

01. 다음 수열의 제 7항을 구하여라.

- (1) $-6, 18, -54, 162, -486, \dots$
 (2) $1 \cdot 2, 3 \cdot 4, 5 \cdot 8, 7 \cdot 16, \dots$

02. 다음 등차수열의 공차를 구하여라.

- (1) $1, 3, 5, 7, \dots$
 (2) $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -1, -\frac{4}{3}, \dots$
 (3) 첫째항이 15이고 제5항이 3인 등차수열

03. 다음 수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열일 때, 공차를 구하여라.

- (1) $a_1 = 5, a_6 = 35$
 (2) $a_2 = 36, a_8 = -6$

04. 등차수열인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

$\neg. \{4-2n\}$ $\sqsubset. \{n(2n-1)\}$
 $\sqsubset. \{-9\}$

- ① \neg
 ② \sqsubset
 ③ \neg, \sqsubset
 ④ \neg, \sqsubset
 ⑤ \sqsubset, \sqsubset

05. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_2 + a_6 = 20$, $a_{14} + a_{17} = 66$ 일 때, a_{11} 의 값은?

- ① 22
 ② 24
 ③ 26
 ④ 28
 ⑤ 30

06. 제 31항이 85, 제 45항이 127인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 175는 제 몇 항인지 구하여라.

07. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 을 $x, x-1, x-2$ 로 나눈 나머지가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, a 의 값은?

- ① -4
 ② -3
 ③ -2
 ④ -1
 ⑤ 0

08. 양의 실수 x 의 정수 부분 n 과 소수 부분 α 에 대하여 α, n, x 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

- ① 1
 ② $\frac{3}{2}$
 ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$
 ⑤ 3

09. 20과 50 사이에 n 개의 수를 넣으면 그 합이 700인 등차수열이 된다고 할 때, n 의 값은?

- ① 11
 ② 14
 ③ 18
 ④ 21
 ⑤ 25

10. 첫째항이 16이고 공차가 -5 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_n|$ 의 값이 최소가 되는 자연수 n 의 값을 구하여라.

11. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 7n$ 인 수열의 일반항 a_n 은?

- ① $2n - 4$
- ② $3n + 2$
- ③ $2n + 4$
- ④ $3n + 6$
- ⑤ $2n + 6$

12. 제3항이 -15 , 제8항이 0 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, S_{15} 의 값은?

- ① -20
- ② -10
- ③ 0
- ④ 10
- ⑤ 20

13. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n + 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{21}$ 의 값을 구하여라.

14. 첫째항이 1 이고 공차가 2 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

- ① n^2
- ② $2n^2$
- ③ $3n^2$
- ④ $4n^2$
- ⑤ $5n^2$

15. 첫째항이 -20 , 공차가 3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, S_n 의 최솟값은?

- ① -68
- ② -71
- ③ -74
- ④ -77
- ⑤ -80

16. [서술형] 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{49}$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 써라.

17. 모든 항이 실수인 다음 등비수열의 첫째항을 구하여라.

(1) 제3항이 12 , 제7항이 192

(2) 제5항이 135 , 제8항이 3645 인 등비수열

18. 첫째항이 1000 , 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ 이라고 할 때, b_n 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 n 의 값은?

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

19. 곡선 $y = x(x-2)^2$ 과 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나고, 그 교점의 x 좌표가 등비수열을 이룰 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

20. 연이율이 4% 이고 1 년마다 복리로 매년 초에 10 만 원씩 10 년 동안 적립할 때, 10 년 말까지 적립금의 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

21. 강우네 부모님은 강우의 대학교 등록금 480 만원을 마련하기 위하여 매년 말에 일정한 금액을 적립하는 만기가 3 년인 적금에 가입하려 한다. 연이율이 5% 이고 1 년마다 복리로 계산할 때, 매년 말에 얼마씩 적립하여야 하는지 구하여라. (단, $1.05^3 = 1.16$ 으로 계산한다.)

