+1$에서

$f(x)=f(k)$ 또는 $f(x)=f(k)\times2^x$으로 정의된다.

$x=k$에서 미분이 가능하려면

$f(x)=\begin{cases}f(k-1) & (k-1<x\le k)\\ f(k) & (k<x\le k+1)\end{cases}$

이거나

$f(x)=\begin{cases}f(k-1)\cdot2^{x-(k-1)} & (k-1<x\le k)\\ f(k)\cdot2^{x-k} & (k<x\le k+1)\end{cases}$

이어야 한다.

즉, $f(x)=C\ (k-1<x\le k+1)$이거나

$f(x)=f(k)x^{x-k}\ (k-1<x\le k+1)$

따라서, 미분 불가능한 점이 2개이려면

자연수 $1 \le a < b < 8$에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} f(0) & (0<x\le a) \\ f(0)\cdot 2^{x-a} & (a<x\le b) \\ f(b) & (b<x\le 8)\end{cases}=\begin{cases} 1 & (0<x\le a) \\ 2^{x-a} & (a<x\le b) \\ 2^{b-a} & (b<x\le 8)\end{cases}$$

이거나

$$f(x)=\begin{cases} f(0)\cdot 2^{x} & (0<x\le a) \\ f(a) & (a<x\le b) \\ f(b)\cdot 2^{x-b} & (b<x\le 8)\end{cases}=\begin{cases} 2^{x} & (0<x\le a) \\ 2^{a} & (a<x\le b) \\ 2^{x-b+a} & (b<x\le 8)\end{cases}$$

이다.

i) $f(x)=\begin{cases} 1 & (0<x\le a) \\ 2^{x-a} & (a<x\le b) \\ 2^{b-a} & (b<x\le 8)\end{cases}$일 때,

$f(8)=2^{b-a}\le 100$이 되어 $b-a\le 6$

$\displaystyle\int_0^8 f(x)dx$의 값이 최대가 되려면, $b-a=6$, $1\le a<b<8$이므로 $a=1,\ b=7$

따라서,

$f(x)=\begin{cases} 1 & (0<x\le 1) \\ 2^{x-1} & (1<x\le 7) \\ 64 & (7<x\le 8)\end{cases}$일 때,

$$\int_0^8 f(x)dx=\int_0^1 1\,dx+\int_1^7 2^{x-1}dx+\int_7^8 64\,dx$$

$$=[x]_0^1+\left[\frac{2^{x-1}}{\ln 2}\right]_1^7+[64x]_7^8$$

$$=1+\frac{63}{\ln 2}+64=\frac{63}{\ln 2}+65$$

ii) $f(x)=\begin{cases} 2^{x} & (0<x\le a) \\ 2^{a} & (a<x\le b) \\ 2^{x-b+a} & (b<x\le 8)\end{cases}$일 때,

$f(8)=2^{8-b+a}\le 100$이 되어 $8-b+a\le 6$, $b-a\ge 2$

$\displaystyle\int_0^8 f(x)dx$의 값이 최대가 되려면, 지수함수의 구간의 길이가 최대가 되어야 하므로 상수함수의 구간인 $y=2^a$이 되는 구간의 길이가 최소가 되어야 하고, 2^a는 최댓값을 가져야 한다. $b-a\ge 2$, $1\le a<b<8$이므로, $b=7,\ a=5$가 된다. 따라서

$$f(x)=\begin{cases} 2x & (0<x\le 5) \\ 2^{5} & (5<x\le 7) \\ 2^{x-2} & (7<x\le 8)\end{cases}$$

$$\int_0^8 f(x)dx=\int_0^5 2^x dx+\int_5^7 32\,dx+\int_7^8 2^{x-2}dx$$

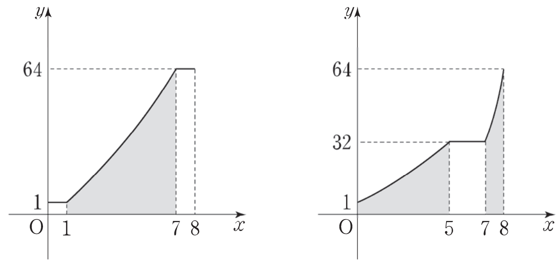
$$=\int_0^6 2^x dx+[32x]_5^7$$

$$=\frac{63}{\ln 2}+64$$

$\therefore \displaystyle\int_0^8 f(x)dx$의 최댓값은 i), ii) 중 최댓값인 $\dfrac{63}{\ln 2}+65$이다.

$\therefore\ p+q=128$

[참고]



* 빗금친 부분의 넓이는 $\displaystyle\int_0^6 2^x\,dx$로 같다.