22. 각 항이 양수인 등비수열에서 첫째항부터 제 4항까지의 합이 30이고, 첫째항부터 제 8항까지의 합은 510이다. 이 수열의 첫째항과 공비의 합은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

23. [서술형] 어느 기업에서는 신제품 개발에 필요한 연구비를 매년 일정한 비율로 증액한다고 한다. 올해의 연구비가 5억 원이고, 4년 후의 연구비가 올해의 연구비의 4배가 되게 하려고 할 때, 올해부터 4년 후까지 5년 동안의 연구비의 총액을 구하여라.

(단, $\sqrt{2} = 1.414$ 로 계산하고, 1억 원 미만은 버린다.)

24. 월이율이 10%이고 1개월마다 복리로 매월 초에 100만 원씩 12개월 동안 적립할 때, 12개월 후 월말의 적립금의 원리합계는?

(단, $1.1^{12} = 3.1$ 로 계산한다.)

- ① 2100만 원
- ② 2160만 원
- ③ 2310만 원
- ④ 2460만 원
- ⑤ 2610만 원

25. 다음을 합의 꼴로 나타내어라.

- (1) $\sum_{k=1}^4 2k$
- (2) $\sum_{n=1}^5 3^n$
- (3) $\sum_{i=3}^6 (2i-3)$

26. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 3$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 10$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

- (1) $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 1)^2$
- (2) $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - 1)(2a_k + 1)$

27. 등식 $\sum_{k=1}^{100} \frac{2^k - 3^k}{4^k} = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^{100} + c\left(\frac{3}{4}\right)^{100}$ 을 만족시

키는 정수 a, b, c 에 대하여 $ab - c$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

28. $\sum_{n=1}^{40} \left\lceil \frac{n}{4} \right\rceil$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 145
- ② 160
- ③ 175
- ④ 190
- ⑤ 205

29. [서술형] 자연수 n 에 대하여 다항식

$$f_n(x) = 4^n x^4 + 3^n x^3 + 2^n x^2 + x + 1$$

을 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 a_n , $x+1$ 로 나누

었을 때의 나머지를 b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n - b_n)$ 의 값을 구하여라.

30. 다음 합을 구하여라.

- (1) $3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 20^2$
- (2) $4^3 + 5^3 + 6^3 + \dots + 10^3$

31. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^4 a_{5k-1} = 50$,

$\sum_{k=1}^4 a_{5k-2} = 30$ 이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값을 구하여라.

32. [서술형] 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $n^2 + 4n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ 의 값을 구하여라.

33. 수열

1, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, ...

에서 네 번째로 나타나는 8은 제 몇 항인지 구하여라.

34. $\sum_{k=1}^{79} \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k+2}}$ 의 값은?

- ① $9 - \sqrt{2}$
- ② $9\sqrt{2} - 9$
- ③ $4\sqrt{5} - \sqrt{2}$
- ④ $9\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$
- ⑤ $9 + \sqrt{2}$

35. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 3nx + 2n^2 = 0$ 의 두 근을 $a_n, b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + b_k^2)$ 의 값을 구하여라.

36. 수열 $\frac{2}{\sqrt{1} + \sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{4}}, \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}, \dots$ 의 제4항부터 제79항까지의 합은?

- ① $4 + \sqrt{10}$
- ② $4 + 3\sqrt{5}$
- ③ $7 + \sqrt{5}$
- ④ $7 + \sqrt{10}$
- ⑤ $7 + 3\sqrt{5}$

37. $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^8 S_k$ 의 값은?

- ① 100
- ② 110
- ③ 120
- ④ 130
- ⑤ 140

38. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{11} - a_9$ 의 값은?

- ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 21
- ⑤ 23

39. $a_1 = 1, a_2 = 4,$

$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{10} - a_9$ 의 값은?

- ① 3^8
- ② 3^9
- ③ 3^{10}
- ④ 3^{11}
- ⑤ 3^{12}

40. $a_1 = 2, a_{n+1} = na_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2015}$ 를 240으로 나눈 나머지를 구하여라.

41. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \frac{1}{3}, a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$

$(n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값은?

- ① 85
- ② 95
- ③ 100
- ④ 110
- ⑤ 120

42. 수열 $\{a_n\}$ 이

$a_1 = 1, (n+1)a_{n+1} = 2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$

$(n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의될 때, a_{10} 의 값은?

- ① $\frac{10}{3}$
- ② $\frac{11}{3}$
- ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{3}{11}$
- ⑤ $\frac{10}{11}$

43. [서술형] $a_1 = 20$, $a_{n+1} = a_n - 4n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_k < 0$ 을 만족시키는 k 의 최솟값을 구하여라.

44. 평면 위에 n 개의 직선을 그을 때, 이 직선들에 의하여 분할된 영역의 최대 개수를 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라고 하면 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 7, \dots$ 이다. a_{10} 의 값은?

- ① 50
- ② 52
- ③ 54
- ④ 56
- ⑤ 58

45. 물탱크에 100L의 물이 들어 있다. 전날 물탱크에 들어 있던 물의 반을 사용하고 30L의 물을 새로 넣는 시행을 매일 반복할 때, 6번 시행 후 물탱크에 남아 있는 물의 양을 구하여라.

46. 1 또는 2로 이루어진 n 자리 자연수 중에서 10이 연속으로 나오지 않는 것의 개수를 a_n 이라고 하면 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ 이고 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n \geq 3$)가 성립한다고 한다. 이때 a_8 의 값을 구하여라.

47. 모든 자연수 n 에 대하여 명제 $p(n)$ 이 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

- (가) $p(1)$ 은 참이다.
- (나) $p(n)$ 이 참이면 $p(3n)$ 이 참이다.
- (다) $p(n)$ 이 참이면 $p(4n)$ 이 참이다.

- ① $p(9)$
- ② $p(12)$
- ③ $p(18)$
- ④ $p(27)$
- ⑤ $p(36)$

48. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$1 + (1+2) + \dots + (1+2+3+\dots+n)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = (가)$ 일 때,

$$(좌변) = 1, (우변) = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

(ii) $n = k$ ($k \geq 1$) 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1 + (1+2) + \dots + (1+2+3+\dots+k)$$

$$= \frac{1}{6}k(k+1)(k+2)$$

양변에 (나)를 더하면

$$1 + (1+2) + \dots + (1+2+3+\dots+k)$$

$$+ (나) = \frac{1}{6}k(k+1)(k+2) + (나)$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(k+3)$$

따라서 $n = k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 수 또는 식을 구하여라.

49. 다음은 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 15 + \cdots + n(n^2 - 1) \\ = \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{4} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 나열하면?

(i) $n = 2$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = 2 \cdot 3 = 6, (\text{우변}) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{4} = 6$$

따라서 $n = 2$ 일 때 ㉠이 성립한다.

(ii) $n = k (k \geq 2)$ 일 때 ㉠이 성립한다고 가정하면

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 15 + \cdots + k(k^2 - 1) \\ = \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)}{4}$$

$n = k + 1$ 일 때,

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 15 + \cdots + k(k^2 - 1) + \boxed{\textcircled{가}} \\ = \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)}{4} + \boxed{\textcircled{가}} = \boxed{\textcircled{나}}$$

따라서 $n = k + 1$ 일 때도 ㉠이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 ㉠이 성립한다.

- ① $k\{(k+1)^2 - 1\}, \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$
 ② $k\{(k+1)^2 - 1\}, \frac{k(k+1)(k+2)(2k+3)}{4}$
 ③ $(k+1)\{(k+1)^2 - 1\}, \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$
 ④ $(k+1)\{(k+1)^2 - 1\}, \frac{k(k+1)(k+2)(2k+3)}{4}$
 ⑤ $(k+1)\{(k+2)^2 - 1\}, \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$

50.[서술형] $n \geq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 다음 부등식이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하여라.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n > 2^n$$